

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ
ТАДЖИКИСТАН
КУЛЯБСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. А.РУДАКИ**

УДК 517.927

На правах рукописи

Каримова Назокат Шералиевна

**К ТЕОРИИ ОДНОГО КЛАССА НАГРУЖЕННОГО
ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С
ИНТЕГРАЛЬНЫМИ УСЛОВИЯМИ**

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02- дифференциальные уравнения, динамические системы, оптимальное управление

Душанбе – 2021

Работа выполнена на кафедре математического анализа и теории функции Кулябского государственного университета имени Абуабдулло Рудаки

Научный консультант: Раджабов Нусрат, академик НАН РТ, доктор физико-математических наук, профессор,

Научный руководитель: Шамсудинов Файзулло Мамадуллоевич доктор–математических наук, доцент

Официальные оппоненты: **Расулов Абдурауф Бободжонович** – доктор физико-математических наук, профессор кафедры высшей математики «НИУ МЭИ»
Абдукаримов Махмадсалим Файзуллоевич – кандидат физико–математических наук, доцент, заместитель исполнительного директора Филиала МГУ имени М. В.Ломоносова в городе Душанбе

Оппонирующая организация: Таджикский государственный педагогический университет имени С. Айни;

Защита диссертации состоится 2021г., в 10:00 часов на заседании Диссертационного совета 6D.KOA-012 на механико-математическом факультете Таджикского национального университета по адресу: 734027, г. Душанбе, улица Буни - Хисорак, корпус 17, аудитория 203.

С диссертацией можно ознакомиться в центральной научной библиотеке Таджикского национального университета и на сайте: <http://www.tnu.tj>

Автореферат разослан « ____ » _____ 2021 г.

Ученый секретарь

диссертационного совета 6D.KOA-012, доктор физико–математических наук, доцент



Одинаев Р. Н.

Введение

Актуальность и необходимость проведения исследований по теме диссертации. Основными объектами исследования данной диссертационной работы являются некоторые сингулярные нагруженные обыкновенные дифференциальные уравнения с интегральными условиями. Изучение нагруженных дифференциальных уравнений является одним из актуальных направлений в теории обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений с частными производными. Необходимость исследования краевых задач для нагруженных дифференциальных уравнений продиктована многочисленными практическими приложениями в газовой динамике, теории бесконечно малых изгибаний поверхностей, без моментной теории оболочек, в магнитной гидродинамике, в теории электронного рассеивания, в прогнозировании уровня грунтовых вод, в математической биологии и других областях. Также хорошо известно, что многие весьма важные задачи математической физики и биологии, в особенности, задачи долгосрочного прогнозирования и регулирования грунтовых вод, задачи тепломассопереноса с конечной скоростью, движения мало сжимаемой жидкости, окруженной пористой средой, оптимального управления агро-экосистемой, приводят к краевым задачам для линейных нагруженных уравнений с частными производными. Этим обуславливается актуальность исследований краевых задач для нагруженных уравнений.

В последние годы проводятся интенсивные исследования нагруженных дифференциальных уравнений, связанные с различными прикладными задачами механики, биологии, экологии и химии, моделируемых с помощью нагруженных уравнений (задачи управления для одной системы линейных нагруженных дифференциальных уравнений с неразделенными многоточечными промежуточными условиями).

Некоторые результаты теории нагруженных обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных получены в работах М.В. Келдыша¹, А.В. Бицадзе², А.М. Нахушева^{3,4,5,6}, М.М. Смирнова⁷, Л.Г. Михайлова⁸, Н. Раджабова^{9,10}, К.Б.Сабитова^{11,12},

¹ Келдыш М.В. О некоторых случаях вырождения уравнения эллиптического типа на границе области / М.В. Келдыш//Докл. АН СССР. – 1951. – Т. 77. - №2. – С. 181 – 183.

² Бицадзе А.В. Некоторые классы уравнений в частных производных. - М., 1981. - 448 с.

³ Нахушев А.М. Уравнения математической биологии. М., 1995. -301 с.

⁴ Нахушев А.М. Дробное исчисление и его применение. М., 2003. -272 с.

⁵ Нахушев А.М. Задачи со смещением для уравнений в частных производных / А.М. Нахушев. – М.: Наука, 2006. – 287с

⁶ Нахушев А.М. Нагруженные уравнения и их применение. - М.:Наука, 2012.-231с.

⁷ Смирнов М.М. Вырождающиеся гиперболические уравнения / М.М. Смирнов. – Минск: Вышэйшая школа, 1977. – 157с.

И.С.Ломова¹³, А.Х.Аттаева¹⁴, А.В. Бородина¹⁵, М.Т.Дженалиева¹⁶, А.И.Кожанова¹⁷, В.И.Жегалова¹⁸, Д.С.Сафарова¹⁹, С.А.Исхокова²⁰ и других авторов.

В шестидесятых годах А.В. Бицадзе была выдвинута проблема поиска корректно поставленных краевых задач для уравнения смешанного типа второго порядка с двумя независимыми переменными. Для реализации данной проблемы А.М. Нахушев в 1969 году предложил решать ряд задач нового типа, вошедших в математическую литературу под названием краевых задач со смещением, которые оказались связанными с нагруженными дифференциальными уравнениями^{21,22,23}.

⁸ Михайлов Л.Г. Об одном способе исследования систем обыкновенных дифференциальных уравнений с сингулярными точками / Л.Г. Михайлов // Докл. АН России. – 1994. – Т. 336. – №1. – С. 21 – 23.

⁹ Раджабов Н. Интегральные представления и граничные задачи для некоторых дифференциальных уравнений с сингулярными линиями или сингулярными поверхностями / Н. Раджабов Душанбе. Изд. ТГУ. 1980. – Ч. I. 127 с.; Ч. II. 1981, 170 с.; Ч. III. 1982, 170 с.

¹⁰ Rajabov N. R. Introduction to ordinary differential equations with singular and super – singular coefficients / N. R. Rajabov. – Dushanbe: TSNU, 1998. – 158 p.

¹¹ Сабитов К.Б., Хаджи И.А. Краевая задача для уравнения Лаврентьева-Бицадзе с неизвестной правой частью // Изв. вузов. Матем. – 2011. - №5. – С.44-52.

¹² Сабитов К. Б., Зайцева Н. В. Начальная задача для **V** -гиперболического уравнения с интегральным условием второго рода // Дифференц. уравнения. – 2018. – Т. 54. – № 1. – С. 123–135.

¹³ Ломов И. С. Равномерная сходимости разложений по корневым функциям дифференциального оператора с интегральными краевыми условиями // Дифференц. уравнения. – 2019. – Т. 55. – № 4. – С. 486–49.

¹⁴ Аттаев А.Х. О некоторых задачах для нагруженного дифференциального уравнения в частных производных первого порядка // Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат.науки 2016.№4-1(16). - С.9-14.

¹⁵ Бородин А.В. Дифференцируемость по параметру решений нелинейно нагруженных краевых задач для уравнений в частных производных второго порядка // Дифференц. уравнения. 1979. - Т. 15. - № 1. - С. 18 – 26.

¹⁶ Дженалиев М.Т. Нагруженные уравнения как возмущение дифференциальных уравнений. Алматы: Гылым, 2010. - 336с.

¹⁷ Кожанов А.И. Нелокальные задачи с условиями для некоторых классов уравнений с частными производными/А.И.Кожанов // Тр.Матем. центра им. Лобачевского. – Казань: Из-во Казан. Матем. Об-ва, 2014. - Т.49. – С. 36-38.

¹⁸ Жегалов В. И. О краевых задачах со смещениями для уравнений гиперболического и смешанного типа / В. И. Жегалов // Differential equations and applications (I) – Proc. of the third conference “Rousse -85” . - Bulgaria, 1987- P.139 – 142.

¹⁹ Сафаров Д.С., Кулобиев М. Двоякопериодическое решение нагруженного уравнения обобщенных аналитических функций/ Д.С.Сафаров, М.А.Кулобиев// Вестник Кургантюбинского государственного университета имени Н.Хусрава. – Кургантюбе. – №2/3(66) . – С. 5-11.

²⁰ Исхоков С.А. О существовании и гладкости обобщенного решения нелинейного дифференциального уравнения с вырождением // Дифференц. уравнения. - 2008. –Т.44. - №1. – С.232-245.

²¹ Нахушев А.М. О задаче Дарбу для одного вырождающегося нагруженного интегро дифференциального уравнения второго порядка // Дифференц. уравнения. – 1976. – Т. 12. – № 1. – С. 103-108.

²² Нахушев А.М. Нелокальная задача и задача Гурса для нагруженного уравнения гиперболического типа и их приложения к прогнозу почвенной влаги // Докл. АН СССР. 1978. - Т. 242. - № 5. - С. 1008 – 1011.

²³ Нахушев А.М. Нелокальная задача и задача Гурса для нагруженного уравнения гиперболического типа и их приложения к прогнозу почвенной влаги // Докл. АН СССР. 1978. - Т. 242. - № 5. - С. 1008 – 1011.

Первые работы по нагруженным уравнениям были посвящены нагруженным интегральным уравнениям. К ним следует отнести работы А. Кнесер^{24,25}, L. Lichtenstein²⁶, Н. М. Гюнтера²⁷, Н. Н. Назарова²⁸.

Определение нагруженного интегрального уравнения, данное Кнезером, приведено в книге В. И. Смирнова²⁹.

В работе А.М. Нахушева³⁰ дано наиболее общее определение нагруженного уравнения и подробная классификация различных нагруженных уравнений: нагруженных дифференциальных, интегральных, интегро-дифференциальных, функциональных уравнений, а также их многочисленные приложения.

Обширная библиография по исследованию нагруженных уравнений эллиптических, параболического и гиперболического типа уравнений приведена в монографии М.Т. Дженалиева³¹.

Результаты, полученные А.М. Нахушевым³² и его учениками дали начало интенсивному изучению краевых задач для нагруженных дифференциальных уравнений.

Работы И.С. Ломова³³, К.Р. Айдазаде³⁴ и В.М. Абдуллаева^{35,36} и также других авторов посвящены изучению краевых задач для нагруженных обыкновенных дифференциальных уравнений первого и второго порядка.

²⁴ Kneser A. Belastete Integralgleichungen // Rendiconti del Circolo Mathematiko di Palermo. 38. 1914. - P. 169 – 197.

²⁵ Kneser A. Die Integralgleichungen und ihre Anwendung in der matem. Phusik, 1922.

²⁶ Lichtenstein L. Vorlesungen über einege Klassen nichtlinear Integralgleichungen und Integraldifferentialgleichungen nebst Anwendungen. -Berlin: Springer, 1931. 164 s

²⁷ Гюнтер Н.М. Studia Mathematica. 1932. - Т. IV.

²⁸ Назаров Н.Н. Об одном новом классе линейных интегральных уравнений // Труды института математики и механики АН УзССР. -Ташкент, 1948. Вып. № 4. С. 77-106.

²⁹ Смирнов В.И. Курс высшей математики. Т.2. М., 1974. - 655 с.

³⁰ Нахушев А.М. О задаче Дарбу для одного вырождающегося нагруженного интегро дифференциального уравнения второго порядка // Дифференц. уравнения. – 1976. – Т. 12. – № 1. – С. 103-108.

³¹ Дженалиев М.Т. К теории линейных краевых задач для нагруженных дифференциальных уравнений. Алматы, 1995. - 270 с.

³² Карданов Р.Г., Нахушев А.М. О некоторых способах идентификации математической модели динамики грунтовой воды и почвенной влаги / САПР и АСПР в мелиорации. Сб. научн. трудов. Нальчик, 1983. - С. 3 – 20.

³³ Ломов И.С. Нагруженные дифференциальные операторы:сходимость спектральных разложений // Дифференц. уравнения. – 2014. – Т.50. – №8. – С. 1077-1086.

³⁴ Айда-заде К.Р., Абдуллаев В.М. О численном решении нагруженных систем обыкновенных дифференциальных уравнений с неразделенными многоточечными и интегральными условиями //Сиб. журн.вычисл.матем. – 2014. – Т.17. - №1. – С.1-16.

³⁵ Абдуллаев В.М. Решение дифференциальных уравнений с неразделенными многоточечными и интегральными условиями/ В.М.Абдуллаев// Сиб. журн. индустр. математики. - 2012. - Т. 15, №3(51). - С. 3-15.

Р. Акбаровым^{37,38,39,40} изучены нагруженные сингулярные интегральные уравнения с интегральными условиями в комплексной области.

Степень изученности научной проблемы. Изложенные выше результаты относятся к нагруженным интегральным уравнениям, нагруженным обыкновенным дифференциальным уравнениям первого и второго порядка, нагруженным уравнениям эллиптического, параболического и гиперболического типа. Однако нагруженные обыкновенные дифференциальные уравнения с интегральными условиями, нагруженные сингулярные дифференциальные уравнения с интегральными условиями, нагруженные вырождающиеся дифференциальные уравнения различного порядка с интегральными условиями мало изучены. В этой связи весьма актуальным является вопрос изучения нагруженных дифференциальных уравнений с интегральными условиями, также нагруженных линейных дифференциальных уравнений с сингулярной или сверх- сингулярной точкой и с интегральными условиями, нагруженных вырождающиеся дифференциальных уравнений различного порядка с интегральными условиями.

Теоретическую и методологическую основу диссертации составляют результаты трудов отечественных и зарубежных ученых. В работе используются методы теории обыкновенных дифференциальных уравнений и математического анализа. При этом основополагающие значения имеют Послания Президента Республики Таджикистан, Лидера нации, уважаемого Эмомали Рахмона в Маджлиси Оли по вопросам изучения естественных, точных и математических наук.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Цель исследования. Основная цель диссертационной работы заключается в дальнейшем развитии теории нагруженных дифференциальных уравнений с интегральными условиями.

³⁶ Абдуллаев В.М. Численный метод решения нагруженных нелокальных граничных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений // Ж.вычисл.матем. и матем.физ. -2014. – Т. 54. - №7. - С. 1096-1109.

³⁷ Акбаров Р. О характеристическом сингулярном интегральном уравнении с дополнительными членами в правой части и с дополнительными условиями на решения. ДАН РТ, № 5 т. 49, 2006, с. 409- 411.

³⁸ Акбаров Р. Нагруженное характеристическое сингулярное интегральное уравнение с ядром Гильберта с дополнительными заданиями граничных моментов. ДАН РТ. Т. 51, № 8, 2008, с. 568 - 571

³⁹ Акбаров Р. Нагруженная краевая задача сопряжения обобщенных аналитических функций с дополнительными заданиями граничных моментов. ДАН РТ, Т. 51. № 9, 2008, с. 633 - 637 .

⁴⁰ Акбаров Р. Нагруженная смешанная краевая задача с дополнительными заданиями граничных моментов. ДАН РТ, т. 51. № 11, 2008, с. 797- 802.

Объект исследования: Основными объектами исследования являются:

- нагруженное линейное дифференциальное уравнение первого порядка с интегральными условиями;

- нагруженное линейное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными и переменными коэффициентами и с интегральными условиями;

- нагруженное линейное дифференциальное уравнение n -го порядка с интегральными условиями;

- линейное нагруженное дифференциальное уравнение первого порядка с левой, правой и внутренней сингулярной или сверх-сингулярной точкой и с интегральными условиями;

- вырождающееся нагруженное дифференциальное уравнение второго порядка с левой сингулярной точкой и с интегральными условиями.

Предмет исследования – Нагруженные линейные дифференциальные уравнение первого, второго n -го порядка с интегральными условиями, также нагруженных сингулярных обыкновенных дифференциальных уравнений первого, второго с интегральными условиями, нагруженное вырождающееся уравнение второго порядка с интегральными условиями.

Задачи исследования:

- Получение представлений многообразия решений: нагруженных линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с интегральными условиями первого порядка; второго порядка с постоянными и переменными коэффициентами; n -го порядка;
- Получение представлений многообразия решений для нагруженного обыкновенного линейного дифференциального уравнения первого порядка с правой, левой, внутренней сингулярной и сверх-сингулярной точкой и с интегральными условиями.
- Получение представлений многообразия решений вырождающегося нагруженного дифференциального уравнения второго порядка с левой сингулярной точкой.
- Постановка и решение граничных задач для изучаемых дифференциальных уравнений.

Методы исследования: В работе используются общие методы теории обыкновенных дифференциальных уравнений, методы получения интегральных представлений, разработанные в трудах Н.Раджабова, А.М.Нахушева и Р.Акбарова.

Связь работы с научными программами (проектами), темами. Данное диссертационное исследование выполнено в рамках реализации перспективного плана научно – исследовательской работы кафедры математического анализа и теории функции факультета математики и физики Кулябского государственного университета имени Абуабдулло Рудаки на 2014-2018 годы по теме «Нагруженные краевые задачи теории аналитических и обобщенных аналитических функций с дополнительными условиями и их связь с подготовкой специалистов математиков».

Достоверность и обоснованность результатов: Достоверность результатов, полученных в диссертационной работе определяется обоснованными теоретическими выкладками и строгими доказательствами, опирающимися на методы дифференциальных уравнений.

Научная новизна исследований:

Результаты диссертации являются новыми, получены автором самостоятельно и состоят в:

- получено представления многообразия решений нагруженных линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с интегральными условиями первого порядка; второго порядка с постоянными и переменными коэффициентами; n -го порядка;
- получены представления многообразия решений нагруженных линейных обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка с левой, правой и внутренней сингулярной или сверх-сингулярной точкой и с интегральными условиями, изучены поведения полученных решений.
- получены представления многообразия решений для вырождающегося нагруженного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, с левой сингулярной точкой и с интегральными условиями;
- ставятся и исследуются задачи типа Коши и линейного сопряжения с условиями в особых точках.

Теоретическая и практическая ценность. Исследования, содержащиеся в диссертации, носят теоритический характер. Результаты могут быть использованы для дальнейшего развития теории нагруженных дифференциальных уравнений с интегральными условиями при чтении специальных курсов для студентов и докторантов Phd высших учебных заведений, обучающихся по специальности математика, физика и прикладная математика.

Положения, выносимые на защиту:

- теоремы о получении представления многообразия решений нагруженных линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с интегральными условиями первого порядка; второго порядка с постоянными и переменными коэффициентами; n -го порядка;
- теоремы о получении представлений многообразия решений нагруженных линейных обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка с левой, правой и внутренней сингулярной или сверх-сингулярной точкой и с интегральными условиями;
- теоремы о получении представления многообразия решений для вырождающегося нагруженного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, с левой сингулярной точкой и с интегральными условиями;
- теоремы о разрешимости граничных задач для полученных интегральных представлений, когда общее решение содержит произвольные постоянные.

Личной вклад соискателя. Содержание диссертации и основные положения выносимые на защиту, отражают персональный вклад автора в опубликованных работах. Из совместных работ с Р.Акбаровым [1-А,2-А], Н.Раджабовым [5-А], и Ф.М. Шамсудиновым [7-А], постановка задач и выбор метода доказательств принадлежат научным руководителям, все выкладки и обоснование принадлежат автору.

Апробация работы. Основные результаты диссертации неоднократно докладывались и обсуждались на:

- семинарах кафедры математического анализа и теории функции ТНУ под руководством д.ф.м.-н., академика АН РТ Раджабов Н.Р. (Душанбе, 2015-2018 г);

- семинарах кафедры математического анализа и теории функции Кулябского государственного университета под руководством д.ф.м.-н., профессора **Акбарова Р** и д.ф.м.-н. профессора Абдулло Табарова (г. Куляб, 2013-2019г);

- Международной научно-практической конференции «Современные проблемы математики и ее преподавания», посвященной 20- летию Конституции Республики Таджикистан и 60- летию ученых - математиков

А.Мухсинова, А.Б.Назимова, С.Байзоева, Д.Осимовой, К.Тухлиева (Худжанд, ХГУ им. Б.Гафурова, 2014г);

- Международной научной конференции «Дифференциальные и интегральные уравнения с сингулярными коэффициентами и краевые задачи» посвященной 90-летию академика АН РТ Михайлова Л.Г. (г. Душанбе, 27-28 февраля 2018г);

- Международной научно-теоретической конференции «Современные задачи математики и их приложения», посвященной 80-летию академика АН РТ Раджабова Н. (Душанбе, 25-сентября 2018г.-С.77-78);

- Республиканской научно-практической конференции «Современные проблемы точных наук и их роль в формировании научного мировоззрения общества», посвященной 30-летию государственной независимости Республики Таджикистан (Худжанд, 26-27 октября 2018г);

- Республиканской научно-практической конференции «Воспитание и подготовка учителей математики в педагогических вузах Таджикистана в современном этапе», посвященной 80-летию доктора педагогических наук, профессора Гуломова И.Н (Куляб, 8 июня 2019г.).

Публикации. Основные результаты по теме диссертации опубликованы в 15 работах автора. Из них 5 статей опубликованы в изданиях, входящих в перечень ВАК при Президенте Республики Таджикистан, одна статья в другом издании, остальные в материалах республиканских и международных конференциях.

Объем и структура диссертации. Диссертация состоит из введения, 3 глав, заключения и списка литературы, состоящего из 133 наименований. Общий объём диссертации составляет 110 страниц машинописного текста. Для удобства в диссертации применена сквозная нумерация теорем, замечаний и формул, имеющих тройную нумерацию, в которой первая цифра совпадает с номером главы, вторая указывает на номер параграфа, а третья на порядковый номер теорем, замечаний или формул в данном параграфе.

Краткое содержание работы

Во введение обосновывается актуальность темы рассматриваемой диссертации, формулируется цель исследования, приводится краткий обзор работ, связанных с темой диссертации, а также приводятся основные результаты исследования.

Первый и второй параграф первой главы посвящены исследованию нагруженного линейного дифференциального уравнения первого порядка и нагруженного уравнения Бернулли с интегральными условиями. Сначала находится общее решение данных уравнений, далее для определения

неизвестных $\alpha_k (1 \leq k \leq n)$, используя интегральные условия, решаются линейные алгебраические системы уравнений.

В третьем параграфе первой главы изучается нагруженное линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с интегральными условиями. Находится общее решение уравнения, для определения неизвестных $\alpha_k (1 \leq k \leq n)$, используя интегральные условия, решается линейная алгебраическая система уравнений.

Четвертый параграф первой главы посвящен исследованию в интервале $\Gamma = \{x: a < x < b\}$ нагруженного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами

$$y'' + py' + qy = f(x) + \sum_{k=1}^n \alpha_k \theta_k(x), \quad (1)$$

с интегральными условиями вида

$$\int_a^b \varphi_i(x) y(x) dx = h_i, \quad i = \overline{1, m}. \quad (2)$$

где $f(x) \in C(a, b)$, $\theta_k(x) \in$

$C(a, b)$, $\varphi_i(x) \in C([a, b])$ – заданные функции, p, q – заданные постоянные числа $i = \overline{1, m}, k = \overline{1, n}$, α_k – неизвестные постоянные параметры наряду с искомой функцией $y(x)$.

Справедливо утверждение:

Теорема 1.4.1. Пусть в нагруженном дифференциальном уравнении (1) p, q – постоянные числа, $f(x) \in C(a, b)$, $\theta_k(x) \in C(a, b)$, $k = \overline{1, n}$. Тогда решение линейного дифференциального уравнения (1) с интегральными условиями (2) сводится к решению алгебраической системы уравнений

$$\sum_{k=1}^n \alpha_k c_{ik} = d_i \quad (i = \overline{1, m}), \quad (3)$$

Теорема 1.4.2. Пусть в нагруженном дифференциальном уравнении (1) p, q – постоянные числа, $f(x) \in C(a, b)$, $\theta_k(x) \in C(a, b)$, $k = \overline{1, n}$.

Тогда:

- а) Если ранг основной и расширенной матриц системы уравнений (3) равен числу неизвестных $r = n$ и определитель системы $\det c_{ik} \neq 0$, то линейная алгебраическая система (3), следовательно, уравнение (1) имеет единственное решение.
- б) Если ранг основной и расширенной матриц системы уравнений (3) меньше числа неизвестных $r < n$, то линейная алгебраическая система

уравнений (3) неопределенна, система уравнений(3), следовательно уравнение (1) имеет бесконечное число решений.

Далее изучается поведение полученных решений.

Замечание 1.4.1. Аналогичные утверждения получены для случаях, когда $k_1 = k_2$ - вещественные равные, $k_1 = \alpha + i\beta$, $k_2 = \alpha - i\beta$ – комплексно- сопряженные.

Объектом исследования пятого и шестого параграфа первой главы являются неоднородное нагруженное линейное дифференциальное уравнения n-го порядка и нагруженная неоднородная линейная система дифференциальных уравнений с интегральными условиями, решение которых сводится к решению соответствующих линейных алгебраических систем уравнений.

Во второй главе диссертационной работы изучаются нагруженные дифференциальные уравнения первого порядка с правой, левой и внутренней сингулярной или сверх- сингулярной точкой с интегральными условиями.

В первом и втором параграфах главы 2 для неоднородного нагруженного линейного дифференциального уравнения с правой или левой сингулярной точкой и с интегральными условиями получены представления многообразия решений, содержащие одну произвольную постоянную. Изучены свойства полученных решений и выяснена корректная постановка граничных задач типа Коши.

Параграф 3 главы 2 посвящен изучению линейного нагруженного неоднородного дифференциального уравнения первого порядка с внутренней сингулярной точкой и с интегральными условиями на интервале $\Gamma = \{a < x < b\}$ вида

$$y'(x) + \frac{p(x)}{|x - c|} y(x) = \frac{q(x)}{|x - c|} + \sum_{k=1}^n \alpha_k \theta_k(x), \quad (4)$$

с интегральными условиями

$$\int_a^b \varphi_i(t) y(t) dt = h_i, \quad i = \overline{1, m}. \quad (5)$$

где $p(x)$, $q(x)$, $\theta_k(x)$, $\varphi_i(x)$ – заданные функции из класса $C[a, b]$, h_i ($i = \overline{1, m}$) – некоторые заданные постоянные, α_k ($k = \overline{1, n}$) – неизвестные параметры.

Справедливо утверждение

Теорема 2.3.1. Пусть в дифференциальном уравнении (4) $p(x) \in C(\Gamma_0^1 \cup \Gamma_0^2)$ и имеет разрыв первого рода в точке $x = c$, коэффициенты и правые части удовлетворяют условиям:

- функция $p(x)$ в окрестности точки $x = c$ удовлетворяет условию Гёльдера:

$$|p(x) - p(c \pm 0)| \leq H_2 |x - c|^\alpha, \quad (1 < \alpha < n) \quad (6)$$

- при $p(c - 0) > 0$, $\theta_k(c - 0) = 0$ с асимптотическим поведением

$$\theta_k(x) = o[(c - x)^{\delta_1}], \quad \delta_1 > p(c - 0) - 1, \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

$q(c - 0) = 0$ с асимптотическим поведением

$$q(x) = o[(c - x)^{\delta_2}], \quad \delta_2 > p(c - 0), \quad (8)$$

$$\varphi_j(x) \in C(\bar{\Gamma}), \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

- при $p(c - 0) < 0$, $\theta_k(c - 0) = 0$ с асимптотическими поведением

$$\theta_k(x) = o[(c - x)^\varepsilon], \quad \varepsilon > 0 \quad \text{при } x \rightarrow c - 0; \quad (9)$$

$q(c - 0) = 0$ с асимптотическим поведением

$$q(x) = o[(c - x)^\varepsilon], \quad \varepsilon > 0 \quad \text{при } x \rightarrow c - 0; \quad (10)$$

- при $p(c + 0) > 0$, $q(c + 0) = 0$ с асимптотическим поведением

$$p(x) = o[(x - c)^\varepsilon], \quad \varepsilon > 0; \quad (11)$$

$\theta_k(c + 0) = 0$ с асимптотическим поведением

$$\theta_k(x) = o[(x - c)^\varepsilon], \quad \varepsilon > 0; \quad (12)$$

- при $p(c + 0) < 0$, $q(c + 0) = 0$ с асимптотическим поведением

$$q(x) = o[(x - c)^{\delta_3}], \quad \delta_3 > |p(c + 0)| \quad \text{при } x \rightarrow c + 0; \quad (13)$$

$\theta_k(c + 0) = 0$ с асимптотическим поведением

$$\theta_k(x) = o[(x - c)^{\delta_4}], \quad \delta_4 > |p(c + 0)| - 1 \quad (14)$$

для всех $k = 1, 2, \dots, n$.

Кроме того, для сходимости интегралов в левой и правой частях равенства

$$\sum_{k=1}^n \alpha_k A_{kj} = B_j(C_1, C_2), \quad 1 \leq j \leq m$$

необходимо, чтобы,

- при $p(c - 0) < 0$, $\varphi_j(c - 0) = 0$ с асимптотическими поведением

$$\varphi_j(x) = o[(c - x)^{\delta_5}], \quad \delta_5 > |p(c - 0)| - 1 \quad \text{при } x \rightarrow c - 0, \quad (15)$$

для всех $j = 1, 2, \dots, n$;

при $p(c - 0) > 0$, $\varphi_j(x) \in C(\bar{\Gamma})$ ($1 \leq j \leq n$);

-при $p(c+0) > 0$, $\varphi_j(c+0) = 0$ с асимптотическими поведением

$$\varphi_j(x) = o[(x-c)^{\delta_6}], \quad \delta_6 > |p(c+0)| - 1 \quad (16)$$

для всех $j = 1, 2, \dots, n$;

$$\text{при } p(c+0) < 0 \quad \varphi_j(x) \in C(\bar{\Gamma})(1 \leq j \leq n); \quad (17)$$

постоянные $A_{kj}(1 \leq k, j \leq n)(m = n)$, такие что $\det|A_{kj}| \neq 0$. Тогда общее решение дифференциального уравнения (4) с интегральными условиями (5) представимо в виде

$$y(x) = \begin{cases} T_1[C_1, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, q(x), \theta_1(x), \dots, \theta_n(x)], & \text{когда } x \in \Gamma_1, \\ T_2[C_2, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, q(x), \theta_1(x), \dots, \theta_n(x)], & \text{когда } x \in \Gamma_2, \end{cases} \quad (18)$$

где

$$T_1[C_1, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, q(x), \theta_1(x), \dots, \theta_n(x)], T_2[C_2, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, q(x), \theta_1(x), \dots, \theta_n(x)]$$

- известные интегральные операторы, C_1, C_2 - произвольные постоянные.

Полученное решение обладает свойствами

$$[y_1(x)(c-x)^{-p(c-0)}]_{x=c-0} = C_1, \quad (19)$$

$$[y_2(x)(x-c)^{p(c+0)}]_{x=c+0} = C_2. \quad (20)$$

На основе полученного многообразия решений и свойств (19), (20) ставятся и решаются задачи типа Коши и линейного сопряжения.

Задача K_1 . Требуется найти решение дифференциального уравнения (4) с интегральными условиями (5) из класса $C'(\Gamma \setminus \{C\})$, удовлетворяющее условиям

$$\begin{cases} [y(x)(c-x)^{-p(c-0)}]_{x=c-0} = E_1 \\ [y(x)(x-c)^{p(c+0)}]_{x=c+0} = E_2, \end{cases} \quad (21)$$

где E_1, E_2 - заданные постоянные числа.

Задача K_2 . Требуется найти решение дифференциального уравнения (4) с интегральными условиями (5) из класса $C'(\Gamma \setminus \{c\})$, удовлетворяющее условиям

$$\begin{cases} B_1[y(x)(c-x)^{-p(c-0)}]_{x=c-0} + B_2[y(x)(x-c)^{p(c+0)}]_{x=c+0} = D_1 \\ B_3[y(x)(c-x)^{-p(c-0)}]_{x=c-0} + B_4[y(x)(x-c)^{p(c+0)}]_{x=c+0} = D_2, \end{cases} \quad (22)$$

где $B_j(1 \leq j \leq 4), D_1, D_2$ - заданные постоянные числа.

В параграфах 4 и 5 главы 2 на интервале $\Gamma = \{a < x < b\}$ исследуются линейные неоднородные дифференциальные уравнения первого порядка с левой и правой сверх-сингулярной точкой и с интегральными условиями. Для рассматриваемых уравнений получены представления

многообразия решений при помощи одной произвольной постоянной, изучены свойства полученных решений и выяснена корректная постановка граничных задач типа Коши.

Шестой параграф главы 2 посвящен исследованию неоднородного нагруженного линейного дифференциального уравнения с внутренней сверх- сингулярной точкой и с интегральными условиями. Получены представления многообразия решений для рассматриваемого уравнения при помощи двух произвольных постоянных, изучены свойства полученных решений и выяснена корректная постановка граничных задач типа Коши и линейного сопряжения.

В третьей главе для вырождающегося нагруженного дифференциального уравнения второго порядка с интегральными условиями, в зависимости от знака корней характеристического уравнения получено многообразие решений через произвольные постоянные, найдена формула обращения интегральных представлений, выяснена корректная постановка граничных задач типа Коши.

Параграфы 1 главы 3. На Γ рассмотрим обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка вида

$$(D_a^x)^2 \varphi(x) + pD_a^x \varphi(x) + q\varphi(x) = f(x) + \sum_{k=1}^n \alpha_k \theta_k(x) \quad (23)$$

с интегральными условиями

$$\int_a^b \omega_j(x) \varphi(x) dx = h_j \quad (1 \leq j \leq m), \quad (24)$$

где p, q – известные постоянные, $f(x), \theta_k(x)$ ($1 \leq k \leq n$), $\omega_j(x)$ ($1 \leq j \leq m$) – известные функции, α_k ($1 \leq k \leq n$) неизвестные постоянные, $D_a^x = (x-a) \frac{d}{dx}$.

Теорема 3.1.1. Пусть в дифференциальном уравнении (23) с интегральными условиями (24), $p < 0, q > 0$ т.е. корни характеристического уравнения

$$\lambda^2 + p\lambda + q = 0, \quad (25)$$

вещественные, разные и положительные $\lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0$, функции

$f(x), \theta_k(x)$ ($1 \leq k \leq n$), $\omega_j(x)$ ($1 \leq j \leq m$) удовлетворяют условиям

$f(x) \in C(\bar{\Gamma}), f(a) = 0$ с асимптотическим поведением

$$f(x) = O\left[(x-a)^{\delta_1}\right], \delta_2 > \lambda_1 \text{ при } x \rightarrow a. \quad (26)$$

и $\theta_k(x) \in C(\bar{\Gamma})$ ($1 \leq k \leq n$), $\theta_k(a) = 0$ с асимптотическим поведением

$$\theta_k(x) = O\left[(x-a)^{\delta_3}\right], \delta_3 > \lambda_1 \text{ при } x \rightarrow a. \text{ для всех } (1 \leq k \leq n) \quad (27)$$

$$\omega_j(x) \in C(\bar{\Gamma}) (1 \leq j \leq m) \quad (28)$$

и такие что $\Delta^1 = \det \|M_{jk}^1\| \neq 0$. Тогда общее решение дифференциального уравнения (23) с интегральными условиями (24) из класса $C^2(\Gamma)$ представимо в виде

$$\varphi(x) = K_1 \left[C_1, C_2, f(x), \frac{\Delta_1}{\Delta}, \frac{\Delta_2}{\Delta}, \dots, \frac{\Delta_n}{\Delta}, \theta_1(x), \dots, \theta_n(x) \right] \quad (29)$$

где C_1, C_2 – произвольные постоянные.

Полученное решение обладает свойствами

$$C_1 = \left[(x-a)^{-\lambda_1} (D_a^x \varphi - \lambda_2 \varphi) \right]_{x=a}, \quad (30)$$

$$C_2 = \left[(x-a)^{-\lambda_2} (\lambda_1 \varphi - D_a^x \varphi) \right]_{x=a}. \quad (31)$$

На основе полученного решения и свойств решения для уравнения (23) с интегральными условиями (24) ставится граничная задача:

Задача K_1 . Требуется найти решение дифференциального уравнения (23) с интегральными условиями (31) при $p < 0, q > 0$ по граничным условиям:

$$\left. \begin{aligned} \left[(x-a)^{-\lambda_1} (D_a^x \varphi - \lambda_2 \varphi) \right]_{x=a} &= E_1 \\ \left[(x-a)^{-\lambda_2} (\lambda_1 \varphi - D_a^x \varphi) \right]_{x=a} &= E_2 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (K_1)$$

где E_1, E_2 – заданные постоянные числа.

Теорема 3.1.2. Пусть в дифференциальном уравнении (23) с интегральными условиями (24) постоянные p, q , функции $p, q, f(x), \theta_k(x) (1 \leq k \leq n), \omega_j(x) (1 \leq j \leq n)$ удовлетворяют условиям теоремы 3.1.1. Тогда задача K_1 имеет единственное решение, которое выражается равенством

$$\varphi(x) = K_1 \left[E_1, E_2, f(x), \frac{\Delta_1}{\Delta}, \frac{\Delta_2}{\Delta}, \dots, \frac{\Delta_n}{\Delta}, \theta_1(x), \dots, \theta_n(x) \right].$$

Замечание 1. Утверждения, подобные теореме 3.1.1, получены и в случаях $p > 0, q > 0 (\lambda_1 < 0, \lambda_2 < 0)$; $p < 0, q > 0$; $p > 0, q < 0$; $p^2 - 4q > 0$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные научные результаты диссертационной работы

Ниже приводим основные результаты, отраженные в диссертации:

- получены представления общего решения для обыкновенных дифференциальных уравнений с нагрузкой в правой части и дополнительными условиями следующего вида: линейного уравнения первого порядка, уравнения второго порядка с постоянными и переменными коэффициентами, уравнения n -го порядка, и изучены поведения полученных решений.

- получены представления многообразия решений, для нагруженного уравнения первого порядка с левой, правой и внутренней сингулярной и сверх- сингулярной точкой. Изучены поведения полученных решений в окрестности особой точки и выяснена корректная постановка задач типов Коши и линейного сопряжения;
- получены представления многообразия решений для вырождающегося нагруженного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и с левой сингулярной точкой в зависимости от корней соответствующего характеристического уравнения (когда: корни вещественные и разные, корни вещественные и равные и корни комплексно-сопряженные).

Изучены свойства полученных решений в окрестности особой точки и выяснена корректная постановка задач типов Коши с условиями в особой точке.

Рекомендации по практическому использованию результатов

Материалы диссертации носят теоретический характер. Развитые в ней методы и полученные результаты могут применяться в теории дифференциальных уравнений в частных производных с сингулярными коэффициентами, различных прикладных задачах.

Приведённые в работе исследования могут быть использованы при чтении специальных курсов для студентов и докторантов Phd высших учебных заведений, обучающихся по специальности математика, физика и прикладная математика.

Публикации автора по теме диссертации

Статьи, опубликованные в рецензируемых журналах из перечней ВАК при Президенте Республики Таджикистан и Российской Федерации:

[1-А] *Каримова Н.* Нахождение решений неоднородного линейного дифференциального уравнения первого порядка с нагруженными свободными членами и с дополнительными условиями / Р. Акбаров, Н.Каримова // Доклады Академии наук Республики Таджикистан.-2013.-Т.56.-№1.-С.23-25

[2-А] *Каримов Н.* О решении линейного неоднородного дифференциального уравнения n-го порядка с нагруженными свободными членами и с дополнительными условиями / Р.Акбаров, Н.Каримова //Доклады Академии наук Республики Таджикистан.-2013.-Т.56.-№10.-С.773-778.

[3-А] *Каримова Н.* О решении неоднородных линейных систем, дифференциальных уравнений с нагруженными свободными членами и с некоторыми дополнительными условиями / Н. Каримова // Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук. -2015.- №1|4 (168).-С.20-26.

[4-А] *Каримова Н.* Интегральное представление решений неоднородных линейных дифференциальных уравнений первого порядка с одной сингулярной точкой, нагруженных свободными членами и с дополнительными условиями / Н. Каримова // Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук. -2018.-№2.-С.34-37.

[5-А] *Каримова Н.Ш.* К теории одного класса вырождающиеся нагруженного дифференциального уравнения с интегральными условиями / Н.Раджабов, Н.Ш.Каримова // Изв. АН РТ. Отд. физ. – мат. хим., геол. и техн. н., 2020. -№ 3 (160).- С.7-14.(в печати)

Статьи опубликованные в других журналах, изданиях и сборниках:

[6-А] *Каримова Н.Ш.* Об одном уравнении первого порядка с внутренней сингулярной точкой, нагруженными свободными членами и с интегральными условиями / Н.Каримова // Вестник Бохтарского государственного университета. Серия естественных наук. -2020. - №2/2(75). - С.20-28.

Материалы конференций, тезисы докладов:

[7-А] *Каримова Н.Ш.* Об одном дифференциальном уравнения второго порядка с внутренней сингулярной точкой, нагруженными свободными членами и с интегральными условиями / Н.Ш.Каримова, Н.Раджабов, Ф.М. Шамсудинов //Материалы республиканской научно-практической конференции « Современные проблемы теории дифференциальных уравнений» посвященной 80 - летию профессора Исмати М. Душанбе, 26 сентября 2020г.- С.222-227.

[8-А] *Каримова Н.Ш.* Интегральное представление решений и граничные задачи для одного нагруженного дифференциального уравнения с левой супер-сингулярной точкой и с интегральными условиями / Н.Ш.Каримова, Ф.М. Шамсудинов // Материалы республиканской научно-практической конференции « Современные проблемы математики дифференциальных уравнений» “Математиканинг замонавий масалалари: муаммолар ва ечимлар” Термез, Узбекистан, 21-23 октября 2020г. – С. – 113-115.

[9-А] *Каримова Н.* Об ограниченных решениях линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, нагруженными свободными членами и дополнительными условиями / Н.Каримова // Материалы международной, научной конференции, посвященной 20-летию Конституции Республики Таджикистан и 60- летию ученых математиков А.Мухсинова, А.Б. Назимова, С. Байзоева, Д. Осимовой, К.Тухлиева. «Современные проблемы математики и её преподавания». Ученые записки. Естественные и экономические науки. Издание Худжандского государственного университета им. академика Б.Г.Гафурова.-2014.-№2.-Ч.1.-С.175.

[10-А] *Каримова Н.* Некоторые решения линейных систем с нагрузками и с дополнительными условиями / Н.Каримова // Материалы второй международной конференции «Вопросы современной науки: проблемы, тенденции и перспективы» (16 мая 2016г). Chronos Journal. Журнал научных публикаций.-2016.-№2.- С.6-9.

[11-А] *Каримова Н.* Об исследовании одного неоднородного линейного дифференциального уравнения первого порядка с одной сингулярной точкой, нагруженными свободными членами и с дополнительными условиями //Материалы международной научной конференции «Дифференциальные и интегральные уравнения с сингулярными коэффициентами и краевые задачи теории функции» посвященной 90- летию академика АН РТ Михайлова Л.Г. Душанбе, 27-28 февраля 2018г.-С.89-90.

[12-А] *Каримова Н.* Интегральное представление решений неоднородного линейного дифференциального уравнения первого порядка с одной левой сингулярной точкой, нагруженными свободными членами и с дополнительными условиями / Н.Каримова // Материалы международной научно-теоретической конференции «Современные задачи математики и их приложения» посвященной 80-летию академика АН РТ Раджабова Н. Душанбе, 25-26 сентября 2018г.-С.77-78.

[13-А] *Каримова Н.* Интегральное представление решений и граничные задачи для линейного обыкновенного дифференциального уравнения с внутренней сингулярной точкой, нагруженными свободными членами и с дополнительными условиями / Н.Каримова // Материалы республиканской научно-практической конференции « Современные проблемы точных наук и их роль в формировании научного мировоззрения обществ» посвященной 30-

летию государственной независимости Республики Таджикистан. Худжанд, 26-27 октября 2018г.-С.102-105.

[14-А] *Каримова Н.* Об одном интегральном представлении решений неоднородного линейного дифференциального уравнения первого порядка с правой сингулярной точкой, нагруженными свободными членами и с дополнительными условиями / Н.Каримова, М.Мирзоева //Материалы республиканской научно-практической конференции «Воспитание и подготовка учителей математики в педагогических вузах Таджикистана в современном этапе» посвящённой 80-летию доктора педагогических наук, профессора Гуломова И.Н., Куляб, 8-июня 2019г.-С.27-30.

[15-А] *Каримова Н.Ш.* Об одном уравнении первого порядка с левой сверх-сингулярной точкой, нагруженными свободными членами и с интегральными условиями / Н.Ш.Каримова // Материалы республиканской научно-практической конференции « Современные проблемы теории дифференциальных уравнений» посвященной 80- летию доктора педагогических наук, профессора Саттарова А.Э., Бохтар, 5 декабря 2020г.- С.222-227.

**ВАЗОРАТИ МАОРИФ ВА ИЛМИ ҶУМҲУРИИ ТОҶИКИСТОН
ДОНИШГОҲИ ДАВЛАТИИ КҶЛОБ
БА НОМИ АБҶАБДУЛЛОҲИ РҶДАКӢ**

УДК 517.927

Бо ҳуқуқи дастнавис

Каримова Назокат Шералиевна

**ОИД БА НАЗАРИЯИ ЯК СИҶФИ МУОДИЛАҲОИ
ДИФФЕРЕНСИАЛИИ САРБОРИДОРИ ТАНАЗУЛӢБАНДА БО
ШАРТҲОИ ИНТЕГРАЛӢ**

АВТОРЕФЕРАТ

Рисолаи номзадӢ барои дарӢфти дараҷаи илмии номзоди илмҲои физика-
математика аз рӯи ихтисоси 01.01.02 – муодилаҲои дифференсиалӢ,
системаҲои динамикӢ, идоракунии оптималӢ

Душанбе – 2021

Қор дар кафедраи таҳлили математикӣ ва назарияи функсияҳои Донишгоҳи давлатии Қўлоб ба номи Абӯабдуллоҳи Рӯдакӣ иҷро шудааст.

Консултанти илмӣ: Раджабов Нусрат, академики АМИТ, доктори илмҳои физика- математика, профессор,

Роҳбари илмӣ: Шамсудинов Файзулло Мамадуллоевич доктори илмҳои физика- математика, дотсент

Муқаризони расмӣ: **Расулов Абдурауф Бободжонович** – доктори илмҳои физика- математика, профессор, кафедраи математикаи олий «НИУ МЭИ»
Абдукаримов Махмадсалим Файзуллоевич – номзоди илмҳои физика-математика, дотсент, иҷрокунандаи вазифаи чонишини директори Филиали УДМ ба номи М. В.Ломоносов дар шаҳри Душанбе

Муассисаи пешбаранда: Донишгоҳи давлатии омӯзгории Тоҷикистон ба номи С. Айни;

Химояи рисолаи номзадӣ 21. 04. 2021г., дар соати 10:00 дар маҷлиси шӯрои Диссертатсионии БД.ҚОА-012 дар факултети механика-математикаи Донишгоҳи миллии Тоҷикистон бо суроғай: 734027, ш. Душанбе, кучай Буни - Хисорак, бинои 17, синфхонаи 203баргӯзор мегардад.

Ба рисолаи номзадӣ дар китобхонаи илмии марказии Донишгоҳи миллии Тоҷикистон ва дар сайти: <http://www.tnu.tj> шинос шудан мумкин аст.

Автореферат фиристода шуд « ____ » _____ 2021 г.

Қотиби илмии Шӯрои диссертатсионии БД.ҚОА-012, доктори илмҳои физикаю математика, дотсент



Одинаев Р. Н.

Муқаддима

Мубрамӣ ва зарурати баргузории таҳқиқ аз рӯи мавзӯи диссертатсия. Объекти асосии рисолаи номзадӣ аз инкишофи минбъадаи назарияи муодилаҳои дифференсиалии сарборидор бо шартҳои интегралӣ иборат аст.

Омӯзиши муодилаҳои дифференсиалии бо сарборӣ яке аз равияҳои муҳимми назарияи муодилаҳои дифференсиалии оддӣ ва муодилаҳо бо ҳосилаҳои хусусӣ ба шумор меравад. Зарур будани таҳқиқи масъалаҳои канорӣ барои муодилаҳои дифференсиалии бо сарборӣ бо татбиқи бешумори амалии онҳо дар газодинамика, назарияи қатшавиҳои беохир хурди сатҳҳо, дар назарияи бе моменти қабатҳо, дар гидродинамикаи магнитӣ, дар назарияи пароканиши электронӣ, дар пешгӯии савияи обҳои зеризаминӣ, дар биологияи математикӣ ва дигар соҳаҳо ба вучуд омадааст. Инчунин маълум аст, ки бисёр масъалаҳои аз ҳад муҳими физика ва биологияи математикӣ, махсусан, масъалаҳои пешгӯии дарозмӯҳлат ва танзими обҳои зеризаминӣ, масъалаҳои бо суръати охирик интиқол додани ҳарорати масса, ҳарорати моеъи кам фишурдашавандаи бо муҳити ковокдор ихота шуда, идораи оптималии агроэкосистемаҳо ба масъалаҳои канорӣ барои муодилаҳои дифференсиалии хаттии сарборидор бо ҳосилаҳои хусусӣ меоранд. Инҳо боиси зарур будани таҳқиқи масъалаҳои канорӣ барои муодилаҳои сарборидор мешаванд.

Дар солҳои охир дар соҳаи муодилаҳои дифференсиалии сарборидор, ки бо масъалаҳои амалии гуногуни механика, биология ва химия бо ёрии муодилаҳои сарборидор (масъалаи идоракунӣ барои як системаи муодилаҳои дифференсиалии сарборидор бо шартҳои ҷудонашудаи бисёрнуқтавии фосиланок) алоқаманданд, тадқиқотҳои босуръат гузаронида мешавад.

Баъзе натиҷаҳои назаррас дар назарияи муодилаҳои дифференсиалии оддии сарборидор ва муодилаҳо бо ҳосилаҳои хусусӣ дар қорҳои М.В. Келдыш⁴¹, А.В. Бицадзе⁴², А.М. Нахушев^{43,44,45,46}, М.М. Смирнов⁴⁷, Л.Г.

⁴¹ Келдыш М.В. О некоторых случаях вырождения уравнения эллиптического типа на границе области / М.В. Келдыш//Докл. АН СССР. – 1951. – Т. 77. - №2. – С. 181 – 183.

⁴² Бицадзе А.В. Некоторые классы уравнений в частных производных. - М., 1981. - 448 с.

⁴³ Нахушев А.М. Уравнения математической биологии. М., 1995. -301 с.

⁴⁴ Нахушев А.М. Дробное исчисление и его применение. М., 2003. -272 с.

⁴⁵ Нахушев А.М. Задачи со смещением для уравнений в частных производных / А.М. Нахушев. – М.: Наука, 2006. – 287с

⁴⁶ Нахушев А.М. Нагруженные уравнения и их применение. - М.:Наука, 2012.-231с.

Михайлов⁴⁸, Н. Раджабов^{49,50}, К.Б.Сабитов^{51,52}, И.С.Ломов⁵³, А.Х.Аттаев⁵⁴, А.В. Бородин⁵⁵, М.Т.Дженалиев⁵⁶, А.И.Кожанов⁵⁷, В.И.Жегалов⁵⁸, Д.С.Сафаров⁵⁹, С.А.Исхоков⁶⁰ ва дигар муалифон ба даст оварда шудааст.

Дар солҳои шастум А.В. Битсадзе проблемаи ҷустуҷӯи масъалаҳои канонии дуруст гузошташударо барои муодилаи намуди омехтаи тартиби ду бо ду тағйирёбандаҳои новобаста пешниҳод карда буд. Барои амалӣ гардонидани ин проблема А.М. Нахушев соли 1969 як қатор масъалаҳои намуди нав пешниҳод намуд, ки ба адабиёти математикӣ бо унвони масъалаҳои канонии омехта дохил шуд ва баъд маълум шуд, ки онҳо ба муодилаҳои дифференсиалии саборидор алоқаманданд.

Нахустин қорҳо нисбати муодилаҳои саборидор ба муодилаҳои интегралӣ саборидор бахшида шудаанд. Мафҳуми муодилаи саборидор

⁴⁷ Смирнов М.М. Вырождающиеся гиперболические уравнения / М.М. Смирнов. – Минск: Вышэйшая школа, 1977. – 157с.

⁴⁸ Михайлов Л.Г. Об одном способе исследования систем обыкновенных дифференциальных уравнений с сингулярными точками / Л.Г. Михайлов // Докл. АН России. – 1994. – Т. 336. – №1. – С. 21 – 23.

⁴⁹ Раджабов Н. Интегральные представления и граничные задачи для некоторых дифференциальных уравнений с сингулярными линиями или сингулярными поверхностями / Н. Раджабов Душанбе. Изд. ТГУ. 1980. – Ч. I. 127 с.; Ч. II. 1981, 170 с.; Ч. III. 1982, 170 с.

⁵⁰ Rajabov N. R. Introduction to ordinary differential equations with singular and super – singular coefficients / N. R. Rajabov. – Dushanbe: TSNU, 1998. – 158 p.

⁵¹ Сабитов К.Б., Хаджи И.А. Краевая задача для уравнения Лаврентьева-Бицадзе с неизвестной правой частью // Изв. вузов. Матем. – 2011. - №5. – С.44-52.

⁵² Сабитов К. Б., Зайцева Н. В. Начальная задача для **V** -гиперболического уравнения с интегральным условием второго рода // Дифференц. уравнения. – 2018. – Т. 54. – № 1. – С. 123–135.

⁵³ Ломов И. С. Равномерная сходимости разложений по корневым функциям дифференциального оператора с интегральными краевыми условиями // Дифференц. уравнения. – 2019. – Т. 55. – № 4. – С. 486–49.

⁵⁴ Аттаев А.Х. О некоторых задачах для нагруженного дифференциального уравнения в частных производных первого порядка // Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат.науки 2016.№4-1(16). - С.9-14.

⁵⁵ Бородин А.В. Дифференцируемость по параметру решений нелинейно нагруженных краевых задач для уравнений в частных производных второго порядка // Дифференц. уравнения. 1979. - Т. 15. -№ 1. - С. 18 – 26.

⁵⁶ Дженалиев М.Т. Нагруженные уравнения как возмущение дифференциальных уравнений. Алматы: Гылым, 2010. - 336с.

⁵⁷ Кожанов А.И. Нелокальные задачи с условиями для некоторых классов уравнений с частными производными/А.И.Кожанов // Тр.Матем. центра им. Лобачевского. – Казань: Из-во Казан. Матем. Об-ва, 2014. - Т.49. – С. 36-38.

⁵⁸ Жегалов В. И. О краевых задачах со смешениями для уравнений гиперболического и смешанного типа / В. И. Жегалов // Differential equations and applications (I) – Proc. of the third conference “Rousse -85” . - Bulgaria, 1987- P.139 – 142.

⁵⁹ Сафаров Д.С., Кулобиев М. Двоякопериодическое решение нагруженного уравнения обобщенных аналитических функций/ Д.С.Сафаров, М.А.Кулобиев// Вестник Кургантүбинского государственного университета имени Н.Хусрава. – Кургантүбе. – №2/3(66) . – С. 5-11.

⁶⁰ Исхоков С.А. О существовании и гладкости обобщенного решения нелинейного дифференциального уравнения с вырождением // Дифференц. уравнения. - 2008. –Т.44. - №1. – С.232-245.

бори аввал дар корҳои А. Кнесер^{61,62}, L. Lichtenstein⁶³, Н. М. Гюнтер⁶⁴, Н. Н. Назаров⁶⁵ нисбати муодилаҳои интегралӣ пайдо шуда буданд.

Таърифи муодилаи интегралӣ саборидор аз тарафи Кнезер дода шуда, дар китоби В. И. Смирнов⁶⁶ оварда шудааст.

Дар корҳои А.М. Нахушев⁶⁷ таърифи умумитари муодилаи саборидор ва таснифи муфассали муодилаҳои саборидори гуногун: саборидори дифференциалӣ, интегралӣ, интегро-дифференциалӣ, муодилаҳои функционалӣ, инчунин тадқиқҳои бисёри онҳо дода шудааст.

Дар монографияи М.Т. Дженалиев⁶⁸ миқдори зиёди адабиёти илмӣ нисбати тадқиқи муодилаҳои саборидори эллиптикӣ, параболикӣ ва гиперболикӣ чамъ оварда шудааст.

Маҳз натиҷаҳои назарраси А.М. Нахушев⁶⁹ ва шогирдонаш ба инкишофи минбаъдаи омӯзиши масъалаҳои канорӣ барои муодилаҳои дифференциалии сарборидор ибтидо гузошанд.

Қайд мекунем, ки масъалаҳои канорӣ нисбати муодилаҳои сарборидор барои муодилаҳои дифференциалии оддии тартибҳои як ва ду кам омӯхта шудаанд. Танҳо корҳои И.С.Ломов⁷⁰, К.Р.Айдазаде⁷¹ и В.М.Абдуллаев^{72,73} ва дигар муаллифониро қайд мекунем.

⁶¹ Kneser A. Belastete Integralgleichungen // Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo. 38. 1914. - P. 169 – 197.

⁶² Kneser A. Die Integralgleichungen und ihre Anwendung in der matem. Physik, 1922.

⁶³ Lichtenstein L. Vorlesungen über einige Klassen nichtlinear Integralgleichungen und Integraldifferentialgleichungen nebst Anwendungen. -Berlin: Springer, 1931. 164 s

⁶⁴ Гюнтер Н.М. Studia Mathematica. 1932. - Т. IV.

⁶⁵ Назаров Н.Н. Об одном новом классе линейных интегральных уравнений // Труды института математики и механики АН УзССР. -Ташкент, 1948. Вып. № 4. С. 77-106.

⁶⁶ Смирнов В.И. Курс высшей математики. Т.2. М., 1974. - 655 с.

⁶⁷ Нахушев А.М. О задаче Дарбу для одного вырождающегося нагруженного интегро дифференциального уравнения второго порядка // Дифференц. уравнения. – 1976. – Т. 12. – № 1. – С. 103-108.

⁶⁸ Дженалиев М.Т. К теории линейных краевых задач для нагруженных дифференциальных уравнений. Алматы, 1995. - 270 с.

⁶⁹

⁷⁰ Ломов И.С. Нагруженные дифференциальные операторы:сходимость спектральных разложений // Дифференц. уравнения. – 2014. – Т.50. – №8. – С. 1077-1086.

⁷¹ Айдазаде К.Р., Абдуллаев В.М. О численном решении нагруженных систем обыкновенных дифференциальных уравнений с неразделенными многоточечными и интегральными условиями //Сиб. журн.вычисл.матем. – 2014. – Т.17. - №1. – С.1-16.

⁷² Абдуллаев В.М. Решение дифференциальных уравнений с неразделенными многоточечными и интегральными условиями/ В.М.Абдуллаев// Сиб. журн. индустр. математики. - 2012. - Т. 15, №3(51). - С. 3-15.

⁷³ Абдуллаев В.М. Численный метод решения нагруженных нелокальных граничных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений // Ж.вычисл.матем. и матем.физ. -2014. – Т. 54. - №7. - С. 1096-1109.

Дар корҳои Р. Акбаров^{74,75,76,77} муодилаҳои интегралӣ сингулярии сарборидошта бо шартҳои интегралӣ дар соҳаҳои комплексӣ дида баромада шудааст.

Дарачаи омӯзиши мушкилоти илмӣ. Натиҷаҳои дар боло ба қайд гирифта шуда, ба муодилаҳои интегралӣ сарборидор, муодилаҳои дифференсиалии оддии тартиби як ва дуи сарборидор ва муодилаҳои намуди эллиптикӣ, параболӣ ва гиперболии сарборидор мансуб аст. Лекин муодилаҳои дифференсиалии оддии сарборидор бо шартҳои интегралӣ, муодилаҳои дифференсиалии сингулярии сарборидор бо шартҳои интегралӣ ва муодилаҳои дифференсиалии таназулёбандаи тартибҳои гуногуни сарборидор бо шартҳои интегралӣ кам омӯхта шудаанд. Аз ин нуқтаи назар масъалаи омӯзиши муодилаҳои дифференсиалии сарборидор бо шартҳои интегралӣ, инчунин муодилаҳои дифференсиалии хаттӣ бо нуқтаҳои сингулярӣ ё суперсингулярии сарборидор бо шартҳои интегралӣ, муодилаҳои дифференсиалии таназулёбандаи тартибҳои гуногуни сарборидор бо шартҳои интегралӣ аз ғоида ҳолӣ нест.

Асоси назариявӣ ва методологии диссертатсияро натиҷаҳои корҳои олимони ватанӣ ва хориҷӣ иборат аст. Дар қори матлуб методҳои назарияи муодилаҳои дифференсиалии оддӣ ва таҳлили математикӣ истифода шудааст. Дар ин ҷабҳа қимати асосии корро паёми Президенти Ҷумҳурии Тоҷикистон, пешвои миллат, мухтарам Эмомали Раҳмон дар маҷлиси олии нисбати масъалаи омӯзиши илмҳои табиӣ дақиқ ва риёзӣ ташкил медиҳад.

ТАВСИФИ УМУМИИ КОР

Мақсади таҳқиқот-Мақсади асосии рисолаи номзадӣ минбаъда инкишоф додани назарияи муодилаҳои дифференсиалии сарборидор бо шартҳои интегралӣ мебошад.

Объекти таҳқиқот. Объекти асосии тадқиқот аз инҳо иборат аст:

- муодилаҳои дифференсиалии хаттии тартиби якуми сарборидор бо шартҳои интегралӣ;
- муодилаҳои дифференсиалии хаттии тартиби дуҷуми сарборидор бо коэффитсиентҳои доимӣ ва тағйирёбанда бо шартҳои интегралӣ;

⁷⁴ Акбаров Р. О характеристическом сингулярном интегральном уравнении с дополнительными членами в правой части и с дополнительными условиями на решения. ДАН РТ, № 5 т. 49, 2006, с. 409- 411.

⁷⁵ Акбаров Р. Нагруженное характеристическое сингулярное интегральное уравнение с ядром Гильберта с дополнительными заданиями граничных моментов. ДАН РТ. Т. 51, № 8, 2008, с. 568 - 571

⁷⁶ Акбаров Р. Нагруженная краевая задача сопряжения обобщенных аналитических функций с дополнительными заданиями граничных моментов. ДАН РТ, Т. 51. № 9, 2008, с. 633 - 637 .

⁷⁷ Акбаров Р. Нагруженная смешанная краевая задача с дополнительными заданиями граничных моментов. ДАН РТ, т. 51. № 11, 2008, с. 797- 802.

- муодилаҳои дифференсиалии хаттии тартиби n -уми сарборидор бо шартҳои интегралӣ;

-муодилаҳои дифференсиалии хаттии тартиби якум бо нуқтаҳои тарафи рост, чап ва дохилии сингулярӣ ва суперсингулярии сарборидор бо шартҳои интегралӣ;

-муодилаҳои дифференсиалии таназулёбандаи тартиби дуҷум бо нуқтаҳои тарафи чапи сингулярии сарборидор бо шартҳои интегралӣ;

Мавзӯи таҳқиқот- Муодилаи дифференсиалии хаттии тартиби якум, дуҷум, n – уми сарборидор, инчунин, муодилаи дифференсиалии оддии сарборидори сингулярӣ тартиби як, ду, муодилаи дифференсиалии таназулёбандаи сарборидор хоси тартиби ду бо шартҳои интегралӣ.

Масъалаҳои тадқиқот:

- Ҳосил намудани тасвирҳои бисёршаклаҳои ҳал барои муодилаҳои дифференсиалии оддии сарборидор бо шартҳои интегралӣ тартиби якум, тартиби дуҷум бо коэффитсиентҳои доимӣ ва тағйирёбанда, инчунин тартиби n -ум;
- Ҳосил намудани тасвирҳои бисёршаклаҳои ҳал барои муодилаҳои дифференсиалии оддии хаттии сарборидори тартиби як бо нуқтаи аз рост, аз чап ва аз дохил сингулярӣ ё суперсингуярӣ бо шартҳои интегралӣ;
- Ҳосил намудани тасвирҳои бисёршаклаҳои ҳал барои муодилаҳои дифференсиалии таназулёбандаи сарборидори тартиби ду бо нуқтаи аз чап сингулярӣ бо шартҳои интегралӣ;
- Гузориши масъала ва ҳалли масъалаҳои канорӣ барои муодилаҳои дифференсиалии дар тадқиқот омӯхташуда.

Усулҳои таҳқиқот: Дар рисола усулҳои умумии назарияи муодилаҳои дифференсиалии оддӣ, инчунин усулҳои ҳосилкунии тасвирҳои интегралӣ ҳал, ки дар қорҳои илмии Н.Раджабов, А.М.Нахушев ва Р.Ақбаров оварда шудаанд, истифода меёбанд.

Алоқамандии қор бо барномаҳои илмӣ (лоиҳаҳо) ва мавзӯҳои илмӣ. Тадқиқоти дисертатсионии мазкур дар амалигардонии нақшаи переспективии илмӣ- татқиқотии кафедраи таҳлили математикӣ ва назарияи функсияҳои факултети физика ва математикаи ДДК ба номи Абӯабдуллоҳи Рӯдакӣ дар солҳои 2014-2018 аз рӯи мавзӯи «Масъалаҳои канории сарборидоштаи назарияи функсияҳои аналитикӣ ва умумишудаи аналитикӣ бо шартҳои

иловагӣ ва алоқамандии онҳо дар тайёр кардани мутахассисони математик». иҷро гардидааст.

Нуқтаҳои ҳимояшавандаи диссертатсия:

- теоремаҳои оиди ҳосил намудани тасвирҳои бисёршаклаҳои ҳал барои муодилаҳои дифференсиалии оддии сарборидор бо шартҳои интегралӣ тартиби якум, тартиби дуюм бо коэффициентҳои доимӣ ва тағйирёбанда, инчунин тартиби n -ум;
- теоремаҳои оиди ҳосил намудани тасвирҳои бисёршаклаҳои ҳал барои муодилаҳои дифференсиалии оддии хаттии сарборидори тартиби як бо нуқтаи аз рост, аз чап ва аз дохил сингулярӣ ё суперсингулярӣ бо шартҳои интегралӣ;
- теоремаҳои оиди ҳосил намудани тасвирҳои бисёршаклаҳои ҳал барои муодилаҳои дифференсиалии таназулёбандаи сарборидори тартиби ду бо коэффициентҳои доимӣ, бо нуқтаи аз чап сингулярӣ ва бо шартҳои интегралӣ;
- теоремаҳои оиди ҳалшавандагии масъалаҳои канорӣ барои ҳосил намудани тасвирҳои интегралӣ дар ҳолате, ки ҳалли умумӣ доимӣҳои ихтиёро дар худ дорад.

Навгониҳои илмӣ таҳқиқот:

Натиҷаҳои рисола нав буда, онҳоро муаллиф мустақилона ҳосил намудааст ва аз зеринҳо иборат мебошанд:

- ҳосил намудани тасвирҳои бисёршаклаҳои ҳал барои муодилаҳои дифференсиалии хаттии оддии сарборидор бо шартҳои интегралӣ тартиби якум, тартиби дуюм бо коэффициентҳои доимӣ ва тағйирёбанда инчунин тартиби n -ум;
- ҳосил намудани тасвирҳои бисёршаклаҳои ҳал барои муодилаҳои дифференсиалии оддии хаттии сарборидори тартиби як бо нуқтаи аз рост, аз чап ва аз дохил сингулярӣ ё суперсингулярӣ бо шартҳои интегралӣ;
- ҳосил намудани тасвирҳои бисёршаклаҳои ҳал барои муодилаҳои дифференсиалии таназулёбандаи сарборидори тартиби ду бо коэффициентҳои доимӣ, бо нуқтаи аз чап сингулярӣ ва бо шартҳои интегралӣ;
- масъалаи типӣ Коши ва ҳамроҳшудаи хаттӣ бо шартҳои дар нуқтаҳои махсус додасуда, гузошта шуда, таҳқиқ карда мешавад.

Арзишҳои назариявӣ ва амалӣ. Таҳқиқоти дар рисола гузаронидашуда характери назариявӣ доранд. Натиҷаҳои таҳқиқот дар инкишофи минбадаи назарияи муодилаҳои дифференсиалии сарборидор бо шартҳои интегралӣ, инчунин ҳангоми хондани курсҳои махсус барои донишҷӯён ва докторантҳои PhD мактабҳои олии аз рӯйи ихтисосҳои математика, физика, математикаи амалӣ истифода мешаванд.

Эътимоднокии натиҷаҳои диссертатсионӣ. Саҳеҳнокии натиҷаҳо дар рисолаи номзадӣ ҳосилшуда, дар асоси назарияи умумии муодилаҳои дифференсиалӣ ва исботи қатъии тастиқотҳо, усулҳои муодилаҳои дифференсиалӣ муайян карда шудааст.

Саҳми шахсии унвонҷӯ. Мазмуни кор ва натиҷаҳои назарраси ба химоя пешниҳодшуда шахсан аз тарафи муаллиф ҳосил шуда, дар рӯйхати адабиётҳои рисола оварда шудааст. Инчунин баъзе натиҷаҳои таҳқиқот, дар якҷояги бо ҳаммуаллифон докторҳои илмҳои физика-математика: Раджабов Н [5-М], Акбаров Р [1-М], [2-М] ва Шамсудинов Ф [7-М] ҳосил шудаанд. Гузориши масъала ва интихоби методҳои таҳқиқот ба роҳбари илмӣ тааллуқ дошта, асоснокунии методҳо ва ба танзим даровардани рисолаи номзадӣ ба худи муаллиф тааллуқ дорад.

Тавсиби кор. Натиҷаҳои назаррасӣ рисола борҳо дар:

-семинарҳои кафедраи таҳлили математикаи ва назарияи функсияҳои ДМТ зери роҳбарии д.и.ф-м., академики АМИТ Раджабов Н.Р. (Душанбе, 2015-2018 с);

- семинарҳои кафедраи таҳлили математикӣ ва назарияи функсияҳои ДДК зери роҳбарии д.и.ф-м., профессор **Акарбов Р** ва д.и.ф-м, профессор Абдулло Ҳ (ш. Кӯлоб, 2013-2020с);

-конференсияи илмии амалии байналмиллалӣ «Проблемаҳои ҳозиразамони риёзӣ ва омӯзиши онҳо» бахшида ба 20-солагии конститутсияи ҚТ ва 60-солагии олимони риёзӣ **А.Мухсинов**, А.Б.Назимов, С.Байзоев, Д.Осимова, К.Тухлиев (Хучанд, УДХ ба номи. Б.Гафуров, 2014с);

-конференсияи илмии байналмиллалӣ «Муодилаҳои дифференси- алӣ ва интегралӣ бо коэффитсиентҳои сингулярӣ ва масъалаҳои канорӣ» бахшида ба 90-солагии академики АМИТ Михайлов Л.Г. (ш. Душанбе, 27-28 феввали 2018с);

- конференсияи илмии назариявӣ байналмиллалӣ «Масъалаҳои ҳозиразамони риёзӣ ва татбиқи онҳо» бахшида ба 80-солагии академики АМИТ Раджабов Н. (Душанбе, 25-сентябри 2018с.-С.77-78);

- конференсияи илмӣ-амалии Ҷумҳуриявӣ «Проблемаҳои ҳозиразамони илмҳои дақиқ ва моҳияти он дар ҷаҳонбинии илмии ҷамъият»

бахшида ба 30-солагии истиқлолияти давлатии (Хучанд, 26-27 октябри 2018с);

-- конференсияи илмӣ-амалии Ҷумҳуриявии «дар мавзӯи тарбия ва тайёр намудани муаллимони математика дар мактабҳои олии омӯзгории тоҷикистон дар шароити имрӯза», бахшида ба 80-солагии доктори илмҳои педагогӣ, профессор Ғуломов И.Н (Кӯлоб, 8 июни 2019с.).

Интишорот. Натиҷаҳои асосии мавзӯи рисолаи номзадӣ дар 15 корҳои илмӣ-тадқиқотии муаллиф нашр шудаанд. Аз он 5-мақола дар нашрияҳои тақризшавандаи КАО ҚТ, як мақола дар паёми Донишгоҳи давлатии Бохтар ва дигар нашриётҳои боқимонда дар конференсияҳои байналмиллалӣ ва ҷумҳуриявӣ ба таърифи расидаанд.

Соҳтор ва ҳаҷми диссертатсия. Рисолаи номзадӣ аз муқаддима, се боб, хулоса ва рӯйхати адабиёт, ки 133 номгӯйро дар бар мегирад, иборат аст. Ҳаҷми умумии рисолаи номзадӣ 123 саҳифаи чопиро дар бар мегирад. Дар рисолаи номзадӣ барои рақамгузориҳои теоремаҳо ва формулаҳо, рақамгузориҳои се зина истифода шудааст, ки рақами якуми он бобро, рақами дууми он бандро ва рақами сеюми он рақами тартибии теорема ё формуларо ифода мекунад.

Мӯҳтавои мухтасари рисола

Дар муқаддима муҳиммияти мавзӯи интиҳобшуда асоснок карда шуда, мақсади тадқиқот муайян гардида, очерки мухтасари кор, ки бо мавзӯи рисолаи номзадӣ алоқаманд аст, оварда шуда, инчунин натиҷаҳои назараси тадқиқот дар шакли мухтасар баён карда шудааст.

Параграфҳои якум ва дууми боби як ба тадқиқи муодилаи дифференсиалии хаттии тартиби як ва муодилаи Бернулли бо сарбории аъзоҳои озод ва шартҳои интегралӣ бахшида шудааст.

Аввал ҳалли умумии муодилаи якҷинса ёфта шуда, барои муайян намудани параметрҳои номаълуми $\alpha_k (1 \leq k \leq n)$ шартҳои интегралро истифода намуда масъалаи додаси ба ҳалли системаи муодилаҳои хаттии алгебравӣ оварда мешавад. Системаи алгебравии ҳосилшударо ҳал намуда, ҳалли ягонаи масъалаи гузошташуда ҳосил мегардад.

Дар параграфи сеюми боби якум муодилаи дифференсиалии хаттии ғайриҷинсаи тартиби ду бо коэффитсиентҳои тағйирёбанда бо сарбории аъзоҳои озод ва бо шартҳои интегралӣ таҳқиқ карда мешавад. Дар ин маврид ҳам мувофиқи назарияи умумӣ ҳалли умумии муодилаи ғайриҷинсаро ёфта, барои муайян намудани параметрҳои номаълуми $\alpha_k (1 \leq k \leq n)$, бо истифода аз шартҳои интегралӣ масъалаи додаси ба ҳалли системаи

муодилаҳои хаттии алгебравӣ оварда мешавад, ҳалли системаи алгебравии охирон ҳалли ягонаи масъалаи гузошташударо медиҳад.

Параграфи чоруми боби якум ба тадқиқи муодилаи дифференсиалии тартиби ду бо коэффитсиентҳои доимии сарбории тарафи рост:

$$y'' + py' + qy = f(x) + \sum_{k=1}^n \alpha_k \theta_k(x), \quad (1)$$

ва бо шартҳои интегралӣ

$$\int_a^b \varphi_i(x)y(x)dx = h_i, \quad i = \overline{1, m}. \quad (2)$$

дар интервали (a, b) бахшида шудааст, ки дар ин ҷо $f(x)$, $\theta_k(x)$, $\varphi_i(x) \in C([a, b])$ – функсияҳои додашуда, p, q – ададҳои доимии додашуда $i = \overline{1, m}, k = \overline{1, n}$, α_k – параметрҳои доимие, ки дар қатори функсияи $y(x)$ номаълум мебошанд.

Тасдиқоти зерин ҷой дорад:

Теоремаи 1.4.1. *Бигузур дар муодилаи дифференсиалии сарбори-доштаи (1) коэффитсиентҳои p, q – ададҳои доимӣ, $f(x) \in C(a, b)$, $\theta_k(x) \in C(a, b), k = \overline{1, n}$ бошанд. Онгоҳ ҳалли муодилаи дифференсиалии хаттии (1) бо шартҳои интегралӣ (2) ба ҳалли системаи муодилаҳои алгебравии*

$$\sum_{k=1}^n \alpha_k c_{ik} = d_i \quad (i = \overline{1, m}), \quad (3)$$

оварда мешавад.

Теоремаи 1.4.2. *Бигузур дар муодилаи дифференсиалии сарбори-доштаи (1) коэффитсиентҳои p, q – ададҳои доимӣ, $f(x) \in C(a, b)$, $\theta_k(x) \in C(a, b), k = \overline{1, n}$ бошанд.*

Онгоҳ:

- а) Агар ранги матритсаҳои асосӣ ва матритсаи васеъкардашудаи системаи муодилаҳои (3) ба миқдори номаълумҳо баробар шавад: $r = n$ ва муайянкунандаи система $\det c_{ik} \neq 0$ бошад, онгоҳ системаи хаттии алгебравии (3) ва дар навбати худ муодилаи (1) дорои ҳалли ягона мебошад.
- б) Агар ранги матритсаҳои асосӣ ва матритсаи васеъкардашудаи системаи муодилаҳои (3) аз миқдори номаълумҳо хурд бошад: $r < n$,

онгоҳ системаи хаттии алгебравии (3) муайян нест, бинобарин муодилаи (3) ва дар навбати худ муодилаи (1) миқдори беохирӣ ҳалҳоро дороанд.

Минбаъд рафтори натиҷаҳои ба даст овардашуда омӯхта мешаванд.

Эзоҳ 1.4.1. Тасдиқотҳои мувофиқ барои ҳолатҳои $k_1 = k_2$ - ҳақиқии баробар ва $k_1 = \alpha + i\beta$, $k_1 = \alpha - i\beta$ – мавҳумҳои ҳамҷуфт низ ҳосил карда шудааст.

Дар параграфҳои панҷум ва шашум муодилаҳои дифференсиалии хаттии ғайриякҷинсаи тартиби n -ум ва системаи муодилаҳои дифференсиалии хаттии ғайриякҷинса бо сарбории аъзои озод ва шартҳои интегралӣ тадқиқ карда шудаанд. Дар ин ҷо ҳам мувофиқи назарияи умумӣ ҳалли муодилаи умумӣ ёфта шуда барои муайян намудани параметрҳои номаълуми $\alpha_k, k = \overline{1, n}$ бо истифодаи шартҳои интегралӣ системаи муодилаҳои хаттии алгебравӣ ҳосил гардида, ҳалли ягонаи масъалаи гузошташуда ёфта мешавад.

Дар боби дуҷуми рисолаи номзадӣ муодилаи дифференсиалии тартиби як бо нуқтаҳои аз рост, аз чап ва аз дохил сингулярӣ ва суперсингулярӣ бо сарбории аъзои озод ва шартҳои интегралӣ омӯхта шудааст.

Дар параграфҳои якум ва дуҷуми боби дуҷум барои муодилаи дифференсиалии хаттии ғайриякҷинса бо нуқтаҳои сингулярии тарафи рост ва чап бо сарбории аъзои озоди тарафи рост ва бо шартҳои интегралӣ додасуда тасвири бисёршаклии ҳал, ки танҳо як доимии ихтиёриро дар бар мегирад, ҳосил карда шудааст. Инчунин ҳосиятҳои ҳалҳои ҳосилшуда таҳқиқ гардида, гузориши коррективии масъалаи канонии типии Коши омӯхта шудааст.

Дар параграфи сеҷуми боби дуҷум муодилаи дифференсиалии хаттии ғайриякҷинсаи тартиби як бо нуқтаҳои сингулярии дохилӣ, бо сарбории аъзои озод ва шартҳои интегралӣ додасуда дар интервали $\Gamma = \{a < x < b\}$ дар шакли:

$$y'(x) + \frac{p(x)}{|x-c|}y(x) = \frac{q(x)}{|x-c|} + \sum_{k=1}^n \alpha_k \theta_k(x), \quad (4)$$

бо шартҳои интегралӣ намуди:

$$\int_a^b \varphi_i(t) y(t) dt = h_i, \quad i = \overline{1, m}. \quad (5)$$

омӯхта шудааст, дар ин ҷо $p(x)$, $q(x)$, $\theta_k(x)$, $\varphi_i(x)$ – функцияҳои додасуда аз синфи $C[a, b]$, $h_i (i = \overline{1, m})$ – баъзе доимӣҳои додасуда, $\alpha_k (k = \overline{1, n})$ – параметрҳои, ки дар баробари $y(x)$ номаълуманд.

Аз ин лиҳоз тасдиқоти зерин ҷой дорад.

Теоремаи 2.3.1. Бигузур дар муодилаи дифференсиалии (4) $p(x) \in C(\Gamma_0^1 \cup \Gamma_0^2)$ ва он дар нуқтаи $x = c$ дорои каниши навъи якум бошад, коэффитсиентҳо ва тарафи рости муодилаи додашуда ҳамаи шартҳои:
-функсияи $p(x)$ дар атрофи нуқтаи $x = c$ шарти Гёлдерро қаноат кунад:

$$|p(x) - p(c \pm 0)| \leq H_2 |x - c|^\alpha, \quad (1 < \alpha < n) \quad (6)$$

-ҳангоми $p(c - 0) > 0$, $\theta_k(c - 0) = 0$ бо рафтори асимптотикии

$$\theta_k(x) = o[(c - x)^{\delta_1}], \quad \delta_1 > p(c - 0) - 1, \quad (7)$$

барои ҳамаи $k = 1, 2, \dots, n$;

$q(c - 0) = 0$ бо рафтори асимптотикии

$$q(x) = o[(c - x)^{\delta_2}], \quad \delta_2 > p(c - 0), \quad (8)$$

-ҳангоми $p(c - 0) < 0$, $\theta_k(c - 0) = 0$ бо рафтори асимптотикии

$$\theta_k(x) = o[(c - x)^\varepsilon], \quad \varepsilon > 0 \quad \text{ҳангоми } x \rightarrow c - 0; \quad (9)$$

$q(c - 0) = 0$ бо рафтори асимптотикии

$$q(x) = o[(c - x)^\varepsilon], \quad \varepsilon > 0 \quad \text{при } x \rightarrow c - 0; \quad (10)$$

-ҳангоми $p(c + 0) > 0$, $q(c + 0) = 0$ бо рафтори асимптотикии

$$p(x) = o[(x - c)^\varepsilon], \quad \varepsilon > 0; \quad (11)$$

$\theta_k(c + 0) = 0$ бо рафтори асимптотикии

$$\theta_k(x) = o[(x - c)^\varepsilon], \quad \varepsilon > 0; \quad (12)$$

ҳангоми $p(c + 0) < 0$, $q(c + 0) = 0$ бо рафтори асимптотикии

$$q(x) = o[(x - c)^{\delta_3}], \quad \delta_3 > |p(c + 0)| \quad \text{ҳангоми } x \rightarrow c + 0; \quad (13)$$

$\theta_k(c + 0) = 0$ бо рафтори асимптотикии

$$\theta_k(x) = o[(x - c)^{\delta_4}], \quad \delta_4 > |p(c + 0)| - 1 \quad (14)$$

барои ҳамаи $k = 1, 2, \dots, n$.

Илова бар ин барои наздикишавандагии интегралҳои тарафи чап ва рости баробарии

$$\sum_{k=1}^n \alpha_k A_{kj} = B_j(C_1, C_2), \quad 1 \leq j \leq m$$

зарур аст, ки ҳангоми $p(c - 0) < 0$, $\varphi_j(c - 0) = 0$ бо рафтори асимптотикии

$$\varphi_j(x) = o[(c - x)^{\delta_5}], \quad \delta_5 > |p(c - 0)| - 1 \quad \text{ҳангоми } x \rightarrow c - 0, \quad (15)$$

барои ҳамаи $j = 1, 2, \dots, n$

-ҳангоми $p(c - 0) > 0$, $\varphi_j(x) \in C(\bar{\Gamma})$ ($1 \leq j \leq n$).

Ҳангоми $p(c + 0) > 0$, $\varphi_j(c + 0) = 0$ бо рафтори асимптотикии

$$\varphi_j(x) = o[(x - c)^{\delta_6}], \quad \delta_6 > |p(c + 0)| - 1 \quad (16)$$

барои ҳамаи $j = 1, 2, \dots, n$.

-Ҳангоми $p(c+0) < 0$ $\varphi_j(x) \in C(\bar{\Gamma})$ ($1 \leq j \leq n$). (17)

– ро қаноат кунад, барои доимиҳои A_{kj} ($1 \leq k, j \leq n$) ($m = n$) муайянкунандаи $\det|A_{kj}| \neq 0$ бошад. Он гоҳ ҳалли умумии муодилаи дифференсиалии (4) бо шартҳои интегралӣ (5) дар намуди

$$y(x) = \begin{cases} T_1[C_1, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, q(x), \theta_1(x), \dots, \theta_n(x)], & \text{когда } x \in \Gamma_1, \\ T_2[C_2, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, q(x), \theta_1(x), \dots, \theta_n(x)], & \text{когда } x \in \Gamma_2, \end{cases} \quad (18)$$

навишта мешавад, ки дар он C_1, C_2 – доимиҳои ихтиёрӣ мебошанд.

Ҳалҳои ҳосилшуда дорой хосиятҳои зерин аст:

$$[y_1(x)(c-x)^{-p(c-0)}]_{x=c-0} = C_1, \quad (19)$$

$$[y_2(x)(x-c)^{p(c+0)}]_{x=c+0} = C_2. \quad (20)$$

Тасвири интегралӣ (18) ва хосиятҳои он (19), (20) имконият медиҳанд, ки барои муодилаи дифференсиалии (4) масъалаи зерини хаттии ҳамроҳшудаи типии Коширо гузошта ҳалли онро ёбем.

Масъалаи K_1 . Талаб карда мешавад, ки ҳалли муодилаи дифференсиалии (4)-и ба синфи $C'(\Gamma \setminus \{C\})$ тааллуқдор буда, ки шартҳои

$$\begin{cases} [y(x)(c-x)^{-p(c-0)}]_{x=c-0} = E_1 \\ [y(x)(x-c)^{p(c+0)}]_{x=c+0} = E_2, \end{cases} \quad (21)$$

ро қаноат мекунад, ёфта шавад, дар ин ҳо E_1, E_2 – ададҳои доимии додаси муодила мебошанд.

Масъалаи K_2 . Талаб карда мешавад, ки ҳалли муодилаи дифференсиалии (4) бо шартҳои интегралӣ (5) ёфта шавад, ки ба синфи $C'(\Gamma \setminus \{C\})$ тааллуқ дошта, шартҳои канонӣ

$$\begin{cases} B_1[y(x)(c-x)^{-p(c-0)}]_{x=c-0} + B_2[y(x)(x-c)^{p(c+0)}]_{x=c+0} = D_1 \\ B_3[y(x)(c-x)^{-p(c-0)}]_{x=c-0} + B_4[y(x)(x-c)^{p(c+0)}]_{x=c+0} = D_2' \end{cases} \quad (22)$$

ро қаноат кунанд, ки дар ин ҳо B_j ($1 \leq j \leq 4$), D_1, D_2 ададҳои доимии додаси муодила мебошанд.

Оиди ҳалшавандагии масъалаҳои K_1 ва K_2 тасдиқҳои мувофиқ ҳосил карда шудааст.

Дар параграфҳои чорум ва панҷуми боби дуюм дар интервали $\Gamma = \{a < x < b\}$ муодилаи дифференсиалии хаттии ғайриҷинсаи тартиби якум бо нуқтаҳои аз тарафҳои чап ва рост суперсингулярӣ ва бо шартҳои интегралӣ омӯхта шудааст. Барои муодилаи додаси бисёршаклаҳои ҳал бо ёрии фақат як адади доимӣ ҳосил карда шудааст. Инчунин хосиятҳои ҳалҳои ҳосилшуда таҳқиқ гардида, гузориши коррективии масъалаи канонӣ типии Коши омӯхта шудааст.

Параграфи шашуми боби дуюм ба тадқиқи муодилаи дифференсиалии хаттии ғайриҷинса бо нуқтаҳои суперсингулярии дохилӣ ва шартҳои интегралӣ бахшида шудааст. Бисёршаклаҳои ҳалҳои матлуби муодила бо ёрии ду доимии ихтиёрӣ ҳосил карда шудааст. Инчунин хосиятҳои ҳалҳои ҳосилшуда омӯхта шуда, гузориши корректии масъалаи канории типии Коши ва муодилаи хаттии ҳамроҳшуда таҳқиқ гардидааст.

Дар боби сеюм барои як намуди муодилаи дифференсиалии тартиби дуюми таназулёбандаи дорои сарборӣ дошта бо шартҳои интегралӣ вобаста ба аломатҳои решаҳои характериستيкии муодила бисёршаклаҳои ҳалҳои умумии муодила тавассути доимии ихтиёрӣ ёфта шудааст. Инчунин формулаҳои баргардандаи тасвирҳои интегралӣ, яъне қиматҳои доимии ихтиёрии мувофиқ бо ёрии қиматҳои функсияи номаълум, ки бо ягон функсия дар нуқтаи махсус зарб шудааст, ёфта шудаанд. Дар асосӣ тасвирҳои интегралӣ ҳосилшуда ва формулаҳои баргардандаи он гузориши корректии масъалаи канории типии Коши муайян карда шудааст

Параграфи якуми боби се. Дар Γ муодилаи дифференсиалии тартиби дуюми зеринро

$$(D_a^x)^2 \varphi(x) + pD_a^x \varphi(x) + q\varphi(x) = f(x) + \sum_{k=1}^n \alpha_k \theta_k(x) \quad (23)$$

бо шартҳои интегралӣ

$$\int_a^b \omega_j(x) \varphi(x) dx = h_j \quad (1 \leq j \leq m), \quad (24)$$

дида мебароем, ки дар ин ҷо p, q – ададҳои доимии маълум, $f(x), \theta_k(x)$ ($1 \leq k \leq n$), $\omega_j(x)$ ($1 \leq j \leq m$) функсияҳои маълум, α_k ($1 \leq k \leq n$) доимии номаълум, $D_a^x = (x-a) \frac{d}{dx}$ мебошанд.

Теоремаи 3.1.1. Бигузур дар муодилаи дифференсиалии (23) бо шартҳои интегралӣ (24) $p < 0, q > 0$ бошад, яъне решаҳои муодилаи характериستيкии

$$\lambda^2 + p\lambda + q = 0, \quad (25)$$

ҳақиқӣ, гуногун ва мусбат бошанд: $\lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0$, функсияҳои $f(x), \theta_k(x)$ ($1 \leq k \leq n$), $\omega_j(x)$ ($1 \leq j \leq n$) шартҳои $f(x) \in C(\bar{\Gamma}), f(a) = 0$ -ро бо рафтори асимптотикии

$$f(x) = 0 \left[(x-a)^{\delta_2} \right] \delta_2 > \lambda_1 \text{ ҳангоми } x \rightarrow a. \quad (26)$$

ва $\theta_k(x) \in C(\bar{\Gamma})$ ($1 \leq k \leq n$), $\theta_k(a) = 0$ -ро бо рафтори асимптотикии

$$\theta_k(x) = 0 \left[(x-a)^{\delta_3} \right] \delta_3 > \lambda_1 \text{ ҳангоми } x \rightarrow a. \text{ барои ҳамаи } (1 \leq k \leq n) \quad (27)$$

$$\omega_j(x) \in C(\bar{\Gamma}) \quad (1 \leq j \leq n) \quad (28)$$

қаноат мекунад ва ҳамин тавр ин $\Delta^1 = \det \|M_{jk}^1\| \neq 0$ бошад. Он гоҳ ҳалли умумии муодилаи дифференсиалии (23)-ро бо шартҳои интегралӣ (24) аз синфи $C^2(\Gamma)$ дар шакли зерин нишон додан мумкин аст.

$$\varphi(x) = K_1 \left[C_1, C_2, f(x), \frac{\Delta_1}{\Delta}, \frac{\Delta_2}{\Delta}, \dots, \frac{\Delta_n}{\Delta}, \theta_1(x), \dots, \theta_n(x) \right]. \quad (29)$$

ки C_1, C_2 – доимиҳои ихтиёрианд.

Ҳалли ҳосилшуда дорои хосиятҳои зерин аст:

$$C_1 = \left[(x-a)^{-\lambda_1} (D_a^x \varphi - \lambda_2 \varphi) \right]_{x=a}, \quad (30)$$

$$C_2 = \left[(x-a)^{-\lambda_2} (\lambda_1 \varphi - D_a^x \varphi) \right]_{x=a}. \quad (31)$$

Дар асоси ҳалҳои ҳосилшуда ва хосиятҳои он барои муодилаи (23) бо шартҳои интегралӣ (24) масъалаи канорӣ зерин гузошта мешавад:

Масъалаи K_1 . Талаб карда мешавад, ки ҳалҳои муодилаи дифференсиалии (23) бо шартҳои интегралӣ (24), ҳангоми $p < 0, q > 0$ аз рӯи шартҳои канорӣ

$$\left. \begin{aligned} \left[(x-a)^{-\lambda_1} (D_a^x \varphi - \lambda_2 \varphi) \right]_{x=a} &= E_1 \\ \left[(x-a)^{-\lambda_2} (\lambda_1 \varphi - D_a^x \varphi) \right]_{x=a} &= E_2 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (K_1)$$

ки E_1, E_2 – ададҳои доимӣ додашуда мебошанд, ёфта шаванд.

Теоремаи 3.1.2. Бигузур дар муодилаи дифференсиалии (23) бо шартҳои интегралӣ (24) доимиҳои p, q ва функцияҳои $f(x), \theta_k(x) (1 \leq k \leq n), \omega_j(x) (1 \leq j \leq n)$ шартҳои теоремаи 3.1.1.-ро қаноат кунанд. Он гоҳ масъалаи канорӣ K_1 дорои ҳалли ягона буда, онро дар шакли баробарӣ зерин ифода намудан мумкин аст:

$$\varphi(x) = K_1 \left[E_1, E_2, f(x), \frac{\Delta_1}{\Delta}, \frac{\Delta_2}{\Delta}, \dots, \frac{\Delta_n}{\Delta}, \theta_1(x), \dots, \theta_n(x) \right].$$

Эзоҳи 1. Тасдиқоти ба теоремаи 3.1.1. шабех дошта, низ барои ҳолатҳои $p > 0, q > 0 (\lambda_1 < 0, \lambda_2 < 0); p < 0, q > 0; p > 0, q < 0; p^2 - 4q > 0$ ҳосил карда шудааст.

ХУЛОСА

натичаҳои назарраси рисолаи номзадӣ дар бандҳои зерин оварда шудаанд:

- тасвирҳои ҳалҳои умумии муодилаи дифференсиалӣ бо сарбории тарафи рост ва шартҳои иловагӣ барои намудҳои зерин: муодилаи дифференсиалии ҳаттии тартиби якум, муодилаи дифференсиалии тартиби дуюм бо коэффитсиентҳои доимӣ ва тағйирёбанда, муодилаи дифференсиалии тартиби n -ум ҳосил карда шуда, рафтори ҳалҳои ҳосилшуда омӯхта шудаанд;
- тасвирҳои бисёршаклаҳои ҳалҳо барои муодилаи дифференсиалии тартиби якум бо сарбории тарафи рост, чап ва нуқтаҳои дохилии сингулярӣ ва суперсингулярӣ ҳосил карда шудааст. Инчунин рафтори ҳалҳои ҳосилшуда дар атрофи нуқтаи махсус омӯхта шуда, гузориши корректи масъалаи типии Коши ва муодилаи ҳаттии ҳамроҳшуда муайян карда шудааст;
- тасвирҳои бисёршаклаҳои ҳалҳо барои муодилаи дифференсиалии таназулёбанда бо сарборӣ барои муодилаи дифференсиалии тартиби дуюм бо коэффитсиентҳои доимӣ ва бо нуқтаи сингулярӣ тарафи чап вобаста ба решаҳои хосиятҳои муодилаи мувофиқ (ҳангоми решаҳо: гуногун ва ҳақиқӣ, баробар ва ҳақиқӣ ва комплексӣ ҳамчунфтанд) ҳосил карда шудаанд.

Ҳамчунон хосиятҳои ҳалҳои ҳосилшуда дар атрофи нуқтаи махсус тадқиқ гардида, гузориши коррективии масъалаи типии Коши бо шартҳои дар нуқтаи махсус додашуда омӯхта шудааст.

Тавсияҳо оиди истифодаи амалии натичаҳои рисолаи номзадӣ

Натичаҳои диссертатсияи номзадӣ хусусияти назариявӣ дошта, методҳои натичаҳои ҳосилгардидаи он дар назарияи муодилаҳои дифференсиалӣ бо ҳосилаҳои хусусӣ бо коэффитсиентҳои сингулярӣ ва дигар масъалаҳои амалӣ истифода бурда мешаванд.

Татқиқотҳои дар диссертатсияи номзадӣ гузаронидашуда ҳангоми хондани курсҳо ва семинарҳои махсус барои донишҷӯён, магистрантон ва докторантони Phd мактабҳои олӣ, ки аз рӯи ихтисосҳои математика, физика ва математикаи амалӣ таҳсил менамоянд, истифода бурдан мумкин аст.

Чопи мақолаҳои муаллиф аз рӯи мавзӯи диссертатсионӣ

Мақолаҳои дар маҷаллаҳои КОА назди Президенти Ҷумҳурии Тоҷикистон ва Федератсияи Россия чопшуда:

[1-М] *Каримова Н.* Нахождение решений неоднородного линейного

дифференциального уравнения первого порядка с нагруженными свободными членами и с дополнительными условиями / Р. Акбаров, Н.Каримова // Доклады Академии наук Республики Таджикистан.-2013.-Т.56.-№1.-С.23-25

[2-М] *Каримова Н.* О решении линейного неоднородного дифференциального уравнения n-го порядка с нагруженными свободными членами и с дополнительными условиями / Р.Акбаров, Н.Каримова //Доклады Академии наук Республики Таджикистан.-2013.-Т.56.-№10.-С.773-778.

[3-М]*Каримова Н.* О решении неоднородных линейных систем, дифференциальных уравнений с нагруженными свободными членами и с некоторыми дополнительными условиями / Н. Каримова // Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук. -2015.-№14 (168).-С.20-26.

[4-М] *Каримова Н.* Интегральное представление решений неоднородных линейных дифференциальных уравнений первого порядка с одной сингулярной точкой, нагруженных свободными членами и с дополнительными условиями / Н. Каримова // Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук. -2018.-№2.-С.34-37.

[5-М] *Каримова Н.Ш.* К теории одного класса вырождающиеся нагруженного дифференциального уравнения с интегральными условиями / Н.Раджабов, Н.Ш.Каримова // Изв. АН РТ. Отд. физ. – мат. хим., геол. и техн. н., 2020. -№ 3 (160).- С.7-14.(в печати)

Мақолаҳои дар маҷаллаҳои дигари даврӣ ва маҷмуаҳо чопшуда:

[6-М] *Каримова Н.Ш.* Об одном уравнении первого порядка с внутренней сингулярной точкой, нагруженными свободными членами и с интегральными условиями / Н.Каримова // Вестник Бохтарского государственного университета. Серия естественных наук. -2020. - №2/2(75). - С.20-28.

Маводҳои конферонсӣ, фишурдаҳои маърузаҳо:

[7-М] *Каримова Н.Ш.* Об одном дифференциальном уравнения второго порядка с внутренней сингулярной точкой, нагруженными свободными членами и с интегральными условиями / Н.Ш.Каримова, Н.Раджабов, Ф.М. Шамсудинов //Материалы республиканской научно-практической конференции « Современные проблемы теории дифференциальных

уравнений» посвященной 80 - летию профессора Исмати М. Душанбе, 26 сентября 2020г.- С.222-227.

[8-М] *Каримова Н.Ш.* Интегральное представление решений и граничные задачи для одного нагруженного дифференциального уравнения с левой супер-сингулярной точкой и с интегральными условиями / Н.Ш.Каримова, Ф.М. Шамсудинов // Материалы республиканской научно-практической конференции « Современные проблемы математики дифференциальных уравнений» “Математиканинг замонавий масалалари: муаммолар ва ечимлар” Термез, Узбекистан, 21-23 октября 2020г. – С. – 113-115.

[9-М] *Каримова Н.* Об ограниченных решениях линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, нагруженными свободными членами и дополнительными условиями / Н.Каримова // Материалы международной, научной конференции, посвященной 20-летию Конституции Республики Таджикистан и 60- летию ученых математиков А.Мухсинова, А.Б. Назимова, С. Байзоева, Д. Осимовой, К.Тухлиева. «Современные проблемы математики и её преподавания». Ученые записки. Естественные и экономические науки. Издание Худжандского государственного университета им. академика Б.Г.Гафурова.-2014.-№2.-Ч.1.-С.175.

[10-М] *Каримова Н.* Некоторые решения линейных систем с нагрузками и с дополнительными условиями / Н.Каримова // Материалы второй международной конференции «Вопросы современной науки: проблемы, тенденции и перспективы» (16 мая 2016г). Chronos Journal. Журнал научных публикаций.-2016.-№2.- С.6-9.

[11-М] *Каримова Н.* Об исследовании одного неоднородного линейного дифференциального уравнения первого порядка с одной сингулярной точкой, нагруженными свободными членами и с дополнительными условиями //Материалы международной научной конференции «Дифференциальные и интегральные уравнения с сингулярными коэффициентами и краевые задачи теории функции» посвященной 90- летию академика АН РТ Михайлова Л.Г. Душанбе, 27-28 февраля 2018г-С.89-90.

[12-М] *Каримова Н.* Интегральные представление решений неоднородного линейного дифференциального уравнения первого порядка с одной левой сингулярной точкой, нагруженными свободными членами и с дополнительными условиями / Н.Каримова // Материалы международной

научно-теоретической конференции «Современные задачи математики и их приложения» посвященной 80-летию академика АН РТ Раджабова Н. Душанбе, 25-26 сентября 2018г.-С.77-78.

[13-М] *Каримова Н.* Интегральное представление решений и граничные задачи для линейного обыкновенного дифференциального уравнения с внутренней сингулярной точкой, нагруженными свободными членами и с дополнительными условиями / Н.Каримова // Материалы республиканской научно-практической конференции «Современные проблемы точных наук и их роль в формировании научного мировоззрения обществ» посвященной 30-летию государственной независимости Республики Таджикистан. Худжанд, 26-27 октября 2018г.-С.102-105.

[14-М] *Каримова Н.* Об одном интегральном представлении решений неоднородного линейного дифференциального уравнения первого порядка с правой сингулярной точкой, нагруженными свободными членами и с дополнительными условиями / Н.Каримова, М.Мирзоева // Материалы республиканской научно-практической конференции «Воспитание и подготовка учителей математики в педагогических вузах Таджикистана в современном этапе» посвящённой 80-летию доктора педагогических наук, профессора Гуломова И.Н., Куляб, 8-июня 2019г.-С.27-30.

[15-М] *Каримова Н.Ш.* Об одном уравнении первого порядка с левой сверх-сингулярной точкой, нагруженными свободными членами и с интегральными условиями / Н.Ш.Каримова // Материалы республиканской научно-практической конференции «Современные проблемы теории дифференциальных уравнений» посвященной 80-летию доктора педагогических наук, профессора Саттарова А.Э., Бохтар, 5 декабря 2020г.-С.222-227.

ШАРҲИ МУХТАСАР

ба кори диссертатсионии Каримова Назокат Шералиевна дар мавзӯи « Оид ба назарияи як синфи муодилаи дифференсиалии таназулёбандаи сарборидор бо шартҳои интегралӣ » барои дарёфти дараҷаи илмии номзади илмҳои физикаю математика аз рӯи ихтисоси 01.01.02-муодилаҳои дифференсиалӣ, системаҳои динамикӣ ва идоракунии оптималӣ

Вожаҳои калидӣ: муодилаи дифференсиалии хаттӣ, нуқтаи сингулярӣ, нуқтаи суперсингулярӣ, муодилаҳои дифференсиалии таназулёбанда, тасвири интегралӣ, масъалаи типии Коши, шартҳои интегралӣ, муодилаҳои дифференсиалӣ бо сарборӣ

Мақсади кор. Мақсади татқиқот-Мақсади асосии рисолаи номзадӣ минбаъда инкишоф додани назарияи муодилаҳои дифференсиалии сарборидор бо шартҳои интегралӣ мебошад.

Усулҳои таҳқиқот. Дар рисола усулҳои умумии назарияи муодилаҳои дифференсиалии оддӣ, инчунин усулҳои ҳосилкунии тасвирҳои интегралӣ хал, ки дар корҳои илмии Н.Раҷабов, А.М.Нахушев ва Р.Акбаров оварда шудаанд, истифода меёбанд.

Навгониҳои илмии таҳқиқот. Натиҷаҳои рисола нав буда, онҳоро муаллиф мустақилона ҳосил намудааст ва аз зеринҳо иборат мебошанд:

- ҳосил намудани тасвирҳои бисъёршаклаҳои ҳал барои муодилаҳои дифференсиалии хаттии оддии сарборидор бо шартҳои интегралӣ тартиби якум, тартиби дуюм бо коэффитсиентҳои доимӣ ва тағйирёбанда инчунин тартиби n -ум;
- ҳосил намудани тасвирҳои бисъёршаклаҳои ҳал барои муодилаҳои дифференсиалии оддии хаттии сарборидори тартиби як бо нуқтаи аз рост, аз чап ва аз дохил сингулярӣ ё суперсингуярӣ бо шартҳои интегралӣ;
- ҳосил намудани тасвирҳои бисъёршаклаҳои ҳал барои муодилаҳои дифференсиалии таназулёбандаи сарборидори тартиби ду бо коэффисиентҳои доимӣ, бо нуқтаи аз чап сингулярӣ ва бо шартҳои интегралӣ;
- масъалаи типии Коши ва ҳамроҳшудаи хаттӣ бо шартҳои дар нуқтаҳои махсус додашуда, гузошта шуда, таҳқиқ карда мешавад.

Арзишҳои назариявӣ ва амалӣ. Таҳқиқоти дар рисола гузаронидашуда характери назариявӣ доранд. Натиҷаҳои татқиқот дар инкишофи минбаъдаи назарияи муодилаҳои дифференсиалии сарборидор бо шартҳои интегралӣ, инчунин ҳангоми хондани курсҳои махсус барои донишҷӯён ва докторантҳои PhD мактабҳои олӣ аз рӯи ихтисосҳои математика, физика, математикаи амалӣ истифода мешаванд.

АННОТАЦИЯ

диссертации Каримовой Назокат Шералиевны на тему «**К теории одного класса нагруженного вырождающегося дифференциального уравнения с интегральными условиями**», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02-дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Ключевые слова: *линейное дифференциальное уравнение, сингулярная точка, сверхсингулярная точка, вырождающиеся дифференциальные уравнения, интегральное представление, задачи типа Коши, интегральные условия, нагруженные дифференциальные уравнения.*

Цель работы. Основная цель диссертационной работы заключается в дальнейшем развитии теории нагруженных дифференциальных уравнений с интегральными условиями.

Методы исследования. В работе используются общие методы теории обыкновенных дифференциальных уравнений, методы получения интегральных представлений, разработанные в трудах Н.Раджабова, А.М.Нахушева и Р.Акбарова.

Научная новизна исследований. Результаты диссертации являются новыми, получены автором самостоятельно и состоят в:

- получено представления многообразия решений нагруженных линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с интегральными условиями первого порядка; второго порядка с постоянными и переменными коэффициентами; n -го порядка;
- получены представления многообразия решений нагруженных линейных обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка с левой, правой и внутренней сингулярной или сверхсингулярной точкой и с интегральными условиями, изучены поведения полученных решений.
- получены представления многообразия решений для вырождающегося нагруженного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, с левой сингулярной точкой и с интегральными условиями;
- ставятся и исследуются задачи типа Коши и линейного сопряжения с условиями в особых точках.

Теоретическая и практическая ценность. Исследования, содержащиеся в диссертации, носят теоретический характер. Результаты могут быть использованы для дальнейшего развития теории нагруженных дифференциальных уравнений с интегральными условиями при чтении специальных курсов для студентов и докторантов Phd высших учебных заведений, обучающихся по специальности математика, физика и прикладная математика.

SUMMARY

of the disstertation of Karimova Nazokat Sheralieвна about « On the theory of one class of loaded degenerate differential equation with integral conditions», submitted for the degree of candidate of physical and mathematical sciences in the specialty 01.01.02-differential equanions, daynemical system and optimal control

Key words: linear differential equation, singular point, super singular point, degenerate differential equations, integral representation, integral conditions, task of type of Choshy, loaded differential equation.

Works objectivs. The primary purpose of dissertation work consists in further development of theory of the loaded differential equalizations with integral terms.

Research methods. the general methods of theory of usual differential equalizations are In-process used, methods the receipts of integral presentations, worked out in labours of N.Rajabov, A.M.Nakhushev, R.Akbarov.

Scientific novelty of researches. Results of dissertation are new, got an author independently and consist of:

- presentations of variety of decisions of the loaded linear usual differential equations are got with the integral terms of first order; the second order with permanent and variable coefficients; n- order;
- presentations of variety of decisions of the loaded linear usual differential equalizations of first order are got with left, right and internal singular or super singular point and with integral terms, behaviors of the got decisions are studied;
- presentations of variety of decisions are got for the degenerate loaded differential equalization the second order with permanent coefficients, with the left singular point and with integral terms;
- the tasks of type of Коши and linear interface are put and investigated with terms in the special points.

Theoretical and practical value. The researches contained in dissertation carry theoretical character.Results can be drawn on for further development of theory of the loaded differential equalizations with integral terms at reading of the special courses for students and degree doctor of Phd of higher educational establishments, student on speciality mathematics, physics and applied mathematics.