

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ  
ТАДЖИКИСТАН  
ТАДЖИКСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРАВА,  
БИЗНЕСА И ПОЛИТИКИ**

На правах рукописи

УДК: 537.611+530.145+004.942+51

ББК:22(2Р)

М-92

**МУХАМЕДОВА ШОИРА ФАЙЗУЛЛОЕВНА**

**ФОРМИРОВАНИЕ И ДИНАМИКА КОГЕРЕНТНЫХ СТРУКТУР В  
НЕЛИНЕЙНЫХ ДИССИПАТИВНЫХ СИСТЕМАХ  
СО СПИНАМИ  $S \geq 1/2$**

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание учёной степени

доктора физико-математических наук

по специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы  
и комплексы программ»

ХУДЖАНД – 2025

Диссертация выполнена на кафедре информационно-коммуникационных технологий и программирования ТГУПБП.

**Научные консультанты:** **Рахими Фарход Кодир** - доктор физико-математических наук, профессор, академик Национальной академии наук Таджикистана, председатель Комитета по начальному и среднему профессиональному образованию при Правительстве Таджикистана

**Муминов Хикмат Халимович** - доктор физико-математических наук, профессор, академик Национальной академии наук Таджикистана

**Официальные оппоненты:** **Одинаев Раим Назарович** - доктор физико-математических наук, профессор, директор научно-исследовательского института Таджикского национального университета

**Умаров Максуджон Файзуллоевич** - доктор физико-математических наук, профессор кафедры общей физики и физики твёрдого тела Государственного образовательного учреждения «Худжандский государственный университет имени академика Б. Гафурова»

**Жумаев Мустаким Рофиевич** - доктор физико-математических наук, профессор кафедры точных наук Бухарского Государственного технического университета Республики Узбекистан

**Ведущее учреждение:** **Институт математики им. А. Джураева Национальной Академии наук Таджикистана**

Защита диссертации состоится 24 сентября 2025 года в 14:00 часов на заседании диссертационного совета 6D.KOA-011 при Таджикском национальном университете по адресу: 734027, г. Душанбе, п. Буни Хисорак, механико-математический факультет, корпус 17, зал диссертационного совета.

С диссертацией можно ознакомиться в центральной научной библиотеке Таджикского национального университета, а также на сайте [www.tnu.tj](http://www.tnu.tj).

Автореферат разослан «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_\_ года.

Учёный секретарь диссертационного совета,  
кандидат физико-математических наук

А.Б. Гафоров

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность темы исследования.** Формирование и динамика когерентных структур в нелинейных диссипативных системах со спином  $S \geq 1/2$  представляют собой одну из приоритетных задач современной теоретической и прикладной физики. Это направление обусловлено как фундаментальной важностью изучения неравновесных процессов в сложных квантовых системах, так и перспективами практического применения в различных областях науки и технологий. Особый интерес вызывает поведение открытых квантовых систем, находящихся во взаимодействии с внешней средой, в которых ключевую роль играют как диссипативные процессы, так и нелинейные эффекты [98]. Именно в таких условиях возможна генерация устойчивых локализованных образований - когерентных структур, обладающих ярко выраженной пространственно-временной устойчивостью.

Системы с высокими значениями спина  $S > 1/2$  являются особым классом квантовых объектов, обладающих богатой внутренней структурой и дополнительными степенями свободы. Это делает их не только удобными моделями для анализа нелинейной динамики, но и перспективными кандидатами для практического использования в квантовых вычислениях, квантовых симуляциях и квантовой сенсорике [101]. В таких системах возможно существование различных типов когерентных структур - от стационарных и пульсирующих солитонов до более сложных хаотических и квазипериодических режимов. Изучение устойчивости, формирования и взаимодействия этих объектов представляет собой важный аспект развития квантовой теории открытых систем [116].

В последние годы наблюдается значительный прогресс в разработке численных методов и алгоритмов, позволяющих исследовать нелинейные эволюционные уравнения, описывающие поведение когерентных структур в условиях диссипации и подкачки энергии. Эти методы обеспечивают высокую точность моделирования и позволяют анализировать как устойчивые режимы, так

и сценарии перехода к хаосу. Численные эксперименты становятся неотъемлемой частью исследования, дополняя аналитические подходы и позволяя учитывать широкий спектр параметров системы.

Кроме того, актуальность рассматриваемой тематики усиливается за счёт междисциплинарного характера исследований. Когерентные спиновые структуры находят применение не только в фундаментальной физике, но и в таких прикладных направлениях, как спинtronика, магнитоэлектроника, квантовая оптика и нанофизика. В частности, в магнитных материалах изучение доменных структур позволяет глубже понять механизмы управления их свойствами [76], а в квантовых технологиях спиновые системы рассматриваются как платформа для реализации многоуровневых квантовых логических элементов (кутритов, кудитов) и высокоточных сенсоров [27, 39, 76].

Таким образом, исследование процессов формирования и динамики когерентных структур в нелинейных диссипативных системах со спинами  $S \geq 1/2$  представляет собой важную научную задачу, сочетающую фундаментальный интерес с практической значимостью, и открывает широкие перспективы как для углублённого понимания нелинейных процессов в открытых квантовых системах, так и для разработки новых технологических решений в области квантовых и спиновых устройств.

В процессе работы изучен опыт исследований следующих авторов: Дубровин Б.А., Маланюк Т.М., Кричевер И.М., Маханьков В.Г., Абдуллоев Х.О., Муминов Х.Х., Рахими Ф.К., Махсудов А.Т., Шокир Ф.Ш. и соавторов [25, 26, 52, 58, 61, 66, 67, 68, 77, 123], Ахмедиев Н., Анкевич А., Земленая Е.В., Барашенков И.В. [8, 32, 135, 136], японских учёных Nozaki, K., Bekki N. [126, 127] и других авторов.

В ряде проведённых исследований были изучены качественно новые нелинейные явления, возникающие в системах с высокими спинами, преимущественно с использованием методов математического моделирования и компьютерных экспериментов. Основное внимание было сосредоточено на поиске локализованных решений интегрируемых нелинейных уравнений, анализе их устойчивости и динамики взаимодействия. Отдельное место заняло изучение

когерентных структур в диссипативных системах с учётом внешней подкачки и потерь, а также при ненулевой скорости движения солитонов. Такой подход позволил исследовать поведение солитонных решений в более реалистичных физических условиях, где взаимодействие с внешней средой оказывает существенное влияние на их устойчивость и структуру.

Актуальность указанных исследований определяется не только их вкладом в фундаментальную науку, но и значительными перспективами практического применения. Полученные результаты могут быть использованы при разработке квантовых вычислительных платформ, спинtronных устройств нового поколения и высокоточных квантовых сенсоров. Таким образом, исследование формирования и эволюции когерентных структур в нелинейных диссипативных системах со спинами  $S \geq 1/2$  способствует не только углублению теоретического понимания сложных нелинейных процессов, но и решению актуальных задач в области квантовых технологий.

**Степень научной разработанности изучаемой проблемы.** Формирование и динамика когерентных структур в нелинейных диссипативных системах представляет собой активно развивающееся направление современной науки, лежащее на стыке нелинейной динамики, квантовой теории и прикладной физики. Теоретические и экспериментальные исследования охватывают широкий спектр задач: от процессов самоорганизации и устойчивости локализованных образований до влияния внешней среды в открытых квантовых системах. Фундаментальные основы были заложены в работах, посвящённых классическим и квантовым моделям нелинейных систем, включая исследования в области магнетизма, плазмы, жидких кристаллов, а также труды Н. Н. Боголюбова и И. Пригожина [125], сыгравшие ключевую роль в понимании диссипативных процессов и самоорганизации.

Для квантовых систем со спином  $S=1/2$  разработаны эффективные методы анализа когерентной динамики и взаимодействий с внешней средой. Однако при  $S > 1/2$  задача усложняется из-за роста размерности состояний и числа степеней свободы. Существующие подходы требуют существенного расширения, поскольку

они не в полной мере учитывают особенности многоспиновых взаимодействий, нелинейных эффектов и диссипативных механизмов в таких системах.

Современные исследования высокоспиновых систем сосредоточены на спектроскопии, моделировании многоспиновой динамики и анализе когерентных эффектов с использованием матриц плотности. Однако вопросы формирования и устойчивости когерентных структур в нелинейных системах с  $S>1/2$  изучены недостаточно. Проблема усложняется необходимостью точного учёта нелинейных взаимодействий, диссипации и внешних возмущений, особенно в долгоживущих режимах эволюции.

Актуальной задачей остаётся разработка новых математических моделей и численных методов, позволяющих описывать механизмы образования устойчивых когерентных структур в высокоспиновых квантовых системах. Значительный интерес представляет влияние диссипации на когерентность спиновых состояний, а также исследование пространственно-временных паттернов, возникающих в результате нелинейных и многоспиновых взаимодействий. Решение этих задач важно не только с теоретической точки зрения, но и для создания эффективных инструментов управления спиновыми структурами в квантовых устройствах. В рамках настоящей диссертационной работы планируется разработка новых математических подходов и программных средств для численного моделирования когерентных структур в системах с  $S>1/2$ , с акцентом на условия нелинейной диссипации. Предполагается, что полученные результаты внесут существенный вклад в понимание динамики высокоспиновых квантовых систем и расширят возможности их применения в квантовых вычислениях, сенсорике и материаловедении.

**Связь работы с научными программами (проектами), темами.**  
Исследования, выполненные автором, проводились в рамках реализации перспективного плана научно-исследовательских работ кафедры информационно-коммуникационных технологий и программирования ТГУПБП по теме "Развитие фундаментальных наук в сфере информационных, коммуникационных и программных технологий".

Результаты исследования соответствуют приоритетным направлениям программ, направленных на изучение механизмов формирования когерентных структур в нелинейных системах и разработку методов их математического моделирования. Работа представляет собой значимый вклад в изучение свойств когерентных структур в диссипативных средах, особенно в системах с высокими значениями спина  $S>1/2$ . Анализ динамики, самоорганизации и влияния диссипативных процессов позволяет глубже понять поведение таких систем. Развитие численных методов для описания процессов в высокоспиновых системах подчёркивает актуальность исследования в контексте задач математического моделирования сложных физических сред.

## **ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ИССЛЕДОВАНИЯ**

**Цель исследования.** Целью настоящей диссертации является разработка теоретических моделей и методов анализа формирования и динамики когерентных структур в нелинейных диссипативных системах со спинами  $S\geq1/2$ , а также выявление ключевых механизмов, определяющих их поведение и свойства в условиях нелинейных взаимодействий, диссипации и подкачки. Для достижения поставленной цели планируется изучить механизмы формирования когерентных структур в системах со спинами  $S\geq1/2$  под воздействием внешних полей. Предполагается разработать теоретические модели [70], описывающие их динамику с учётом диссипативных процессов, а также провести анализ влияния многоспиновых взаимодействий и связанных с ними нелинейных эффектов на устойчивость когерентных состояний. Особое внимание будет уделено изучению влияния окружающей среды на формирование когерентных структур, включая процессы диссипации и подкачки внешними полями. В рамках исследования будут разработаны численные методы моделирования, позволяющие анализировать динамику моделей описываемых систем с высокими спинами, в условиях диссипации, подкачки и ненулевой скорости движения. Разработка алгоритмов и численных методов, реализуемых в виде программных комплексов, обеспечивающих эффективное моделирование моделей. Формулирование

рекомендаций по их применению в квантовой информатике, спинtronике и создании высокоточных квантовых устройств.

**Задачи исследования.** Для достижения цели исследования в рамках данной диссертационной работы поставлены следующие задачи:

- проведение анализа существующих подходов к математическому моделированию когерентных структур в нелинейных диссипативных системах;

- изучение современных теоретических и экспериментальных исследований, посвящённые динамике систем со спинами  $S \geq 1/2$  и выявление проблем в описании процессов самоорганизации и формирования таких структур;

- разработка математических моделей, описывающие механизмы формирования когерентных структур в спиновых системах высокой размерности, учитывая диссипативные процессы и влияние внешних полей, с последующим созданием численных методов для их анализа;

- изучение динамики когерентных структур, включая разработку алгоритмов для оценки их устойчивости при различных значениях внешних параметров, а также проведение численного моделирования временной и пространственной эволюции этих структур в спиновых системах с  $S = 1/2$ .

- исследование влияния диссипативных процессов в моделях систем со спинами  $S > 1/2$ , а также изучение формирования и динамики устойчивых когерентных структур;

- проведение анализа многосолитонных решений, определив механизмы их влияния на формирование пространственно-временных системах, и выделение критических параметров, обеспечивающих устойчивость когерентных структур;

- оценка практической значимости полученных результатов, выявление перспективных областей применения когерентных структур в квантовых вычислениях и спинtronике, а также формулирование рекомендаций для их использования в управлении спиновыми системами с помощью разработанных математических моделей и программных комплексов;

**Объект исследования.** Объектами исследования являются устойчивые когерентные структуры в нелинейных диссипативных системах, а также квантовые системы с высоким значением спина.

**Предмет исследования.** Предметом исследования данной диссертации являются процессы формирования, эволюции и взаимодействия когерентных структур, таких как диссипативные солитоны, в нелинейных диссипативных ферромагнитных системах со спинами  $S \geq 1/2$ .

**Научная новизна исследования.** Все основные результаты диссертации являются новыми, обладают теоретической и практической значимостью и заключаются в следующем:

- разработаны математические модели и алгоритмы для описания динамики когерентных структур в нелинейных диссипативных системах с высокими спинами, включая многосолитонные решения скалярных и векторных версий нелинейного уравнения Шрёдингера (НУШ);

- развитие численных методов для решения нелинейных эволюционных уравнений с учётом диссипации и внешней подкачки для точного моделирования поведения локализованных возбуждений;

- выявлены влияния внешних осциллирующих полей на устойчивость и динамику солитонных решений в нелинейных диссипативных системах;

- формирование теоретической базы для описания нелинейных диссипативных систем с высокими спинами, открывающей новые возможности для изучения взаимодействий когерентных структур и солитонов;

### **Теоретическая и научно-практическая значимость исследования**

Теоретическая и научно-практическая значимость исследования заключается в следующем:

#### **1. Теоретическая значимость:**

- разработаны и обоснованы новые подходы к исследованию многосолитонных решений для скалярного и векторного НУШ, применимых к системам с высокими спинами, с учётом диссипации и подкачки внешними магнитными полями;

- проведённые исследования позволили существенно углубить понимание влияния потенциалов, механизмов подкачки и диссипации, а также ненулевой скорости солитонов на процессы формирования, устойчивости и динамики локализованных решений в нелинейных диссипативных ферромагнитных системах, что способствовало выявлению ключевых закономерностей их эволюции и условий устойчивого существования;

- исследование механизмов бифуркации, таких как удвоение периода, переход к хаосу и появление хаотических солитонов, с учётом взаимодействий, характерных для высокоспиновых систем;

- обоснование механизмов взаимодействия нелинейных эффектов, диссипативных процессов и подкачки энергии, приводящих к формированию сложных структур, включая пульсирующие и диссипативные солитоны предельного цикла.

## **2. Научно-практическая значимость:**

- полученные результаты могут быть использованы для описания реальных физических процессов в нелинейных диссипативных ферромагнитных системах с высокими спинами, включая их поведение под воздействием внешних полей;

- изучение влияния ненулевой скорости солитонов на их динамику открывает новые возможности для управления нелинейными волнами и создания устойчивых локализованных структур в высокоспиновых системах;

- разработанные численные методы моделирования, учитывающие эффекты диссипации, подкачки, внешних полей и скорости солитонов, позволяют предсказывать их поведение и оптимизировать режимы работы таких систем;

- результаты работы могут быть применены в задачах квантовой информатики, спинtronики и материаловедения, где управление устойчивостью и динамикой солитонов играет ключевую роль;

- выявленные закономерности и механизмы взаимодействий когерентных структур могут быть использованы для оптимизации процессов в сложных нелинейных системах, требующих баланса между диссипацией и подкачкой энергии;

## **Положения, выносимые на защиту:**

- на основе теории разностных схем создание алгоритма и набор компьютерных программ для численного моделирования, предназначенных для построения и анализа новых многосолитонных решений скалярного и двухкомпонентного векторного НУШ с учётом процессов диссипации, внешних магнитных воздействий и ненулевой скорости перемещения.

- полученные результаты численных исследований, показывающие, что в СНУШ с убывающими граничными условиями, затуханием и внешней подкачкой возможно формирование устойчивых диссипативных солитонов при ненулевой скорости движения, что способствует образованию солитоноподобных структур с пульсирующим поведением и удвоением периода;

- результаты численных экспериментов о возможности формирования долгоживущих диссипативных солитонов, описываемых СНУШ с потенциалом притяжения при наличии подкачки и диссипации, свидетельствуют об образовании когерентных структур и формировании классического аттрактора в фазовом пространстве системы;

- полученные впервые численные решения СНУШ с притягивающим потенциалом и конденсатными граничными условиями при наличии диссипации и подкачке, представляющие собой долгоживущие диссипативные бризеры предельного цикла, движущиеся с ненулевой скоростью центра масс составляющих;

- демонстрация возможности передачи сигнала в трёхуровневых системах в форме бризеров - особых солитонных структур, представляющих собой связанные возбужденные состояния с характерной внутренней динамикой;

- смоделированные процессы обмена информацией между квантовыми битами (кюритами) с использованием ВНУШ, имеющие важное значение для разработки квантовых вычислений.

**Степень достоверности результатов.** Достоверность результатов диссертационного исследования обеспечена сходимостью разработанных численных схем, совпадением расчетных данных тестовых задач с результатами

других авторов, устойчивостью численных моделей, а также сохранением точности интегралов движения, включая интегралы импульса, числа частиц и энергии. В тестовых вычислительных экспериментах они сохранялись с высокой точностью:  $\frac{\Delta P}{P} \sim 10^{-5} - 10^{-6}$ ,  $\frac{\Delta Q}{Q} \sim 10^{-5} - 10^{-6}$ ,  $\frac{\Delta E}{E} \sim 10^{-6} - 10^{-7}$ , что подтверждает надежность предложенных методов. Дополнительно, достоверность результатов подкрепляется их соответствием литературным данным.

**Степень соответствия диссертации паспорту научной специальности.** В диссертационной работе исследуются задачи разработки новых алгоритмов, численного моделирования и совершенствования приближенных методов для исследования математических моделей процессов и явлений, описываемых нелинейными эволюционными уравнениями в нелинейных диссипативных ферромагнитных системах с высокими спинами. Исследование включает в себя использование современных вычислительных технологий для анализа динамики когерентных структур, а также развитие методов численного решения для многосолитонных решений, описывающих взаимодействие волн и волновых пакетов. Эти задачи соответствуют паспорту научной специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» (часть III, пункты 1–6, 9, 10).

**Личный вклад соискателя учёной степени.** Задачи исследования были сформулированы в сотрудничестве с научным консультантом работы, которые предоставляли консультативное содействие на всех этапах исследования. Результаты диссертационной работы, изложенные в разделах «Научная новизна» и «Положения, выносимые на защиту», получены лично автором.

**Апробация и реализация результатов диссертации.** Основные результаты диссертационной работы были обсуждены и получили положительные отзывы на семинарах кафедры информационно-коммуникационных технологий и программирования факультета инновационных технологий и бухгалтерского учёта ТГУПБП, а также на следующих международных и республиканских конференциях: Всероссийской конференции по проблемам динамики, физики частиц, физики плазмы и оптоэлектроники: тезисы докладов. Москва, РУДН, 2016

по 2023 гг; VI Международной конференции современные проблемы физики, посвящённой 110-летию академика Академии наук Республики Таджикистан С.У. Умарова и 90-летию академика Академии наук Республики Таджикистан А.А. Адхамова Душанбе, «Эр-граф», 2018; Республиканская научно-практическая конференция на тему «Современные пути защиты информации в процессе развития информационных и коммуникационных технологий», посвященная годам 2020-2040 – «Двадцатилетие изучения и развития естественных, точных и математических наук в области науки и образования в Республике Таджикистан», Душанбе. - 24-25 апреля 2020 года; VII Международной конференции «Современные проблемы физики». Душанбе: изд-во «Дониш», 2020.; IV Международная научно-практическая конференция “Scientific community: interdisciplinary research” Busse Verlag GmbH (Hamburg, Germany), 18-19 мая 2021; Международной научно – практической конференции “Математика в современном мире” ТГУПБП, г. Худжанд, 19-20 апреля 2024 г., а также в нескольких научных республиканских конференциях.

Некоторые результаты данной диссертации использованы при чтении специальных курсов и выполнении дипломных работ для студентов и магистрантов.

**Публикации по теме диссертации.** Основные результаты диссертационной работы отражены в 44 публикациях, перечень которых представлен в конце диссертации. Среди них: 2 монографии, 16 статей, опубликованных в рецензируемых научных журналах и изданиях, рекомендованных ВАК при Президенте Республики Таджикистан и ВАК минобрнауки Российской Федерации. Кроме того, зарегистрировано 7 свидетельств о государственной регистрации компьютерных программ.

**Структура диссертации и объём.** Диссертация состоит из списка сокращений и обозначений, введения, общей характеристики исследования, пять глав, выводов, рекомендаций по практическому использованию результатов, списка цитированной литературы из 300 наименований, списка публикаций автора по теме диссертации из 44 наименований, 2 приложений и занимает 286 страниц

машинописного текста. Главы разбиты на параграфы и разделы. Для удобства в диссертации применена сквозная нумерация разделов, рисунков, таблиц и формул. Они имеют тройную нумерацию, в которой первая цифра совпадает с номером главы, вторая указывает на номер параграфа, а третья на порядковый номер разделов, рисунков, таблиц и формул в данном параграфе.

## **ОБСУЖДЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ**

В настоящей диссертационной работе приведены основные результаты исследований многосолитонных решений скалярных и векторных НУШ, проведенных автором в последнее десятилетие, где существенную роль в обсуждении и подборе материалов исследований, занимают численное моделирование и компьютерный эксперимент. Основные результаты диссертационной работы дополняют и развиваются некоторые результаты Маханькова В.Г., Абдуллоева Х.О., Муминова Х.Х., Рахими Ф.К., Махсудова А.Т. и Шокир Ф.Ш., где вопросы поведения локализованных возбуждений, описываемых нелинейным уравнением Шрёдингера, представляет значительный интерес при наличии в системе диссипации и подкачки внешними электромагнитными полями и скорости движения.

**Результаты исследования.** Приведем краткое изложение результатов глав диссертационного исследования.

**Первая глава диссертации** посвящена квазиклассическому описанию спиновых систем с  $S \geq 1/2$ , основанному на обобщённых когерентных состояниях и симметриях SU(2) и SU(3). Рассматриваются принципы перехода от квантового к классическому описанию, включая усреднение гамильтонианов и вывод уравнений движения. Особое внимание уделено влиянию анизотропии, обменных взаимодействий и нелинейных эффектов. Показано, что квазиклассический подход позволяет описывать солитонные и мультипольные возбуждения. Глава служит основой для дальнейшего изучения нелинейной динамики спиновых систем и их применения в теоретической и математической физике.

**В первом параграфе** рассмотрены основные принципы перехода от квантово-механического к классическому описанию, включая усреднение

спиновых гамильтонианов и вывод уравнений движения [37, 75, 79]. Особое внимание уделяется влиянию анизотропии, обменных взаимодействий и нелинейных эффектов на динамические свойства спиновых систем [14]. Показано, что использование квазиклассических методов позволяет описать солитонные и мультипольные возбуждения, возникающие в системах со значениями спина  $S \geq 1/2$ .

**Во втором параграфе** вводится рабочее определение интегрируемых систем. Под таковыми понимаются системы, допускающие представление Лакса, обладающие счётным числом интегралов движения и изучаемые с использованием методов обратной задачи рассеяния, задачи Римана,  $\bar{\partial}$ -проблемы и конечнозонного интегрирования [4, 12, 24, 31, 43, 120, 133], что характеризует их как  $S$ -интегрируемые. Кроме того, рассматриваются  $C$ -интегрируемые системы, решаемые с помощью замены переменных или специального анзаца. Такое определение охватывает широкий класс моделей, включая как классические, так и квантовые случаи [86, 130].

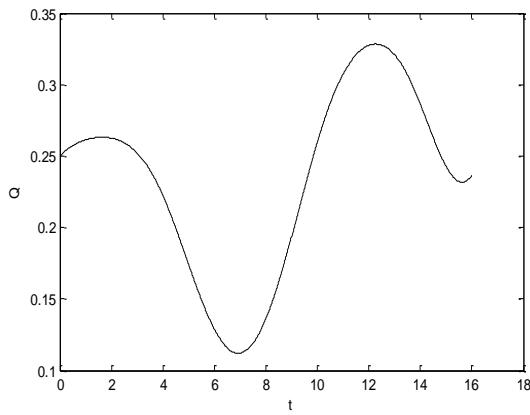
**Третий параграф** посвящён солитонам и их связи с НУШ, которые играют ключевую роль в описании устойчивых волновых структур в различных физических системах [9, 12, 23, 28, 81]. Рассматривается исторический контекст возникновения солитонных решений, начиная с работ Забуски и Крускала, а также их обобщение на магнитные среды в исследованиях Ландау, Лифшица, Фадеева и Тахтаджяна [49, 50, 74, 91]. Особое внимание удалено работам Захарова, Шабата, Абловица и Сегура, где были предложены аналитические методы решения НУШ, включая обратную задачу рассеяния и точные солитонные решения типа  $\text{sech}^2$  [5, 133, 134]. Обсуждается физическая интерпретация решений НУШ как высокочастотных волновых пакетов, слабо модулированных по амплитуде, и приводится процедура получения уравнений типа СНУШ на основе многомасштабного анализа и разложений дисперсионных соотношений [22, 26, 123, 124]. Рассматриваются как временные (начальные) постановки задачи, так и пространственные (краевые), что приводит к различным формам обобщённых НУШ [уравнения (1.3.3а, б)]. Также приводится детальный вывод скалярного [уравнение (1.3.4)] и векторного [уравнение (1.3.5)] НУШ. Далее анализируются

обобщения НУШ, описывающие взаимодействие высоко- и низкочастотных мод, приводя к системам типа Яджимы–Ойкавы и Маханькова [30, 44, 57, 132]. Указывается, что лишь некоторые из них сохраняют интегрируемость, например, система Яджимы–Ойкавы при  $g=0$ . Примеры приложений включают физику плазмы, магноны, фононы, экситоны и др. [21, 117]. Отдельное внимание уделяется векторным обобщениям НУШ, где поле принимает значения в пространстве с внутренней симметрией, описываемой метрическим тензором  $g_{ij}$  [113]. Такие модели описывают квазиспиновые бозонные газы и многокомпонентные волны, включая круговую поляризацию в плазме [122, 123]. Интегрируемость отдельных моделей ВНУШ была установлена в работах [55, 120, 121]. Завершается обзор рассмотрением производных НУШ, в которых нелинейность входит через производные потенциала [уравнение (1.3.6)]. Эти уравнения важны для описания (2+1)-мерных систем, таких как модифицированное уравнение Кадомцева–Петвиашвили и уравнение Ишимори [115].

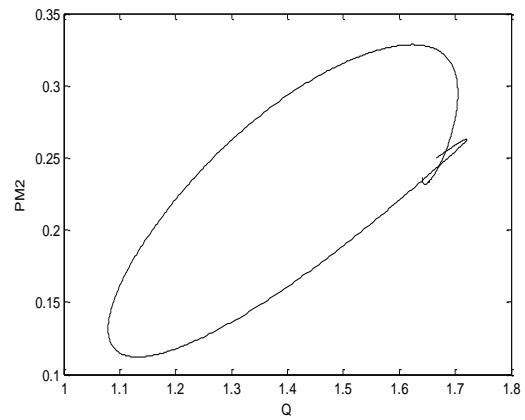
**Четвёртый параграф** посвящён анализу устойчивости солитоноподобных решений, которые описывают локализованные состояния в нелинейных эволюционных уравнениях. Обычно рассматриваются два типа устойчивости: по отношению к возмущениям начальных условий и к модификациям самой динамики системы (структурная устойчивость) [11]. Первый тип устойчивости изучается с помощью линейного спектрального анализа и метода Ляпунова [95, 118], тогда как структурная устойчивость требует более тонкого подхода и остаётся активно исследуемой, особенно для систем, близких к интегрируемым [36, 67]. Структурно устойчивыми считаются решения, сохраняющие форму в течение интервала, сопоставимого с характерным временем системы, однако негамильтоновы возмущения могут приводить к быстрой утрате локализации [73]. Численные методы, основанные на решении задачи Коши, становятся основным инструментом в изучении таких сценариев.

**В пятом параграфе** данной главы рассматриваются диссипативные солитоны – локализованные структуры, существующие в неконсервативных системах за счёт баланса между подкачкой энергии и её диссипацией. Они

проявляются в различных физических средах [50, 52, 53, 55, 90, 125, 128] и играют важную роль в изучении процессов самоорганизации, а также являются объектом исследования данной диссертационной работы. Проанализирован процесс формирования диссипативных солитонов в уравнении комплексного уравнения Гинзбурга-Ландау и его модификациях [107]. Исследованы различные типы диссипативных солитонов, включая стационарные, пульсирующие и хаотические солитоны, а также их фазовые портреты, демонстрирующие динамику и бифуркационные переходы. Также исследуется эволюция солитонов в контексте различных бифуркационных переходов, приводящих к изменению их динамики и возникновению хаотических солитонов [3-А].



**Рисунок 1. - График зависимости интеграла числа частиц от времени пульсирующего солитона**



**Рисунок 2. - Фазовый портрет солитона**

Численные эксперименты с использованием разностной схемы подтверждают существование устойчивых и неустойчивых пульсирующих солитонов, а также демонстрируют переход к хаотическим состояниям в фазовом пространстве. Эволюция системы анализируется с помощью интеграла числа частиц от времени и фазового портрета, отображающих динамику солитонов с одним предельным циклом и одной пульсацией, при параметрах  $D = 1, \varepsilon = 0.1, \delta = -0.1, \beta = 0.08, \mu = 0.001, \nu = 0.001, S = 0.0009$ . Еще в данном параграфе, приведены примеры исследований [32, 126], посвященных хаотическим состояниям системы, описываемым НУШ с возмущениями. В этих работах применяется метод обратного рассеяния, позволяющий определить статистические свойства солитонов. Численный анализ движущихся солитонов в НУШ с

параметрической накачкой и диссипацией показал их неустойчивость. Однако предложены методы стабилизации таких решений с учетом дополнительных нелинейных и диффузионных эффектов. Следует отметить, что глава закладывает основу для дальнейшего исследования нелинейной динамики спиновых систем [7], описываемых обобщёнными уравнениями Ландау–Лифшица [49, 50, 119], и демонстрирует их применимость к задачам теоретической и математической физики [46, 47].

**Во второй главе** представлены основы математического моделирования и методы построения многосолитонных решений НУШ в скалярной и векторной формах с различными типами потенциалов. Рассмотрены теоретические подходы, включая алгебро-геометрические методы и метод обратной задачи рассеяния. Особое внимание удалено решениям с убывающими и конденсатными граничными условиями. Показано, что предложенные методы позволяют анализировать эволюцию, взаимодействие и устойчивость многосолитонных конфигураций в нелинейных системах.

**Первый параграф данной главы** посвящён формализации задачи моделирования когерентных структур в нелинейных диссипативных средах и рассмотрению подходов, применимых к таким системам [10, 29, 41, 42, 54, 82]. Приведены три ключевых этапа моделирования: выбор математической модели - в данной работе используются скалярное и векторное НУШ [13, 72, 108], разработка численного алгоритма на основе метода конечных разностей [34, 35, 45, 48, 93, 94, 95], а также программная реализация в среде Matlab [6, 40, 97, 99, 100], обеспечивающая визуализацию и анализ динамики солитонных решений [551, 71, 80, 83, 84, 85].

**Во втором параграфе** представлена общая структура алгебро-геометрического метода, основанного на конечнозонной интеграции и разработанного в работах [14–17, 112]. Этот подход позволяет получать многосолитонные решения уравнения Шрёдингера, включая случаи с конденсатными граничными условиями, где стандартные аналитические методы оказываются недостаточно эффективными [41, 56, 60–65].

**В третьем параграфе** анализируется СНУШ с убывающими граничными условиями, для которого получены условия существования гладкого и вещественного потенциала на основе структуры матрицы  $C_{ij}$  и самосогласованного спектрального параметра. Рассматриваются три возможных конфигурации расположения полюсов, при которых показано, что уравнение допускает двухсолитонные решения с притяжением, являющиеся интегрируемыми как в классической, так и в квантовой постановке [26].

**В четвёртом параграфе** рассматриваются двухсолитонные решения СНУШ с конденсатными граничными условиями, полученные с использованием метода делинеаризации [77]. Показано, что в зависимости от расположения спектральных параметров формируются различные типы решений - от бризеров и квазипериодических волн до локализованных солитонов, причём для бризерных решений вычислена энергия связи, характеризующая внутреннюю степень свободы и взаимодействие между солитонными компонентами.

**В пятом параграфе данной главы** рассматриваются двухсолитонные решения ВНУШ с потенциалом смешанного типа  $2\varepsilon(|\varphi_1|^2 - b^2) - \lambda|\varphi_2|^2$ , моделирующим взаимодействие компонент в системах с многоуровневой спиновой структурой [61, 77]. Такой подход позволяет описывать динамику возбуждений в магнитных средах с учётом мультипольных эффектов, что актуально в контексте задач спинtronики и квантовой передачи информации [92, 110, 111, 131]. Получены явные выражения для двухсолитонных решений при различных типах симметрий  $u(m,n)$ , основанные на методе делинеаризации, что даёт возможность моделировать обмен состояниями между кудитами и кутритами, представленными через обобщённые когерентные состояния [1, 92].

**Шестой параграф** рассматривает многосолитонные решения ВНУШ с самосогласованным потенциалом  $\bar{\varphi}_1\varphi_2 + \varphi_1\bar{\varphi}_2$ , возникающим в ряде физических моделей [8, 33, 78, 114]. Показано, что при различных конфигурациях спектральных параметров возможно построение устойчивых локализованных решений с убывающими граничными условиями, причём явные выражения для

двуихсолитонных решений получены на основе метода делинеаризации и согласованных матриц  $E_{ij}$  и  $C_{ij}$  [77].

**В третьей главе** описаны численные и аналитические методы исследования СНУШ с убывающими граничными условиями. Проанализированы динамика, устойчивость и формирование солитонов, включая бризеры с пульсирующей структурой. Выявлены условия устойчивости многосолитонных состояний и механизмы их самоорганизации [65]. Основные результаты представлены в работах [10-А, 11-А, 13-А, 18-А, 29-А, 32-А, 42-А].

**Первый параграф данной главы** посвящен методике численных расчетов, включающей разработку и реализацию алгоритмов исследования динамики и устойчивости солитонных решений на основе скалярного и векторного НУШ. Особое внимание уделено построению уникального алгоритма работы, на основе которого будет создан специализированный пакет компьютерных программ в среде Matlab [16-19, 40, 59]. Такой подход позволяет подробно анализировать поведение солитонов под воздействием внешних факторов. Переход от теоретической модели к численной реализации [20, 89] включает учёт внешней подкачки, диссипации и скорости солитонов, что обеспечивает универсальность и точность при изучении сложной динамики (бризеры, диссипативные и хаотические солитоны). Для численного моделирования применяется метод конечных разностных схем, аппроксимирующий производные и обеспечивающий устойчивость расчётов. Рассматривается модель СНУШ следующего вида:

$$i \varphi_t - \varphi_{xx} - \lambda |\varphi|^2 \varphi = 0. \quad (1)$$

с решением

$$\varphi = \gamma_1 \psi_1 + \gamma_2 \psi_2, \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} \psi_1 &= (A_1 e^{iW_1(x,t)-P_1(x,t)} + A_2 \sinh(P_2(x,t) + h_1) e^{iW_1(x,t)}) / \\ &/ (A_3 \cosh(P_2(x,t) - P_1(x,t) + h_2) + A_4 \cosh(P_2(x,t) + P_1(x,t) + h_3) + \\ &+ A_5 \cos(W_2(x,t) - W_1(x,t) + h_4)) \\ \psi_2 &= (A_6 e^{iW_1(x,t)-P_1(x,t)} + A_7 \sinh(P_2(x,t) + h_5)) / \\ &/ (A_3 \cosh(P_2(x,t) - P_1(x,t) + h_2) + A_4 \cosh(P_2(x,t) + P_1(x,t) + h_3) + \end{aligned}$$

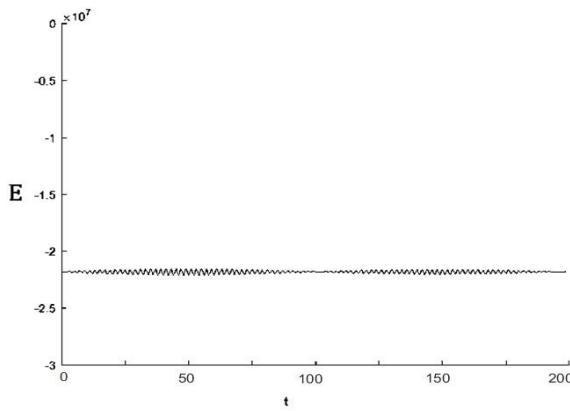
$$+A_5 \cos(W_2(x, t) - W_1(x, t) + h_4)$$

Аппроксимация выполнена с помощью явной трехслойной разностной схемы («leap-frog»), обеспечивающей устойчивость при условии  $\tau \leq \frac{h^2}{4}$ , где  $\tau$  – шаг по времени,  $h$  – шаг по координате. На основе предложенного алгоритма в среде Matlab создан комплекс программ, позволяющих моделировать и визуализировать эволюцию локализованных когерентных структур при различных параметрах и внешних воздействиях.

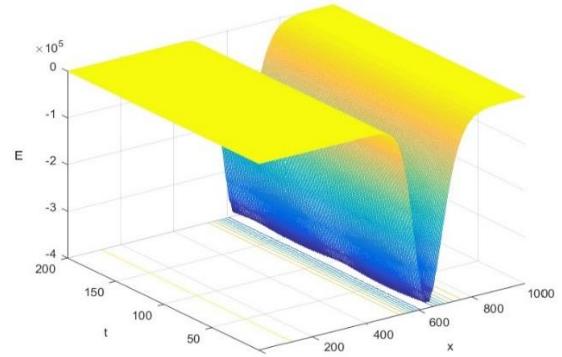
**Во втором параграфе данной главы** исследуется устойчивость многосолитонных решений СНУШ и их динамика при изменении внешних параметров. Рассматривается СНУШ (1) с убывающими граничными условиями при  $|x| \rightarrow \infty$ , представленными в виде решения (2). Для дальнейшего исследования используется характеристика решения в форме интеграла энергии:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} (|\varphi_x|^2 + (\lambda|\varphi|^2)^2) dx \quad (3)$$

С целью численного анализа разработан комплекс программ на платформе Matlab, основанный на теории разностных схем. С его помощью проведено моделирование многосолитонного решения уравнения (1) при параметрах  $b = 0.86$ ,  $\alpha_1 = 0.037$ ,  $\alpha_2 = 1.32$ ,  $\beta_1 = 0.028$ ,  $\beta_2 = 0.019$ ,  $\gamma_1 = 1.64$ ,  $\gamma_2 = 1.64$ ,  $\lambda = 0.39$ ,  $k_1 = 0.79$  на интервале  $[0, 1000]$  до времени  $t = 200$ . Анализ показал, что интеграл энергии  $E$  (рис. 1) остаётся практически неизменным в течение рассматриваемого временного интервала, что свидетельствует о структурной устойчивости решения уравнения (1). Эволюция плотности энергии (рис. 2) демонстрирует модулированную волну с сохранением формы и граничных состояний, подтверждая устойчивость солитонного решения при малых возмущениях [18-А, 42-А].

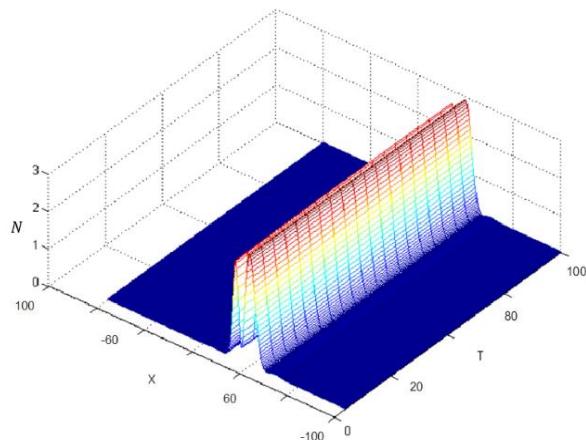


**Рисунок 1. - График интеграла энергии солитона**

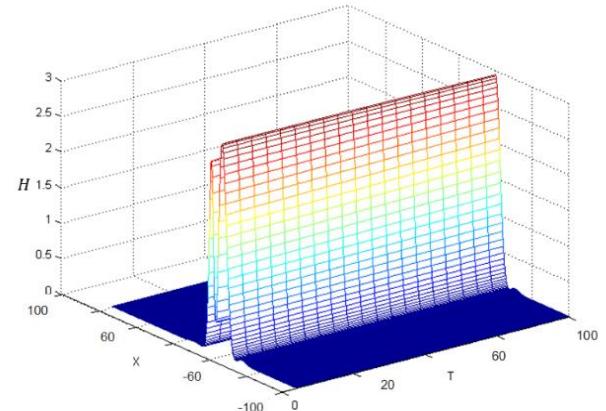


**Рисунок 2. - График эволюции плотности энергии солитона**

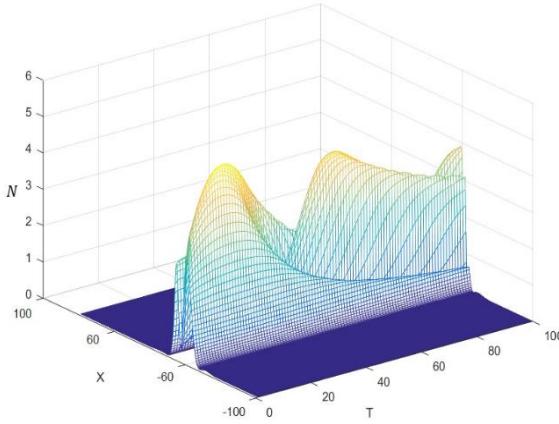
**В третьем параграфе** данной главы рассматриваются результаты численного моделирования двухсолитонного решения СНУШ с убывающими граничными условиями. При первом этапе, то есть при нулевой скорости, солитонное решение сохраняет стационарную структуру и не демонстрирует бризерной динамики: формируются два устойчивых, неподвижных пика (рис. 3–4). Второй этап моделирования заключается в численном моделировании решения (1) при ненулевой скорости его движения. Как показывает серия численных экспериментов, картина эволюции многосолитонного решения в этом случае отличается кардинальным образом.



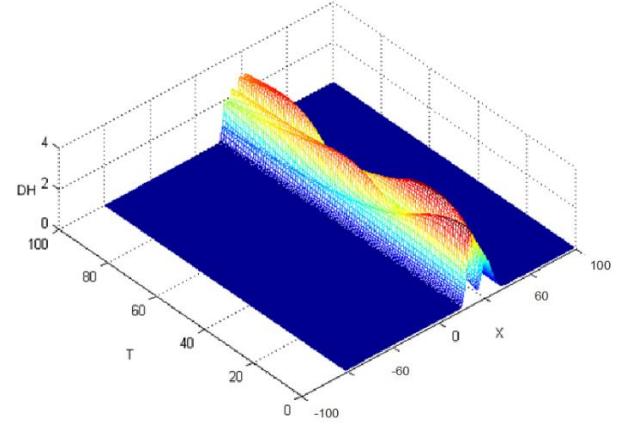
**Рисунок 3. - График эволюции плотности числа частиц солитона**



**Рисунок 4. - График эволюции плотности энергии солитона**



**Рисунок 5. - График эволюции плотности числа частиц солитона ( $v=0.12$ )**



**Рисунок 6. - График эволюции плотности энергии солитона ( $v=0.12$ )**

Выбран интервал изменения скорости движения центра масс многосолитонного решения в пределах от 0 до 0.5 с шагом 0.01. Наиболее характерные результаты численного моделирования наблюдаются при  $v = 0.12$  (рис. 5, 6), где возникает характерная бризерная модуляция, связанная с внутренними степенями свободы. Эти результаты подчёркивают важность учёта скорости в исследовании внутренней структуры многосолитонных решений [10-А, 11-А, 29-А, 42-А, 180].

**В четвёртом параграфе** данной главы рассматривается численное моделирование и анализ эволюции решений СНУШ с убывающими граничными условиями при  $|x| \rightarrow \infty$ , описываемых уравнением (1). Для исследования долгосрочной динамики были использованы иные параметры  $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \lambda, \gamma_1$  и  $\gamma_2$ . Солитонное решение, полученное методом конечнозонного интегрирования [77], представлено в виде выражения (2). Также были использованы характеристики решения: энергия (3), импульс (4) и интеграл числа частиц (5).

$$P = \frac{i}{2} \int_{-\infty}^{\infty} (\bar{\varphi}_x \varphi - \varphi_x \bar{\varphi}) dx, \quad (4)$$

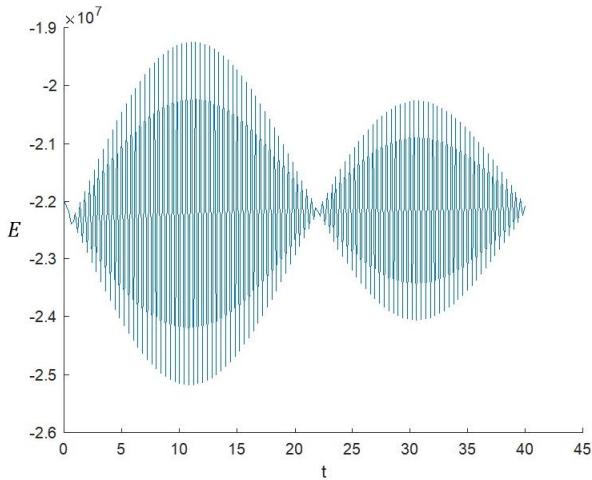
$$Q = \int_{-\infty}^{\infty} (|\varphi|^2) dx \quad (5)$$

Для моделирования были использованы разностные схемы, аналогичные [11-А, 29-А]. Численные эксперименты при параметрах  $b = 1, \alpha_1 = 0.029, \alpha_2 = 1.1, \beta_1 = 0.019, \beta_2 = 0.01, \gamma_1 = \gamma_2 = 1.84, \lambda = 0.3, k_1 = 0.7$  в области  $x \in [-300, 100]$  и времени  $t \in [0, 200]$  продемонстрировали устойчивость решения (2). При ненулевой скорости

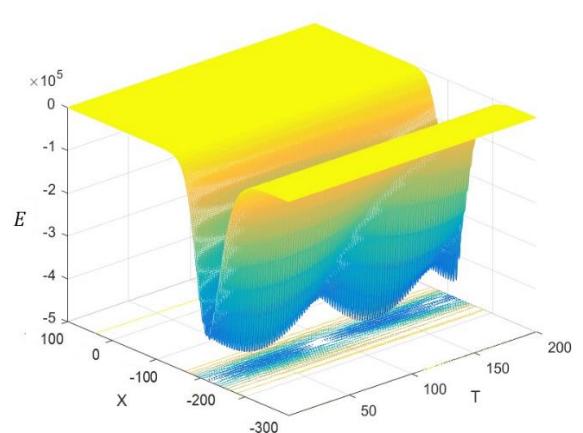
наблюдалась бризерная динамика внутренних степеней свободы [68, 92]. В дальнейших экспериментах в уравнение (1) добавлены члены [32], описывающие диссипацию и внешнюю подкачку

$$i\varphi_t - \varphi_{xx} - \lambda|\varphi|^2\varphi = h\bar{\varphi}e^{2i\omega_0} - i\gamma\varphi, \quad (6)$$

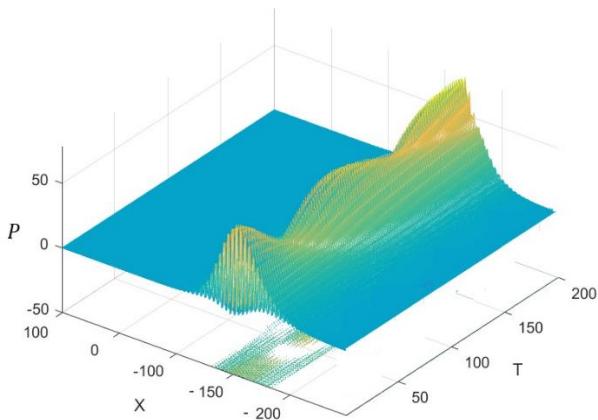
где,  $\gamma$ - коэффициент диссипации и,  $h$  и  $\omega_0$  – амплитуда и частота накачки, а  $\omega_0$  совпадает с собственной частотой  $\omega_0$  из решения (2). Использование параметров  $\gamma = 0.2$ ,  $h = 0.5$  позволило проанализировать диссипативные эффекты. Интегралы  $P$ ,  $Q$ ,  $E$  сохранялись с высокой точностью  $\frac{\Delta P}{P} \sim 10^{-5} - 10^{-6}$ ,  $\frac{\Delta Q}{Q} \sim 10^{-5} - 10^{-6}$ ,  $\frac{\Delta E}{E} \sim 10^{-6} - 10^{-7}$ .



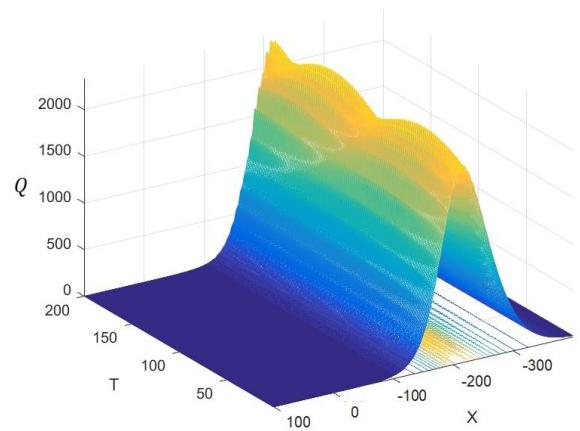
**Рисунок 7. - График интеграла энергии солитона при учёте диссипации и подкачки**



**Рисунок 8. - График эволюции плотности энергии солитона при учёте диссипации и подкачки**

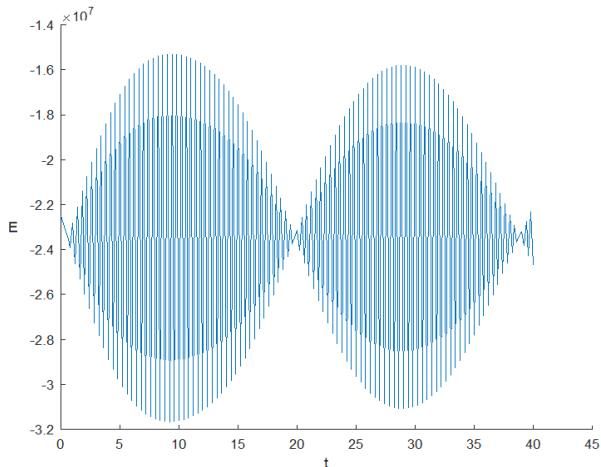


**Рисунок 9. - График эволюции плотности импульса солитона при учёте диссипации и подкачки**

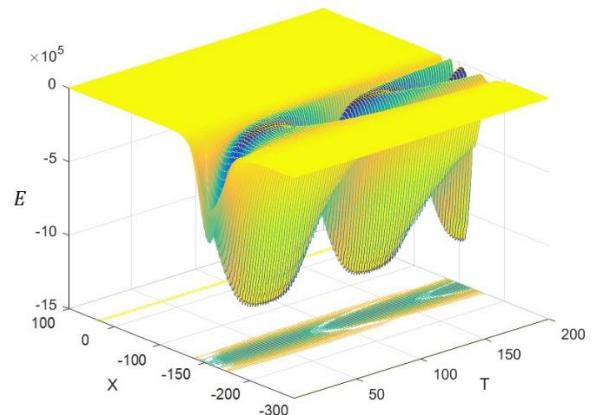


**Рисунок 10. - График эволюции плотности числа частиц солитона при учёте диссипации и подкачки**

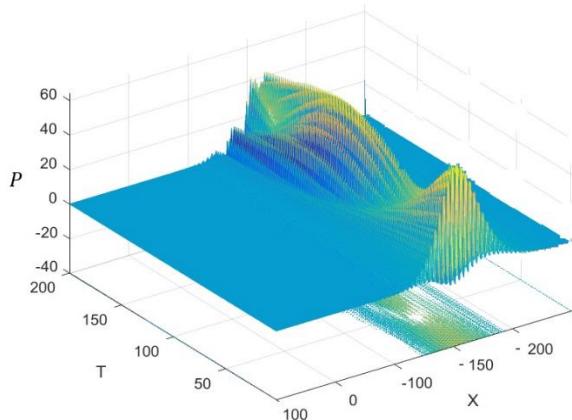
При нулевой скорости решение демонстрирует близерную динамику (рис. 7), а эволюция интегралов движения подтверждает пульсирующее поведение локализованной структуры (рис. 8-10). Моделирование при  $v=0.11$  выявило превращение солитонных решений в пульсирующие с удвоенным периодом — результат бифуркации в пространстве параметров. Наблюдается формирование пульсирующих солитонов, а при продолжении — переход к хаотическим состояниям (рис. 11–14) [13-A, 32-A, 42-A].



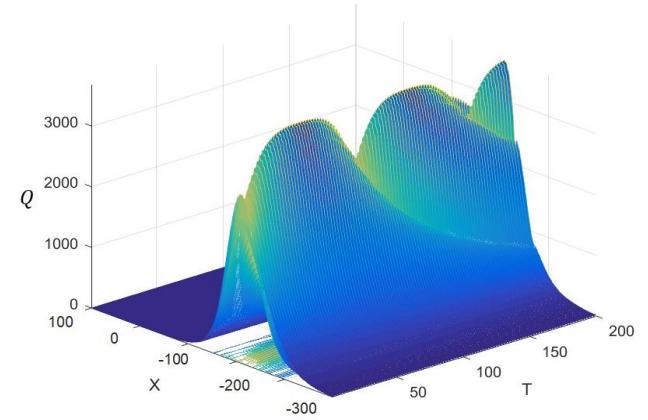
**Рисунок 11. График интеграла энергии солитона при учёте диссипации и подкачки и скорости движения ( $v=0.11$ )**



**Рисунок 12. - График эволюции плотности энергии солитона при наличии диссипации и подкачки и скорости движения ( $v=0.11$ )**



**Рисунок 13. - График эволюции плотности импульса солитона при учёте диссипации, подкачки и ненулевой скорости движения**



**Рисунок 14. - График эволюции плотности числа частиц солитона при учёте диссипации, подкачки и скорости движения**

**В четвёртой главе** рассматриваются многосолитонные решения СНУШ с конденсатными граничными условиями [77], а также их устойчивость и переход к хаотическим режимам [26, 126, 127]. Основное внимание уделяется численному

моделированию и исследованию влияния малых возмущений, таких как диссипация и подкачка, на эволюцию решений. Численные эксперименты показывают, что такие возмущения существенно влияют на долгосрочную динамику, вызывая изменения в структуре решений, переходы к пульсациям и хаотическому поведению. Определены области устойчивости и режимы, чувствительные к изменениям параметров. Полученные результаты изложены в публикациях [2-А, 4-А, 5-А, 8-А, 9-А, 16-А, 19-А, 24-А, 25-А, 27-А, 28-А, 43-А, 44-А] и представляют практический интерес для приложений в оптике, гидродинамике и теории конденсированных сред.

**В первом параграфе** данной главы рассматриваются двухсолитонные решения скалярного нелинейного уравнения Шрёдингера с притягивающим потенциалом в следующем виде

$$i\varphi_t - \varphi_{xx} - 2(|\varphi|^2 - b^2)\varphi = 0. \quad (7)$$

решения которого были получены методом конечнозонного интегрирования [77] и представлены в виде аналитического выражения (8), описывающего локализованную двухсолитонную структуру на фоне конденсата

$$\varphi = b \left( 1 + \frac{C_3 \cos(qx+wt+w_{02}) + C_4 e^{\beta^+(x+v^+t)}}{C_1 \operatorname{ch}(\beta^+(x+v^+t) + h_1) + C_2 \cos(qx+wt+w_{01})} \right) e^{ik_1(x+k_1t)}, \quad (8)$$

где

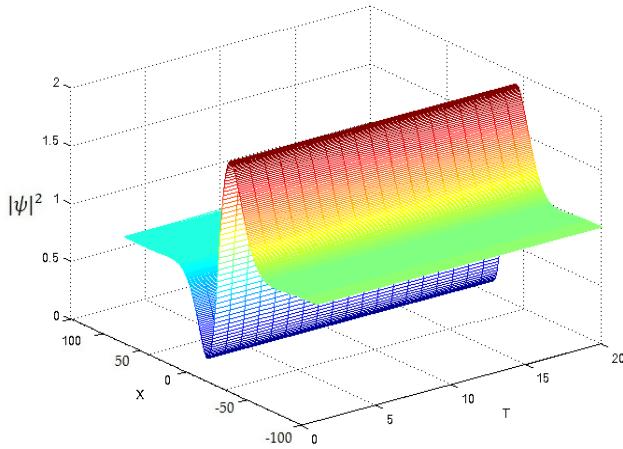
$$\begin{aligned} C_1 &= \left( \frac{|C_{12}|^2 |\kappa_{12}|^2}{|\bar{\kappa}_{12}|^2 \bar{\kappa}_{11} \bar{\kappa}_{22}} \right)^{\frac{1}{2}}, & e^{h_1} &= \left( \frac{|\kappa_{12}|^2}{|C_{12}|^2 |\kappa_{12}|^2 \bar{\kappa}_{11} \bar{\kappa}_{22}} \right)^{\frac{1}{2}}, \\ C_2 &= - \left( \frac{C_{11} C_{22}}{\bar{\kappa}_{12} \bar{\kappa}_{21}} \right)^{\frac{1}{2}}, & e^{iw_{01}} &= \left( \frac{C_{12} \bar{\kappa}_{12}}{C_{21} \bar{\kappa}_{21}} \right)^{\frac{1}{2}}, \\ C_3 &= \left( \frac{C_{12} C_{21}}{(k_1 - \kappa_1)(k_1 - \kappa_2)} \right)^{\frac{1}{2}}, & e^{iw_{02}} &= \left( \frac{C_{12}(k_1 - \kappa_2)}{C_{21}(k_1 - \kappa_1)} \right)^{\frac{1}{2}}, \\ C_4 &= - \frac{1}{2} \left( \frac{\bar{\kappa}_{21}}{(k_1 - \kappa_1) \bar{\kappa}_{12} \bar{\kappa}_{22}} - \frac{\bar{\kappa}_{12}}{(k_1 - \kappa_2) \bar{\kappa}_{21} \bar{\kappa}_{11}} \right)^{\frac{1}{2}}, \\ q &= \alpha_2 - \alpha_1, & w &= (\alpha_2^2 - \alpha_1^2) + (\beta_2^2 - \beta_1^2), \\ \kappa_{ij} &= \kappa_i - \bar{\kappa}_j, & \bar{\kappa}_{ij} &= \bar{\kappa}_i - \kappa_j, & \beta^+ &= \beta_1 + \beta_2, & \beta^- &= \beta_2 - \beta_1, \end{aligned}$$

$$v^\pm = \frac{2(\alpha_2\beta_2 \pm \alpha_1\beta_1)}{\beta_2 \pm \beta_1}, \quad i, j = 1, 2,$$

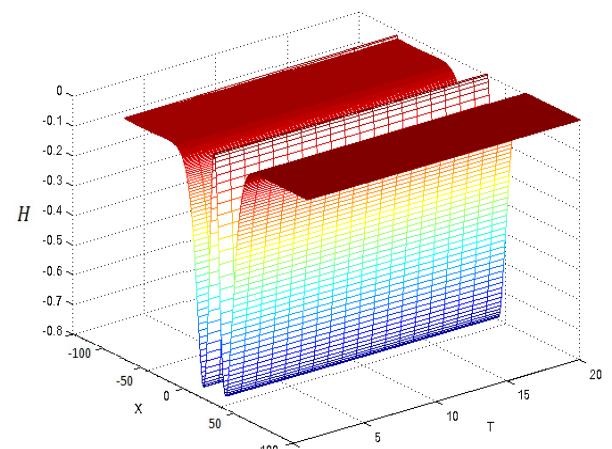
при конденсатных граничных условиях. Рассматривается поведение решения при различных начальных и граничных условиях с акцентом на устойчивость и динамику, включая влияние параметров подкачки, затухания, начальных возмущений и использование численных методов для анализа эволюции во времени. Интегралы движения, такие как число частиц и гамильтониан, используются для оценки точности расчётов и контроля устойчивости решения

$$N = \int |\phi|^2 dx, \quad H = \int (|\phi_x|^2 - (|\phi|^2 - b^2)^2) dx \quad (9)$$

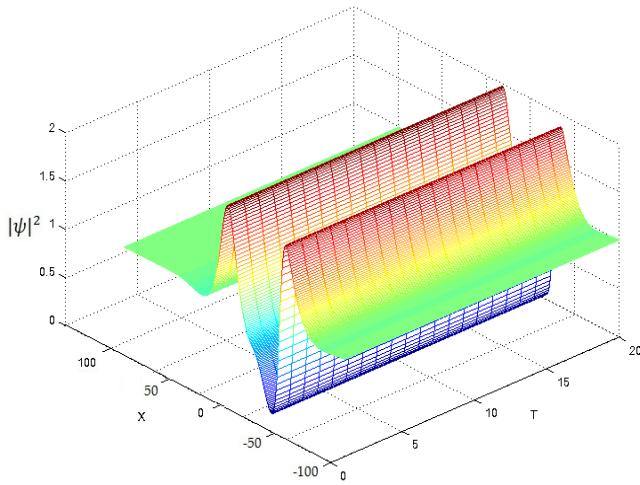
Численное моделирование проводится с использованием явной трёхслойной разностной схемы второго порядка [44-А], удовлетворяющей условию устойчивости. Результаты показывают, что при фиксированных параметрах многосолитонное решение сохраняет устойчивость и форму на длительных временных интервалах. Это подтверждается сохранением интегралов движения и визуальным анализом эволюции плотности солитонного решения (см. рис. 15, 16).



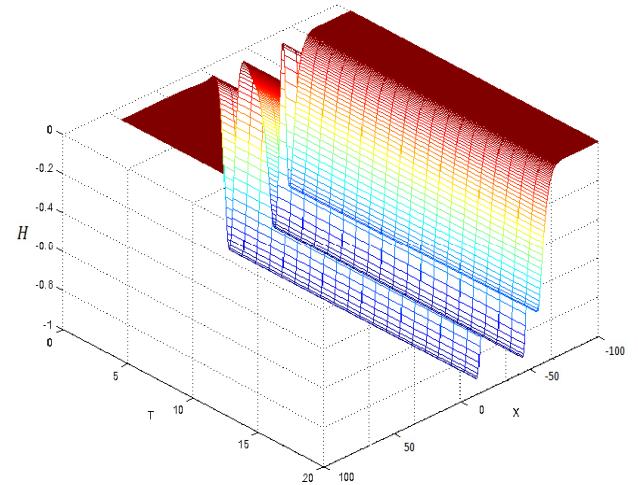
**Рисунок 15.** - Динамика эволюции числа частиц солитона при параметрах  $b = 1$ ,  $k_1 = 0.03$ ,  $\alpha_1 = 0.19$ ,  $\alpha_2 = 0.12$ ,  $\beta_1 = 0.096$ ,  $\beta_2 = 0.01$ ,  $\lambda = 1$ ,  $\gamma_1 = 1.265$ ,  $\gamma_2 = 0.85$



**Рисунок 16.** - Динамика плотности энергии солитона при параметрах  $k_1 = 0.03$ ,  $b = 1$ ,  $\alpha_1 = 0.19$ ,  $\alpha_2 = 0.12$ ,  $\beta_1 = 0.096$ ,  $\beta_2 = 0.01$ ,  $\lambda = 1$ ,  $\gamma_1 = 1.265$ ,  $\gamma_2 = 0.85$



**Рисунок 17.** - Динамика эволюции числа частиц солитона при параметрах  $b = 1$ ,  $k_1 = 0.05$ ,  $\alpha_1 = 0.019$ ,  $\alpha_2 = 0.11$ ,  $\beta_1 = 0.096$ ,  $\beta_2 = 0.11$ ,  $\lambda = 0.5$ ,  $\gamma_1 = 0.85$ ,  $\gamma_2 = 0.485$



**Рисунок 18.** - Динамика плотности энергии солитона при параметрах  $b = 1$ ,  $k_1 = 0.05$ ,  $\alpha_1 = 0.019$ ,  $\alpha_2 = 0.11$ ,  $\beta_1 = 0.096$ ,  $\beta_2 = 0.11$ ,  $\lambda = 0.5$ ,  $\gamma_1 = 0.85$ ,  $\gamma_2 = 0.485$

При изменении выбора соответствующих параметров, то есть при  $k_1 = 0.05$ ,  $b = 1$ ,  $\alpha_1 = 0.019$ ,  $\alpha_2 = 0.11$ ,  $\beta_1 = 0.096$ ,  $\beta_2 = 0.11$ ,  $\lambda = 0.5$ ,  $\gamma_1 = 0.85$ ,  $\gamma_2 = 0.485$  демонстрирует устойчивое формирование трёхсолитонного решения СНУШ с конденсатными граничными условиями (рис. 17, 18) на длительных временных интервалах, что подтверждается результатами численного моделирования [5-А, 42-А, 44-А].

**Во втором параграфе** данной главы рассматривается поведение многосолитонных решений СНУШ (7), где аналитическое решение данного уравнения было получено в [77] и представлено в виде

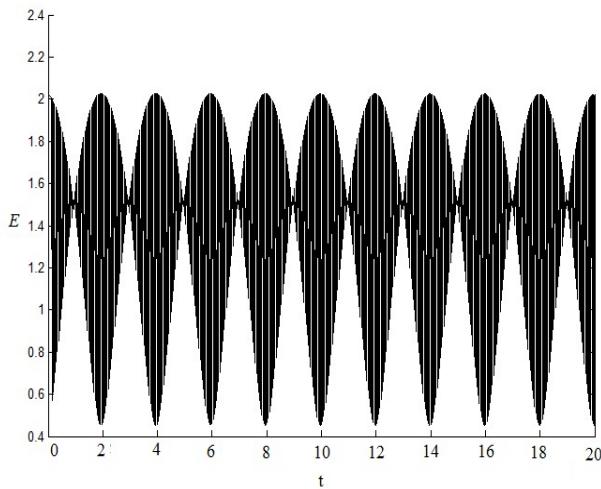
$$\varphi = \left( 1 + \frac{B_3 \cos(\beta^-(x+v^-t) - h_3) + B_4 e^{\beta^+(x+v^+t)}}{B_1 \operatorname{ch}(\beta^+(x+v^+t) - h_1) + B_2 \operatorname{ch}(\beta^-(x+v^-t) + h_2)} \right) b e^{ik_1(x+k_1 t)} \quad (10)$$

Ранее указанное уравнение изучалось в работе [103], а его многосолитонные решения были получены в [136] в виде выражения (10). Несмотря на то, что это решение формально является многосолитонным, численные эксперименты [118, 4-А, 43-А] показывают отсутствие близерной динамики при нулевой скорости центра масс. Учитывая, что в реальных физических системах, таких как оптические и конденсированные среды, неизбежны потери энергии и возможна внешняя

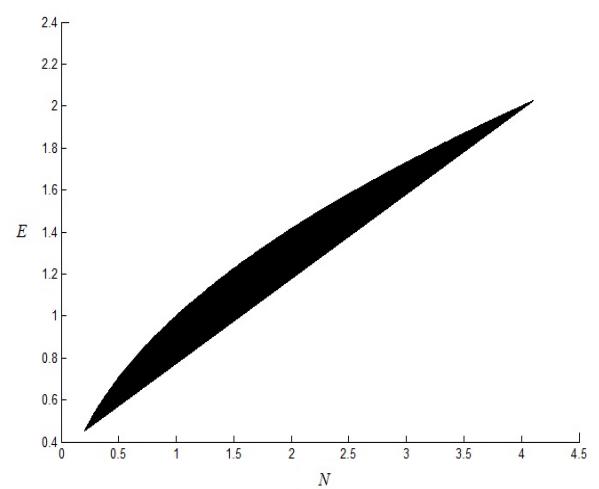
подкачка, уравнение (7) дополняется соответствующими членами. Это приводит к следующей модификации

$$i\varphi_t - \varphi_{xx} + 2(|\varphi|^2 - b^2)\varphi + i\delta\varphi + i\varepsilon|\varphi|^2\varphi = 0 \quad (11)$$

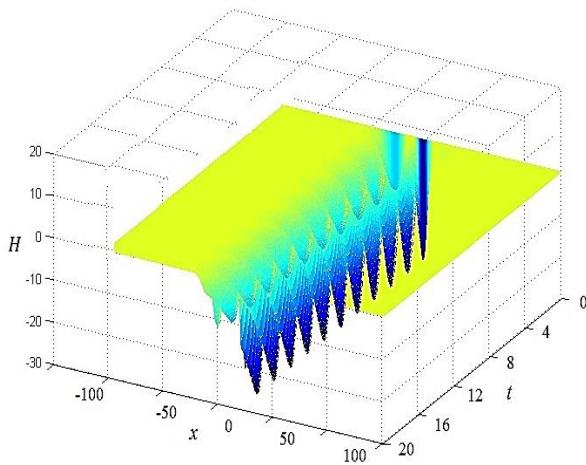
где  $\delta$  - коэффициент диссипации, а  $\varepsilon$  - коэффициент разности нелинейных усилий и потерь. Численное исследование поведения решения (10) в модели с диссипацией и подкачкой проводится методом решения задачи Коши для уравнения (11). В рамках серии численных экспериментов параметры  $\delta$  и подкачки  $\varepsilon$  варьируются соответственно в интервалах  $[-0.05, 0.01]$  и  $[-0.01, 0.05]$  с шагом 0.001. Характерная динамика многосолитонного решения исследуется при следующих параметрах  $k_1 = 0.05, b = 0.5, \alpha_1 = 0.019, \alpha_2 = 1, \beta_1 = 0.096, \beta_2 = 0.01, \lambda = 0.9, \gamma_1 = 1.45, \gamma_2 = 1.472, \varepsilon = 0.002, \delta = 0.025$  приведены на рис. 19-22. Численные эксперименты показывают, что введение диссипации и подкачки вызывает бризерную динамику даже в неподвижном двухсолитонном решении, сопровождающуюся квазипериодическими колебаниями интегралов движения и формированием аттрактора (рис. 19,20). Эволюция плотности энергии демонстрирует пространственную асимметрию и образование дополнительной локализованной структуры (рис. 21,22), что указывает на процесс самоорганизации и устойчивое формирование диссипативного бризера [4-А, 8-А].



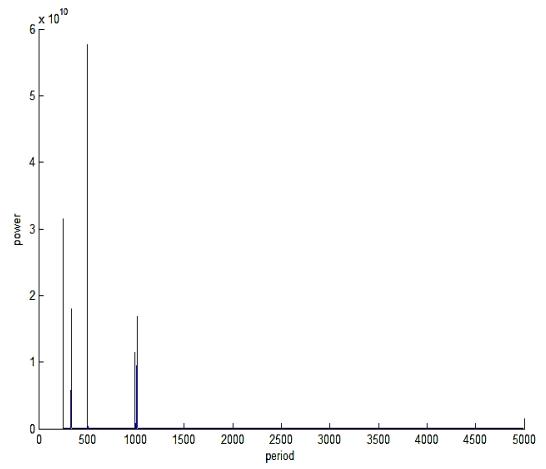
**Рисунок 19.** Зависимость полной энергии солитона Е от времени t



**Рисунок 20.** - Фазовый портрет системы



**Рисунок 21. - Эволюция плотности энергии солитона**



**Рисунок 22. - Фурье-анализ пространственной модуляции плотности энергии двухсолитонного решения**

**В третьем параграфе** данной главы рассмотренна СНУШ, с потенциалом притяжения следующего вида

$$i\varphi_t - \varphi_{xx} - 2(|\varphi|^2 - b^2)\varphi = 0. \quad (12)$$

Интегралы энергии и числа частиц имеют вид:

$$N = \int |\varphi|^2 dx, \quad H = \int (|\varphi_x|^2 - (|\varphi|^2 - b^2)^2) dx \quad (13)$$

Решение уравнения (12) выбрано в следующем виде, которое были получены в работе [77] где  $\xi = x + vt$

$$\varphi(\xi, t) = be^{ik'_1(\xi + k'_1 t)} \left( 1 + \frac{C_3 \cos(qx + \dot{w}t + w_{02}) + C_4 e^{\beta^+ \xi}}{C_1 \operatorname{ch}(\beta^+ \xi + h_1) + C_2 \cos(qx + \dot{w}t + w_{01})} \right) \quad (14)$$

где  $\dot{w} = w - qv$ ,  $k'_1 = k_1 - v^+$ ,  $q = \alpha_2 - \alpha_1$ ,  $w = (\alpha_2^2 - \alpha_1^2) + (\beta_2^2 - \beta_1^2)$

$$C_1 = \left( \frac{|C_{12}|^2 |\kappa_{12}|^2}{|\bar{\kappa}_{12}|^2 \bar{\kappa}_{11} \bar{\kappa}_{22}} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad C_2 = - \left( \frac{C_{11} C_{22}}{\bar{\kappa}_{12} \bar{\kappa}_{21}} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad C_3 = \left( \frac{C_{12} C_{21}}{(k_1 - \kappa_1)(k_1 - \kappa_2)} \right)^{\frac{1}{2}},$$

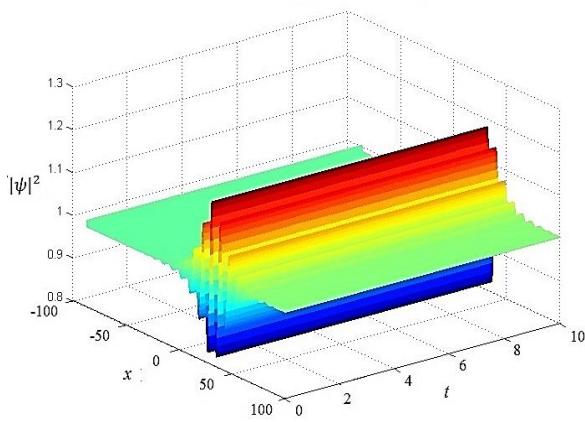
$$h_1 = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{|\kappa_{12}|^2}{|C_{12}|^2 |\kappa_{12}|^2 \bar{\kappa}_{11} \bar{\kappa}_{22}} \right|, \quad w_{01} = -\frac{i}{2} \ln \left| \frac{C_{12} \bar{\kappa}_{12}}{C_{21} \bar{\kappa}_{21}} \right|,$$

$$w_{02} = -\frac{i}{2} \ln \left| \frac{C_{12}(k_1 - \kappa_2)}{C_{21}(k_1 - \kappa_1)} \right|,$$

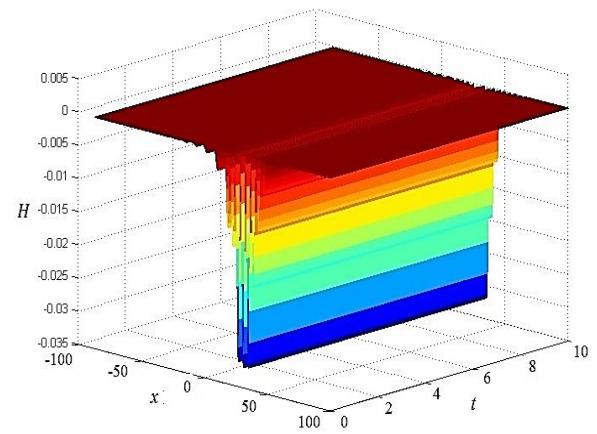
$$C_4 = -\frac{1}{2} \left( \frac{\bar{\kappa}_{21}}{(k_1 - \kappa_1) \bar{\kappa}_{12} \bar{\kappa}_{22}} - \frac{\bar{\kappa}_{12}}{(k_1 - \kappa_2) \bar{\kappa}_{21} \bar{\kappa}_{11}} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad v = \frac{2(\alpha_2 \beta_2 + \alpha_1 \beta_1)}{\beta_2 + \beta_1},$$

$$\kappa_{ij} = \kappa_i - \bar{\kappa}_j, \quad \bar{\kappa}_{ij} = \bar{\kappa}_i - \kappa_j, \quad \beta^+ = \beta_1 + \beta_2, \quad \beta^- = \beta_2 - \beta_1.$$

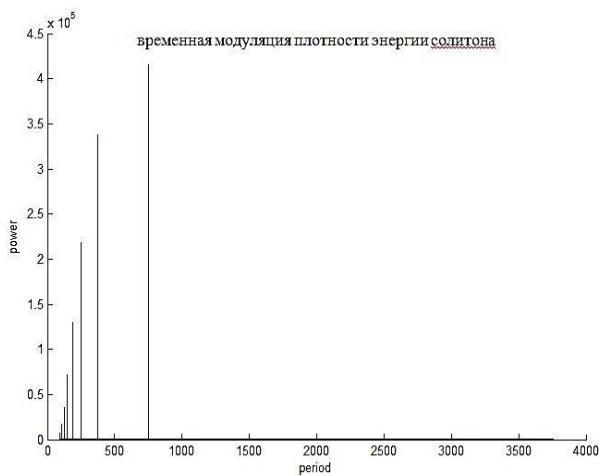
Ранее численное моделирование решения СНУШ с притягивающим потенциалом (12) показало, что при нулевой скорости формируется стационарный волновой пакет без признаков бризерной динамики [5-А, 42-А]. Для других значений параметров многосолитонного решения (14) были проведены численные эксперименты, моделирующие его эволюцию при нулевой скорости и конденсатных граничных условиях. При параметрах  $b = 1$ ,  $\alpha_1 = 0.29$ ,  $\alpha_2 = 1$ ,  $\beta_1 = 0.096$ ,  $\beta_2 = 0.001$ ,  $\gamma_1 = \gamma_2 = 1.95$ ,  $\lambda = 0.75$ ,  $\kappa_1 = 0.5$  (рис. 23-26) решение не демонстрирует бризерной динамики. Интегралы энергии и числа частиц сохраняются с высокой точностью:  $\Delta E/E \sim 10^{-5}-10^{-6}$ ,  $\Delta N/N \sim 10^{-6}-10^{-7}$ .



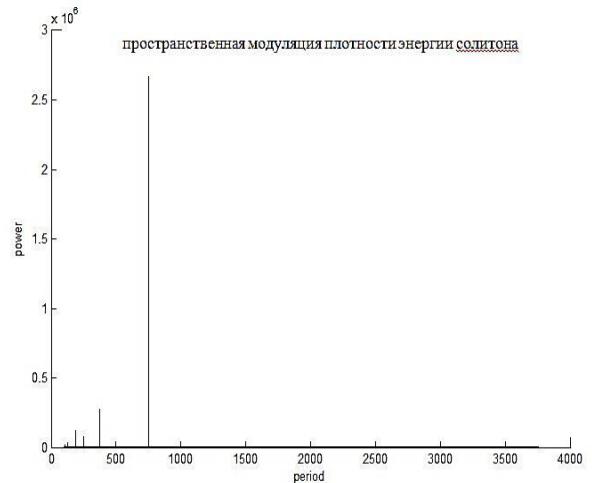
**Рисунок 23. - Графики эволюции числа частиц солитона**



**Рисунок 24. - Графики эволюции плотности энергии солитона**



**Рисунок 25. - Фурье-анализ временной модуляции плотности энергии двухсолитонного решения**



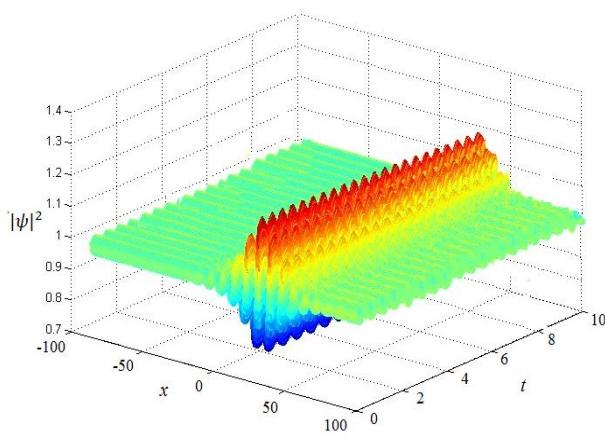
**Рисунок 26. - Фурье-анализ пространственной модуляции плотности энергии двухсолитонного решения**

Далее в параграфе рассматривается модифицированное уравнение СНУШ с притягивающим потенциалом, отличающееся от уравнения Гинзбурга–Ландау, с

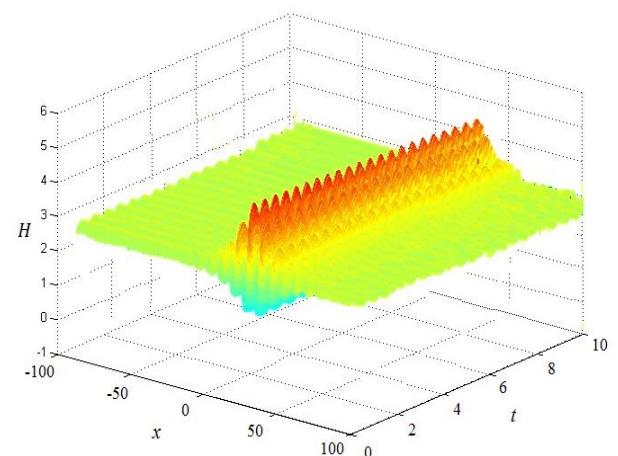
учётом эффектов диссипации и подкачки. При включении этих факторов уравнение (12) принимает следующий вид

$$i\varphi_t - \varphi_{xx} - 2(|\varphi|^2 - b^2)\varphi = -v|\varphi|^4\varphi + i\delta\varphi + i\varepsilon|\varphi|^2\varphi + i\mu|\varphi|^4\varphi, \quad (15)$$

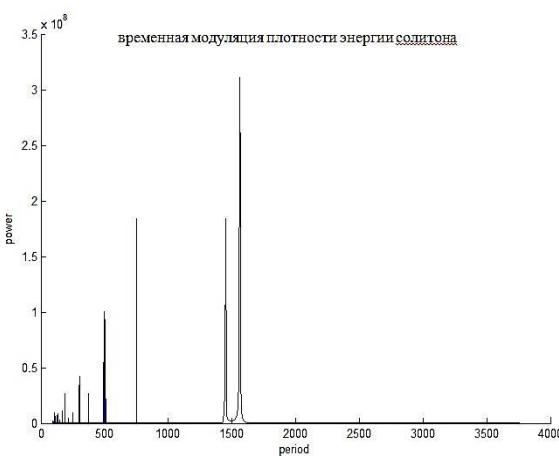
где  $v$  - параметр нелинейности 5-й степени,  $\varepsilon$  - коэффициент разности нелинейных усилий и потерь,  $\delta$  - коэффициент диссипации,  $\mu$  - насыщение нелинейного усиления. Результаты численного моделирования решения (14) при параметрах  $b = 1, \alpha_1 = 0.29, \alpha_2 = 1, \beta_1 = 0.096, \beta_2 = 0.001, \gamma_1 = 1.95, \gamma_2 = 1.95, \lambda = 0.75, \kappa_1 = 0.5, v = 0.0002, \delta = 0.03, \varepsilon = 0.05, \mu = 0.01$ . то есть с учётом диссипации и подкачки приведены на рис. 27-30.



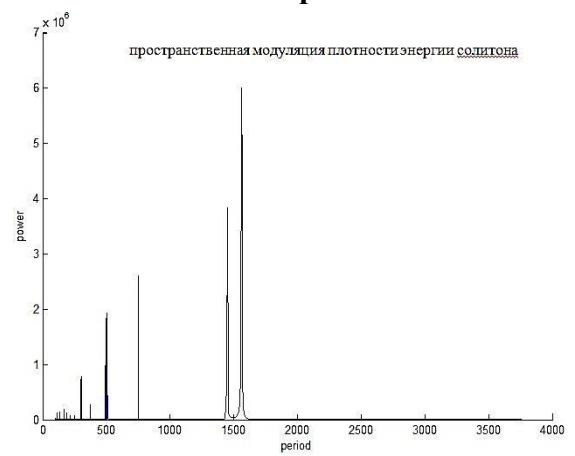
**Рисунок 27. - Эволюция числа частиц солитона**



**Рисунок 28. - Графики эволюции плотности энергии солитона**



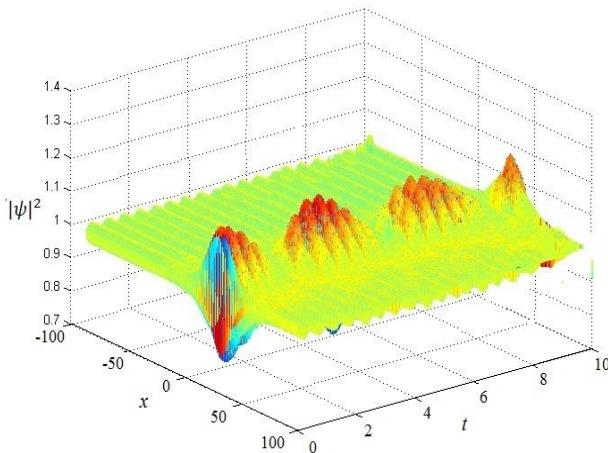
**Рисунок 29. - Фурье-анализ временной модуляции плотности энергии двухсолитонного решения**



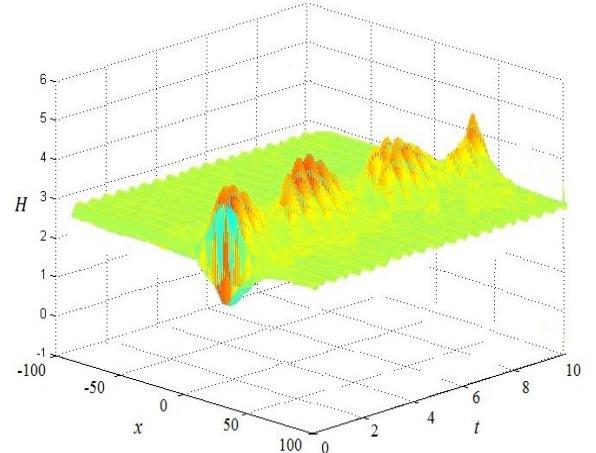
**Рисунок 30. - Фурье-анализ пространственной модуляции плотности энергии двухсолитонного решения**

Численное моделирование показывают, что Фурье-анализ временной модуляции показывает значительное усиление колебаний в диапазоне 100–1600

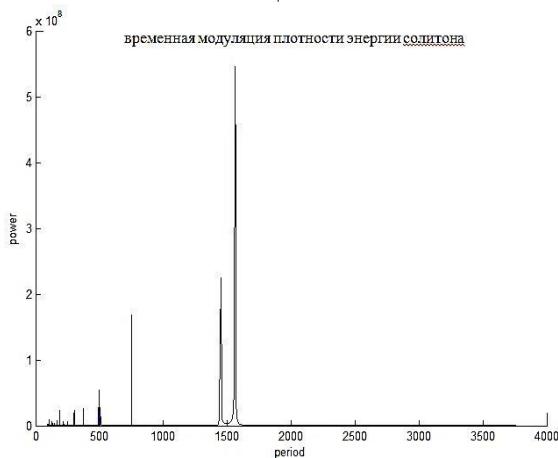
периодов (сравнение рис. 25 и 29), что свидетельствует о развитии бризерной динамики. Анализ пространственной модуляции подтверждает появление дополнительных мод и удвоение периода (сравнение рис. 26 и 30). В последующем, дополнительно проведено моделирование эволюции решения (14) при ненулевой скорости  $v = 0.19$ . Полученные результаты при сохранении параметров подкачки и диссипации представлены на рис. 31–34.



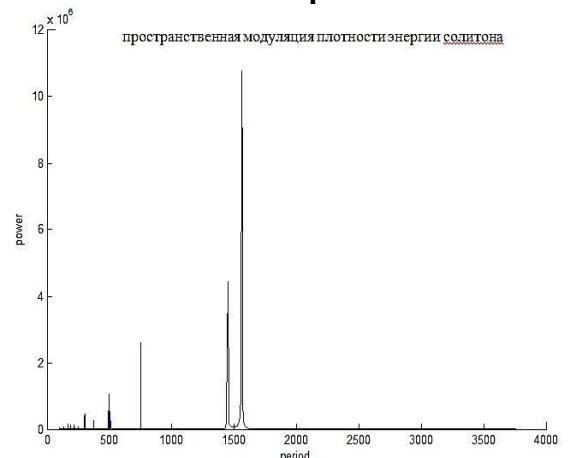
**Рисунок 31. - Динамика эволюции числа частиц солитона**



**Рисунок 32. - Графики эволюции плотности энергии солитона**



**Рисунок 33. - Фурье-анализ временной модуляции плотности энергии двухсолитонного решения**



**Рисунок 34. - Фурье-анализ пространственной модуляции плотности энергии двухсолитонного решения**

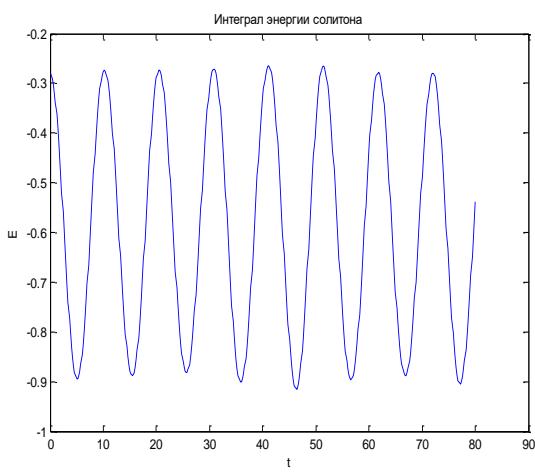
Анализ численного моделирования эволюции N-солитонного бризера при наличии диссипации и подкачки указывает на формирование странного аттрактора в фазовом пространстве, при этом ляпуновские показатели остаются положительными, а бризерная динамика усложняется (рис. 31, 32). Фурье-анализ

модуляции плотности энергии выявляет усиление основной частоты и появление спектральных сателлитов (рис. 33, 34). Это свидетельствует о развитии когерентных структур и появлении классического аттрактора в системе [9-А, 21-А, 23-А, 28-А, 37-А, 44-А].

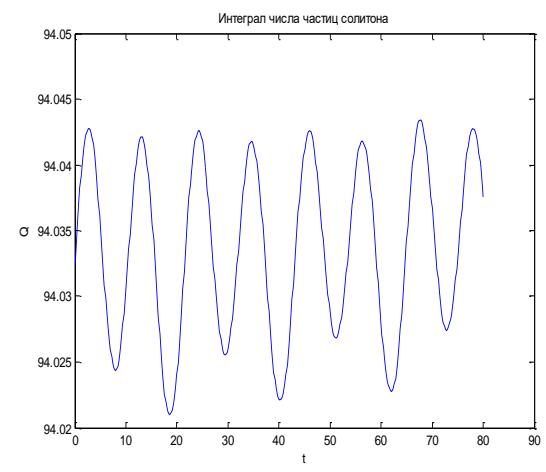
**В четвёртом параграфе** рассматривается СНУШ с притягивающим потенциалом (12), моделирующее конденсат бозе-частиц. Ранее было показано, что его двухсолитонное решение, полученное методом конечнозонного интегрирования [26, 77], демонстрирует близкую динамику лишь при ненулевой скорости центра масс [5-А, 42-А, 135, 136]. Исследуется поведение таких структур во внешнем осциллирующем поле с учётом диссипации и подкачки. Модифицированное уравнение включает линейные и нелинейные потери, а также внешнее воздействие на гармониках собственной частоты близера  $T=2\pi/\omega$ , а  $\omega$ , где принимает следующий вид

$$\begin{aligned} i\varphi_t - \varphi_{xx} - 2(|\varphi|^2 - b^2)\varphi = \\ = i(\varepsilon_1 - \varepsilon_2|\varphi|^2)\varphi + i\varepsilon_3\varphi_{xx} - i(\varepsilon_0/T) \sum_{n=1}^N e^{in\omega t} \end{aligned} \quad (16)$$

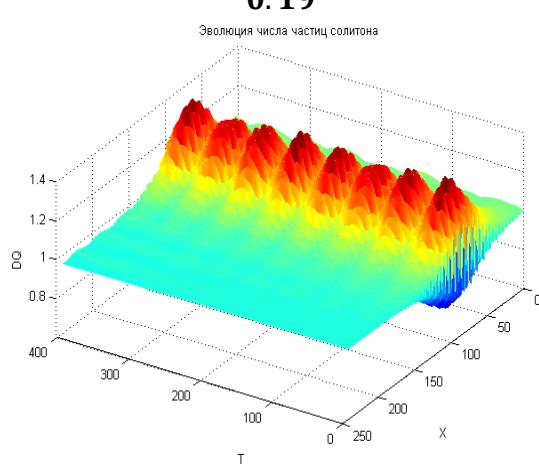
Здесь  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  соответствуют затуханию, а  $\varepsilon_0$  обеспечивает подкачуку солитона на частотах, соответствующих частотам солитона. Для численного моделирования использовалась трёхслойная явная разностная схема второго порядка на пятиточечном шаблоне, удовлетворяющая условию устойчивости  $\tau \leq \frac{h^2}{4}$ , где  $\tau$  - шаг по времени, а  $h$  - шаг по координате. Интегралы энергии и числа частиц сохранялись с относительной точностью  $\Delta E/E \approx 10^{-3} - 10^{-4}$ ,  $\Delta N/N \approx 10^{-4} - 10^{-5}$ . Расчёты проведены при параметрах  $b = 1$ ,  $\alpha_1 = 0.039$ ,  $\alpha_2 = 1$ ,  $\beta_1 = 0.096$ ,  $\beta_2 = 0.01$ ,  $\gamma_1 = 1.5$ ,  $\gamma_2 = 1.5$ ,  $\lambda = 1.5$ ,  $k_1 = 0.51$ ,  $\varepsilon_0 = -0.08$ ,  $\varepsilon_1 = 0.25$ ,  $\varepsilon_2 = 0.1$ ,  $\varepsilon_3 = 0.13$ , на интервале [-48, 48] до времен  $t=80$  со скоростью движения  $v=0.19$  и представлены на рисунках 35–39.



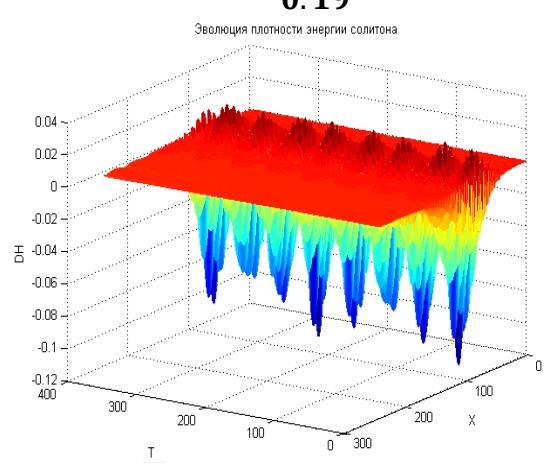
**Рисунок 35.** - График, отображающий зависимость интеграла энергии солитона от времени, учитывает влияние затухания, подкачки и скорости его движения  $v = 0.19$



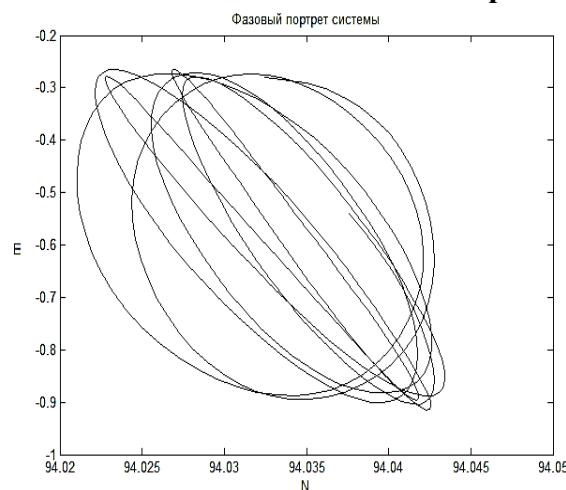
**Рисунок 36.** - График зависимости интеграла числа частиц солитона от времени с учётом влияния затухания, подкачки и скорости его движения  $v = 0.19$



**Рисунок 37.** - Динамика эволюции числа частиц солитона с учётом затухания, подкачки и скорости движения  $v=0.19$



**Рисунок 38.** - Эволюция плотности энергии солитона с учётом затухания, подкачки и скорости движения  $v=0.19$



**Рисунок 39.** - Фазовый портрет солитона, отражающий зависимость интеграла энергии от интеграла числа частиц

Как видно из рис. 35, несмотря на заметные колебания интеграла энергии в пределах  $E=(0.92\div 0.32)$ , среднее значение остаётся стабильным  $E_{cp}=-0.62$  с точностью порядка  $10^{-3}$ . Аналогичное поведение демонстрирует интеграл числа частиц (рис.36), что указывает на формирование устойчивой диссипативной структуры. Эти результаты подтверждают возможность существования долгоживущего, а при  $t\rightarrow\infty$  - вероятно, и бесконечно устойчивого диссипативного бризера, возникающего за счёт адресной компенсации потерь энергии внешней подкачкой на гармониках собственной частоты бризера (рис. 37, 38). Фазовый портрет (рис. 39) подтверждает, что сформированная структура соответствует диссипативному бризеру предельного цикла. Численное моделирование демонстрирует устойчивую бризерную динамику с компенсацией диссипативных потерь и поступательным движением [2-А, 9-А, 10-А, 24-А, 27-А, 31-А].

**В пятой главе** рассматриваются методы математического моделирования многосолитонных решений ВНУШ. Основное внимание уделено динамике, устойчивости и взаимодействию таких решений в различных физических режимах. Представлены аналитические и численные подходы, позволяющие исследовать эволюцию многосолитонных конфигураций с учётом нелинейных эффектов, диссипации и внешней подкачки. Показано, что многосолитонные решения ВНУШ могут демонстрировать сложное поведение, включая бризерную динамику и устойчивые локализованные структуры при определённых параметрах системы. Полученные результаты, представленные в работах автора [1-А, 2-А, 6-А, 7-А, 12-А, 14-А, 15-А, 17-А, 19-А, 26-А, 28-А, 41-А, 45-А], подтверждают эффективность предложенных методов и вносят вклад в изучение нелинейной динамики многокомпонентных систем, имеющей значение для приложений в оптике, спинtronике и квантовых технологиях.

**Первый параграф пятой главы** посвящён моделированию передачи информации в трёхуровневых спиновых системах (кутритах), которые рассматриваются как перспективные элементы для квантовых вычислений [92, 110, 111, 131]. Такие системы удобно описываются с помощью обобщённых когерентных состояний группы SU(3), принимающих вид

$$|\varphi\rangle = \frac{1}{\sqrt{1+|\varphi_1|^2+\sqrt{|\varphi_2|^2}}} \{|0\rangle + |\varphi_1|1\rangle + |\varphi_2|2\rangle\}, \quad (17)$$

где  $|0\rangle$  – вакуумное, референтное, состояние, а  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  – амплитуды вероятностей нахождения системы в одном из возбуждённых состояний. Динамика передачи сигнала между кутритами описывается ВНУШ

$$\begin{aligned} i\varphi_{1t} - \varphi_{1xx} + u(x, t)\varphi_1 &= 0, \\ i\varphi_{2t} - \varphi_{2xx} + u(x, t)\varphi_2 &= 0 \end{aligned} \quad (18)$$

с потенциалом

$$u(x, t) = 2\varepsilon(|\varphi_1(x, t)|^2 - b^2) - \lambda|\varphi_2(x, t)|^2 \quad (19)$$

и граничными условиями

$$|\varphi_1|_{|x| \rightarrow \infty} = b, \quad |\varphi_2|_{|x| \rightarrow \infty} = b. \quad (20)$$

Такое уравнение также описывает магнитные системы со спином  $S=1$  в подходе SU(3). Энергетика системы задаётся гамильтонианом

$$H = \int (|\varphi_{1x}|^2 + |\varphi_{2x}|^2 + u(x, t)(|\varphi_1|^2 + |\varphi_2|^2)) dx, \quad (21)$$

при сохранении числа частиц

$$N = \int (|\varphi_1|^2 + |\varphi_2|^2) dx. \quad (22)$$

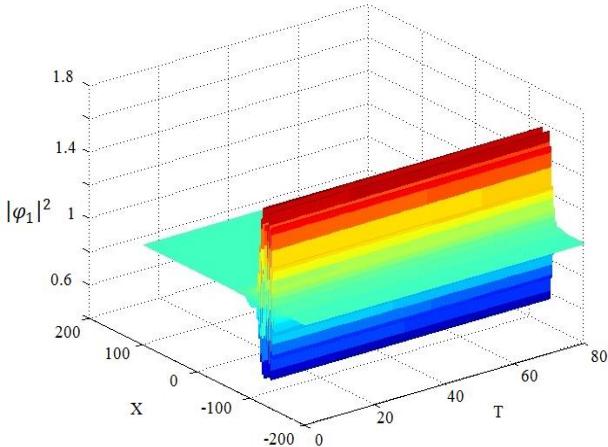
Для описания передачи информации используется многосолитонное решение системы (18), построенное методом конечнозонного интегрирования [26, 77]. Решение имеет вид

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= b \left( 1 + \frac{e^{i\omega_1(x,t)}}{k - \kappa_1} \psi_1(x, t) + \frac{e^{i\omega_2(x,t)}}{k - \kappa_2} \psi_2(x, t) \right) e^{ik(x+kt)}, \\ \varphi_2 &= \gamma_1 \psi_1 + \gamma_2 \psi_2, \end{aligned} \quad (23)$$

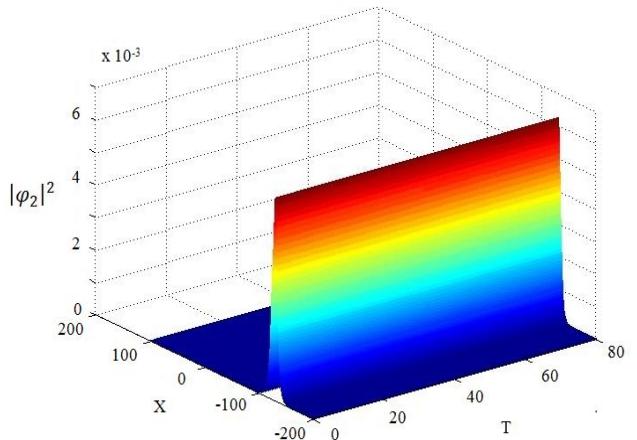
Где  $\psi_1, \psi_2$  – алгебро-геометрические функции, параметры которых заданы комбинациями  $\alpha_i, \beta_i, \kappa_i, C_{ij}$  (подробности см. в [77]).

Численное моделирование проводилось с использованием разностной схемы второго порядка, обеспечивающей сохранение энергии и числа частиц с точностью порядка  $\approx 10^{-4} - 10^{-5}$ . В экспериментах использовались параметры  $b = 1$ ,  $\alpha_1 = 0.69$ ,  $\alpha_2 = 0.9$ ,  $\beta_1 = 0.096$ ,  $\beta_2 = 0.01$ ,  $\gamma_1 = 1$ ,  $\gamma_2 = 1$ ,  $\lambda = 1$ ,  $k = 1$  на интервале [-200, 200] до времен  $t=80$  [45-A]. В первой серии экспериментов солитон задавался

неподвижным. Компонента  $\varphi_1$  демонстрирует модулированное двухсолитонное решение на конденсатном фоне, тогда как  $\varphi_2$  представляет собой односолитонную структуру с тривиальным фоном. Энергия связи между компонентами составила около 12 %, при этом заметной временной динамики не наблюдается (см. рис. 40, 41).

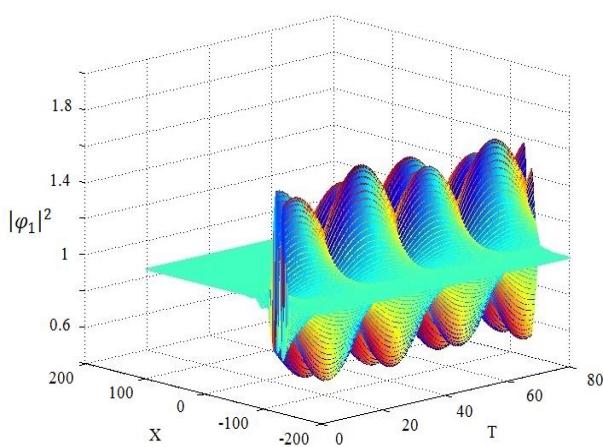


**Рисунок 40.** - Графики, отображающие эволюцию плотности числа частиц первой компоненты ( $|\varphi_1|^2$ )

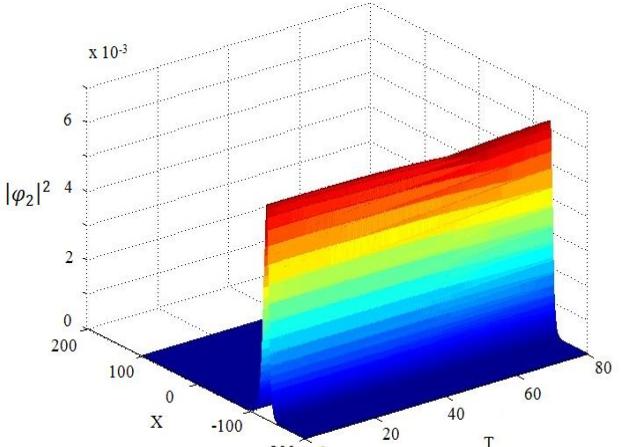


**Рисунок 41.** - Графики, показывающие эволюцию плотности числа частиц второй компоненты ( $|\varphi_2|^2$ )

В процессе моделирования эволюции решение трансформируется в динамический бризер - локализованную структуру с выраженной внутренней модуляцией и собственной динамикой (см. рис. 42–43). Связь между компонентами  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  сохраняется, а энергия взаимодействия достигает порядка 16 %, что указывает на устойчивость образующегося бризера в условиях движения.

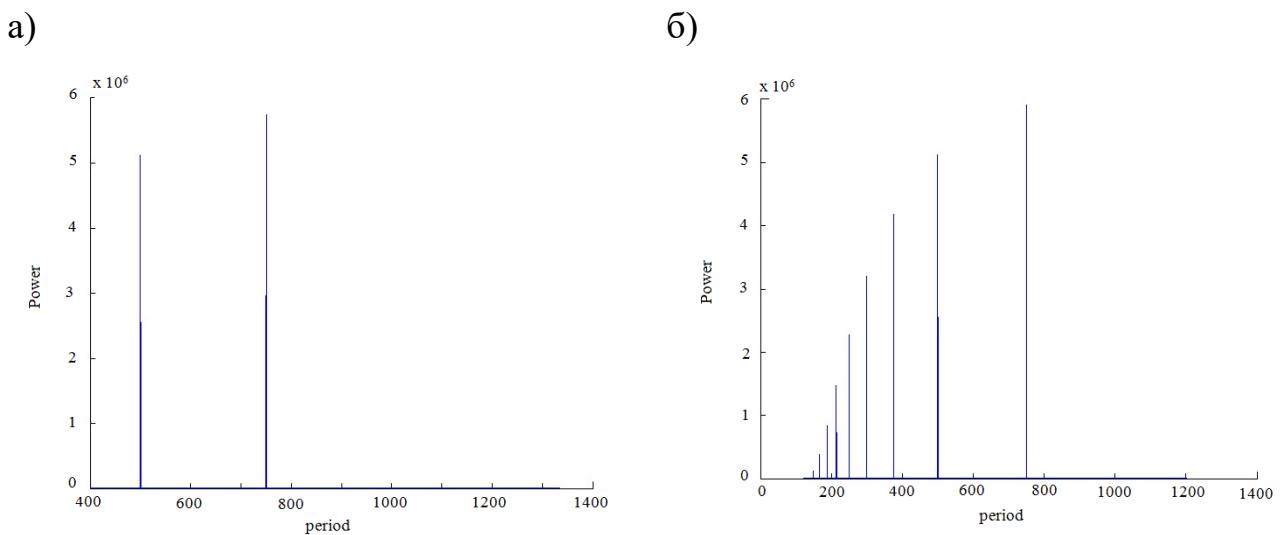


**Рисунок 42.** - Графики, иллюстрирующие эволюцию плотности числа частиц первой компоненты во время движения ( $|\varphi_1|^2$ )

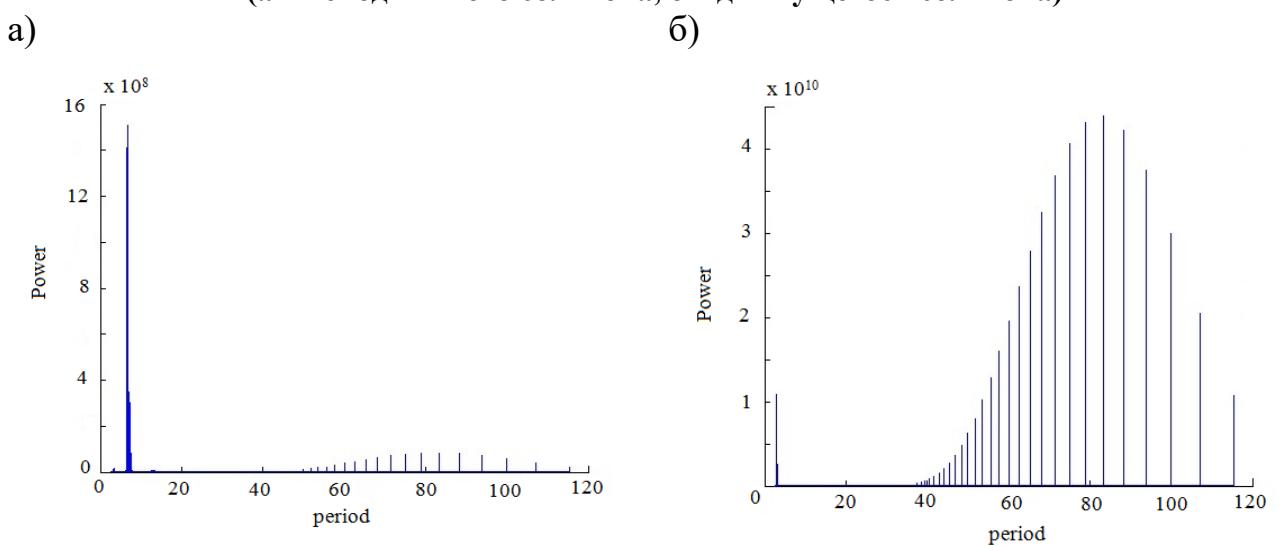


**Рисунок 43.** - Графики эволюции плотности числа частиц второй компоненты при ненулевой скорости ( $|\varphi_2|^2$ )

Фурье-анализ пространственной модуляции (см. рис. 44а, 44б) выявляет наличие двух основных гармоник, соответствующих бризерным решениям уравнения (18), а также дополнительных спектральных компонент, обусловленных ненулевой скоростью движения. Анализ временной модуляции неподвижного солитона (рис. 45а) показывает наличие основной колебательной моды с сателлитными гармониками и слабовыраженной бризерной компонентой, тогда как при увеличении скорости наблюдается усиление последней, сопровождающееся ростом мощности низкочастотных пиков (рис. 45б). Такие структуры демонстрируют высокую устойчивость и способность сохранять основные характеристики во взаимодействующих многокомпонентных средах [6А, 41А].



**Рисунок 44. - Фурье-анализ пространственной модуляции плотности энергии солитона  
(а – неподвижного солитона, б – движущегося солитона)**



**Рисунок 45. - Фурье-анализ временной модуляции плотности энергии (а – для покоящегося солитона, б – при скорости движения  $v = 0.2$ )**

**Во втором параграфе** рассматривается система ВНУШ

$$\begin{aligned} i \varphi_{1t} - \varphi_{1xx} + u(x, t)\varphi_1 &= 0 \\ i \varphi_{2t} - \varphi_{2xx} + u(x, t)\varphi_2 &= 0 \end{aligned} \quad (24)$$

с самосогласованным потенциалом вида

$$u(x, t) = \bar{\varphi}_1\varphi_2 + \varphi_1\bar{\varphi}_2 . \quad (25)$$

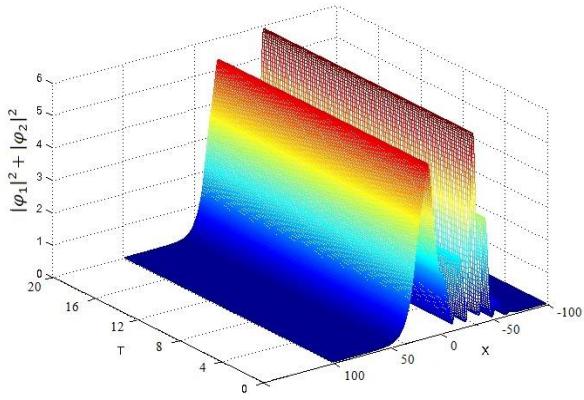
возникающим в физике конденсированного состояния, нелинейной оптике, плазменной физике и квантовой теории ферромагнетизма со спином S=1 [1, 3, 78, 87, 88, 104-106, 109, 129]. Многосолитонное решение системы (24), построенное методом конечнозонного алгебро-геометрического интегрирования [26], имеет форму

$$\begin{aligned} \varphi_i &= A_i e^{i(q_1 x + w_1 t)} \cosh(\beta_1(x + v_1 t) + b_i) + \\ &+ B_i e^{i(q_2 x + w_2 t)} \cosh(\beta_2(x + v_2 t) + a_i) / (B_1 \cosh(\beta^+(x + v^+ t) + h_1) + \\ &+ \cosh(\beta^-(x + v^- t) + h_2)) + B_3 \cos(qx + wt + w_{01}) \end{aligned} \quad (26)$$

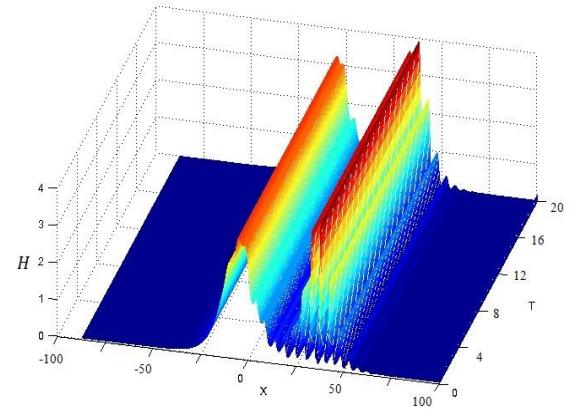
включающую комбинации гиперболических и тригонометрических функций, параметры модуляции и сдвига, и удовлетворяет тривиальным граничным условиям [2, 34, 36, 71, 103]. Для анализа динамики данного решения разработан численный алгоритм на основе трёхслойной явной разностной схемы второго порядка точности по времени и пространству, удовлетворяющей критерию устойчивости  $\tau \leq \frac{h^2}{4}$ . Сохранение интегралов движения контролировалось с помощью

$$N = \int (|\varphi_1|^2 + |\varphi_2|^2) dx, \quad E = \int \frac{1}{2} (|\varphi_{2x}|^2 + |\varphi_{2x}|^2) + u(x, t)(|\varphi_1|^2 + |\varphi_2|^2) dx. \quad (27)$$

В первом численном эксперименте, при нулевой групповой скорости ( $v=0$ ), решение (26) демонстрировало устойчивую и статичную структуру на интервале времени  $t \in [0, 20]$ . Бризерная внутренняя динамика отсутствовала. Распределения плотности энергии и числа частиц оставались неизменными (см. рис. 46, 47).

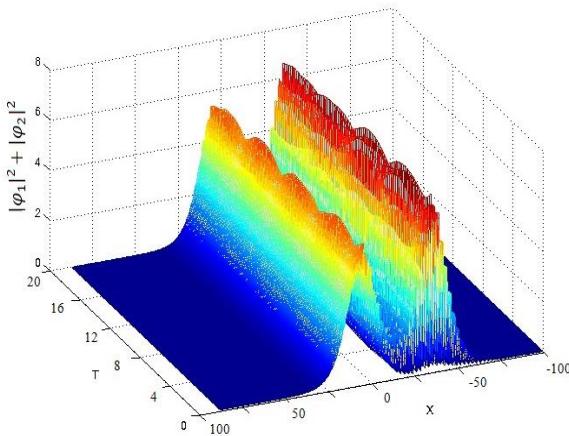


**Рисунок 46.** - Графики эволюции плотности числа частиц ( $|\varphi_1|^2 + |\varphi_2|^2$ )

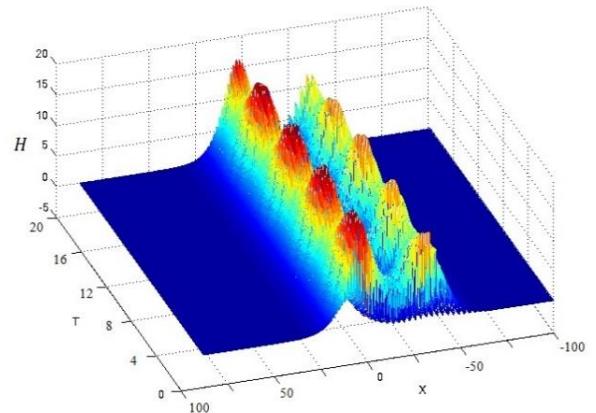


**Рисунок 47.** - Графики эволюции плотности энергии солитона

Во втором эксперименте, при ненулевой скорости ( $v \neq 0$ ), многосолитонное возбуждение трансформировалось в динамический бризер. Появлялись пространственные модуляции в интегралах энергии и числа частиц (см. рис. 48,49), Многомодовая структура решения усиливается за счёт взаимодействия компонентов бризера, обусловленного движением. Энергия связи между компонентами оценивалась на уровне 15 %, что подтверждает сильную корреляцию в динамике. Это подчёркивает богатую структуру и сложность многосолитонных решений, а также их потенциальную применимость для описания динамики в нелинейных многокомпонентных системах [7-А, 41-А, 45-А].



**Рисунок 48.** - Графики эволюции плотности числа частиц при скорости  $v=0.24$ .



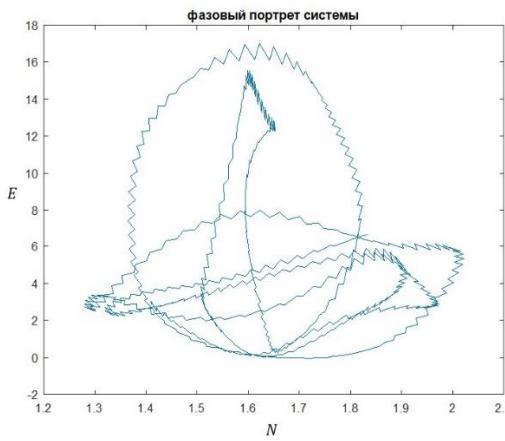
**Рисунок 49.** - Графики эволюции плотности энергии движущегося солитона

В третьем параграфе данной главы исследуется динамика многосолитонных решений ВНУШ с самосогласованным потенциалом (25) при

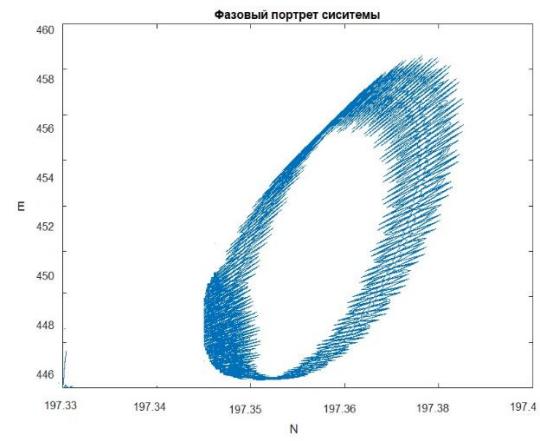
наличии внешней подкачки и диссипативных эффектов. Базовая система уравнений имеет вид (24) а её многосолитонное решение (26). Для оценки консервативности численных схем использовались интегралы числа частиц и полной энергии (26). Модифицированная модель с учётом внешней подкачки и диссипации задаётся системой:

$$i \varphi_{1t} - \varphi_{1xx} + u(x, t)\varphi_1 = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2|\varphi_1|^2)\varphi_1 + \varepsilon_3\varphi_{1xx} - (\varepsilon_0/T) \sum_{n=1}^3 e^{(in\omega_0 t)} \\ i \varphi_{2t} - \varphi_{2xx} + u(x, t)\varphi_2 = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2|\varphi_2|^2)\varphi_2 + \varepsilon_3\varphi_{2xx} - (\varepsilon_0/T) \sum_{n=1}^3 e^{(in\omega_0 t)} \quad (28)$$

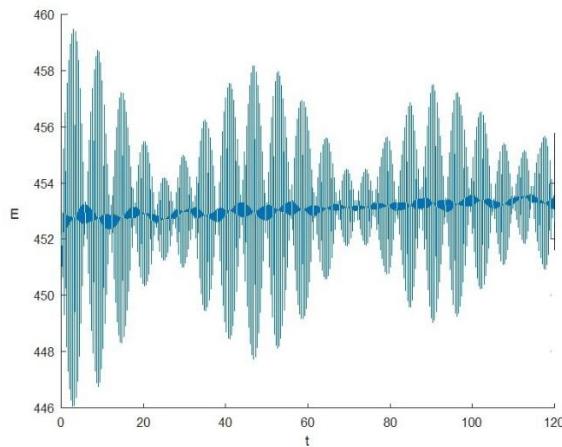
где  $\varepsilon_j$  ( $j = 0, 1, 2, 3$ ) – параметры диссипации и подкачки [102],  $\omega_0 = \omega$ ,  $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$ . Для численного моделирования использовалась трёхслойная схема на пятиточечном шаблоне, удовлетворяющая условию устойчивости  $\tau \leq \frac{h^2}{4}$ . Результаты, полученные при скорости  $v=0.24$  и параметрах  $k_1 = 1$ ,  $\alpha_1 = 0.49$ ,  $\alpha_2 = 1$ ,  $\beta_1 = 0.086$ ,  $\beta_2 = 0.087$ ,  $\lambda = 1$ ,  $\gamma_1 = 1.84$ ,  $\gamma_2 = 1.84$ ,  $\varepsilon_0 = 0.5$ ,  $\varepsilon_1 = 0.5$ ,  $\varepsilon_2 = 0.16$ ,  $\varepsilon_3 = 0.01$ . представлены на рис. 50-53. На рис. 50 и 51 показано, что фазовые траектории плотно заполняют ограниченную область фазового пространства, формируя структуру, характерную для «странныго аттрактора». При этом интегралы движения сохраняются с высокой точностью, что подтверждает устойчивость решения (рис. 52–53). Энергия связи между компонентами близера составляет порядка 14 %, подчёркивая интенсивное взаимодействие и устойчивость близерной структуры как динамического объекта. Такое поведение отражает тонкий баланс между нелинейностью, диссипацией и внешней подкачкой, при котором сохраняется локализация солитона и развивается насыщенная внутренняя динамика. Эти результаты подчёркивают потенциал использования диссипативных близеров для управляемой передачи и обработки информации в сложных многокомпонентных системах [12-A].



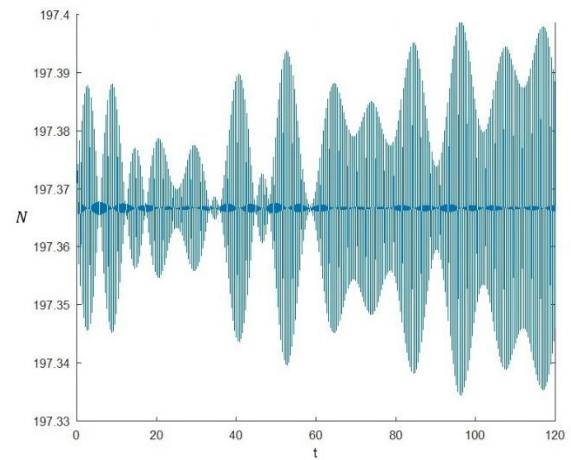
**Рисунок 50. - Фазовый портрет солитона, отображающий зависимость интеграла энергии в центре солитона от интеграла числа частиц в его центре**



**Рисунок 51. - Фазовый портрет системы, иллюстрирующий зависимость интеграла энергии от интеграла числа частиц, с учётом диссипации и подкачки внешними полями при заданной скорости  $v=0.24$**



**Рисунок 52. - Интеграл энергии солитона (при учёте диссипации и подкачки внешними полями со скоростью движения  $v=0.24$ )**



**Рисунок 53. - Интеграл числа частиц солитона (при учёте диссипации и подкачки внешними полями со скоростью движения  $v=0.24$ )**

**В четвёртом параграфе** данной главы рассматривается задача управления поведением нелинейных локализованных возбуждений в диссипативных физических системах с целью обеспечения их устойчивости и длительного существования пульсаций диссипативных солитонов в системе ВНУШ (24) с самосогласованным потенциалом (25). В качестве решения рассматривается выражение (26), полученное в рамках алгебро-геометрического подхода [26]. Методом численного моделирования были получены многосолитонные решения как для случая неподвижного возбуждения, так и при его поступательном движении [7-А]. Следующая серия численных экспериментов посвящена

исследованию эволюции решений с учётом внешней подкачки и диссипации, как в работе Нозаки и Бекки для кубического СНУШ [126]. В отличие от подхода, предложенного в [12-А], в данном параграфе используется альтернативный метод их введения в систему ВНУШ (24), основанный на приёмах из работы [22-А], где изучалась динамика когерентных структур в уравнении Гинзбурга–Ландау, и модифицированное ВНУШ принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} i \varphi_{1t} - \varphi_{1xx} + u(x, t)\varphi_1 + \nu|\varphi_1|^4\varphi_1 &= i\delta\varphi_1 + i\varepsilon|\varphi_1|^2\varphi_1 + i\beta\varphi_{1xx} + i\mu|\varphi_1|^4\varphi_1 \\ i \varphi_{2t} - \varphi_{2xx} + u(x, t)\varphi_2 + \nu|\varphi_2|^4\varphi_2 &= i\delta\varphi_2 + i\varepsilon|\varphi_2|^2\varphi_2 + i\beta\varphi_{2xx} + i\mu|\varphi_2|^4\varphi_2 \end{aligned} \quad (29)$$

с самосогласованным потенциалом (25), где  $\nu, \delta, \varepsilon, \beta, \mu$  параметры диссипации и подкачки внешним полем соответственно. В ходе численных экспериментов использовались интегралы импульса, числа частиц и полной энергии данной системы

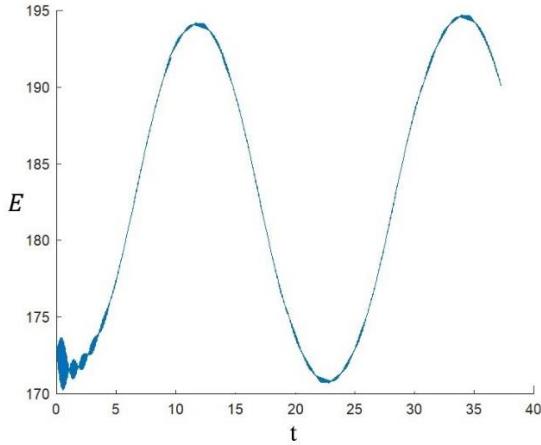
$$P = \frac{i}{2} \int_{-\infty}^{\infty} (\bar{\varphi}_{1x} + \bar{\varphi}_{2x})(\varphi_1 + \varphi_2) - (\varphi_{1x} + \varphi_{2x})(\bar{\varphi}_1 + \bar{\varphi}_2) dx, \quad (30)$$

$$N = \int (|\varphi_1|^2 + |\varphi_2|^2) dx, \quad (31)$$

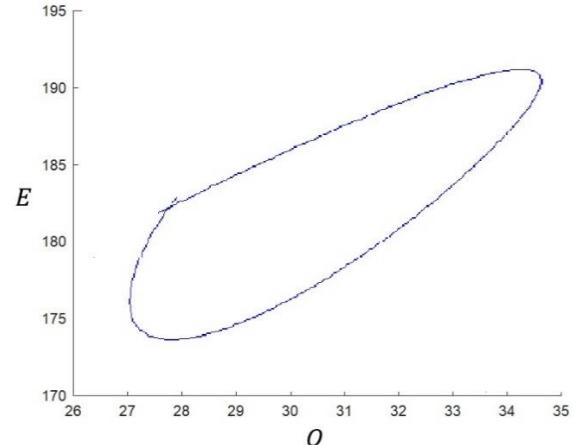
$$E = \int \frac{1}{2} (|\varphi_{1x}|^2 + |\varphi_{2x}|^2) + u(x, t)(|\varphi_1|^2 + |\varphi_2|^2) dx. \quad (32)$$

Численное моделирование показывает, что пульсирующие солитоны формируются за счёт баланса между диссипацией, внешней подкачкой и нелинейными взаимодействиями. Примеры пульсирующего солитона с одним периодом показаны на рисунках 58-59, при следующих значениях параметров  $k_1 = 1, \alpha_1 = 0.36, \alpha_2 = 0.9, \beta_1 = 0.086, \beta_2 = 0.087, \lambda = 1, \gamma_1 = 1.5, \gamma_2 = 1.5, \nu = -1, \mu = -0.4, \varepsilon = -0.6, \delta = 0.6, \beta = 0.15$  на интервале  $[-100, 100]$  до времен  $t=40$ . Численное моделирование ВНУШ (29) с самосогласованным потенциалом при диссипации, подкачке и различных скоростях движения показывает, что система способна поддерживать устойчивые пульсирующие солитоны с одним периодом (см. рис. 54,55). При заданной скорости движения  $\nu=0,11$  пульсирующие солитоны демонстрируют устойчивое поведение, что подтверждается сохранением интегралов движения с высокой точностью, формированием предельного цикла, пространственной локализацией и бифуркацией удвоения периода. Такие характеристики указывают на существование устойчивых локализованных

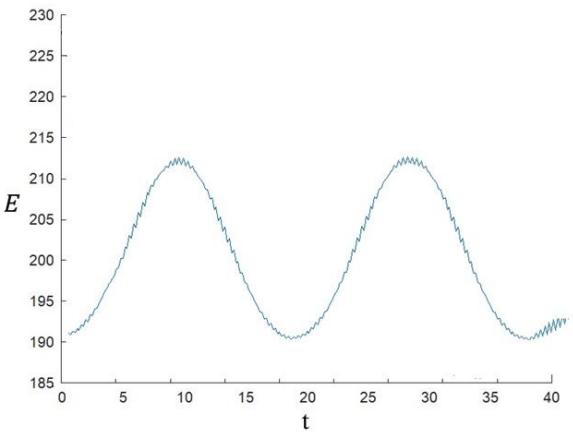
возбуждений в условиях динамического баланса (см. рис. 56, 57), характерного для управляемых диссипативных структур в нелинейных средах [8, 14-А, 45-А].



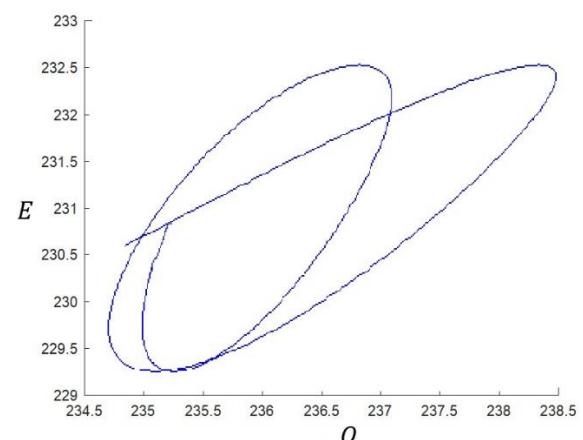
**Рисунок 54.** - Интеграл энергии солитона



**Рисунок 55.** - Фазовый портрет системы, представляющий зависимость интеграла числа частиц от интеграла энергии



**Рисунок 56.** - Интеграл энергии солитона при ненулевой скорости движения



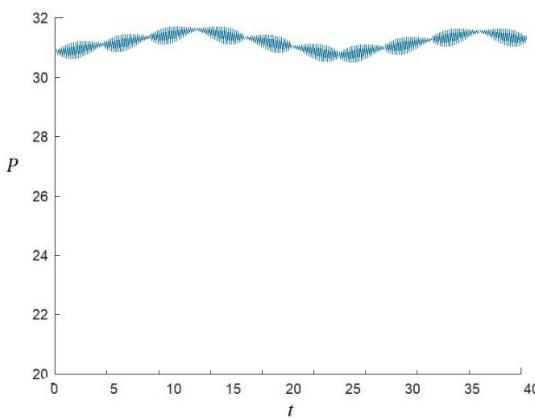
**Рисунок 57.** - Фазовый портрет системы, показывающий зависимость интеграла числа частиц от интеграла энергии солитона при скорости движения  $v=0.11$

**В последнем параграфе данной главы** рассмотрен путь формирования хаотических солитонов через анализ бифуркаций с множественными пульсациями. Применяется метод введения диссипации и подкачки, аналогичный подходу, используемому в уравнении Свифта–Хоенберга [23-А], для системы ВНУШ (24) с самосогласованным потенциалом (25), что имеет следующий вид

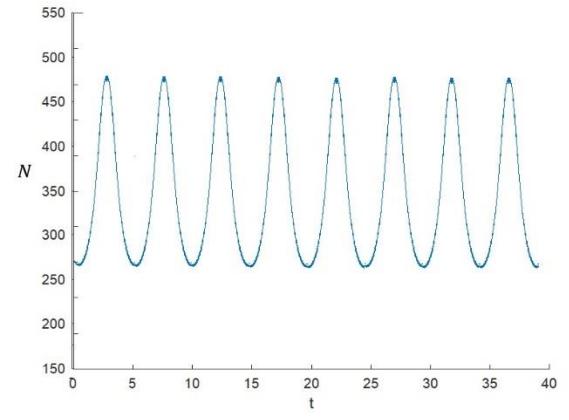
$$\begin{aligned} i\varphi_{1t} - \varphi_{1xx} + u(x,t)\varphi_1 + \nu|\varphi_1|^4\varphi_1 = \\ = i\delta\varphi_1 + i\varepsilon|\varphi_1|^2\varphi_1 + i\beta\varphi_{1xx} + i\mu|\varphi_1|^4\varphi_1 + is\varphi_{1xxxx} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& i \varphi_{2t} - \varphi_{2xx} + u(x, t)\varphi_2 + \nu|\varphi_1|^4\varphi_1 = \\
& = i\delta\varphi_2 + i\varepsilon|\varphi_2|^2\varphi_2 + i\beta\varphi_{2xx} + i\mu|\varphi_2|^4\varphi_2 + is\varphi_{1xxxx} \quad (33)
\end{aligned}$$

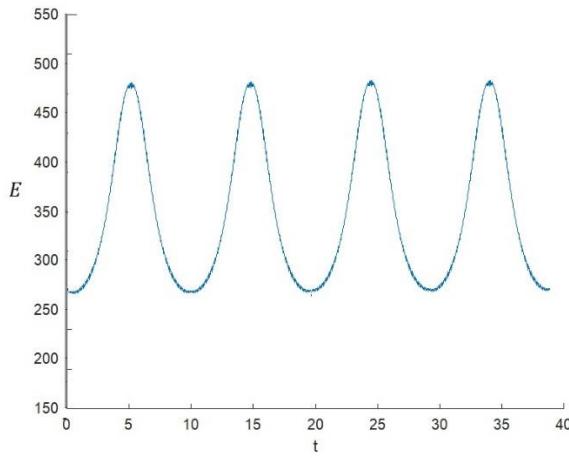
где  $\nu, \delta, \varepsilon, \beta, \mu$  и  $s$  параметры диссипации и подкачки внешним полем [38, 52]. Решение выбирается в виде (26). В численных экспериментах скорость солитона фиксировалась как  $v=0.13$ , а для контроля консервативности численной схемы отслеживались интегралы импульса (30), числа частиц (31) и полной энергии системы (32), где сохранялись с высокой степенью точности  $\frac{\Delta P}{P} \sim 10^{-5} - 10^{-6}$ ,  $\frac{\Delta Q}{Q} \sim 10^{-5} - 10^{-6}$ ,  $\frac{\Delta E}{E} \sim 10^{-6} - 10^{-7}$ .



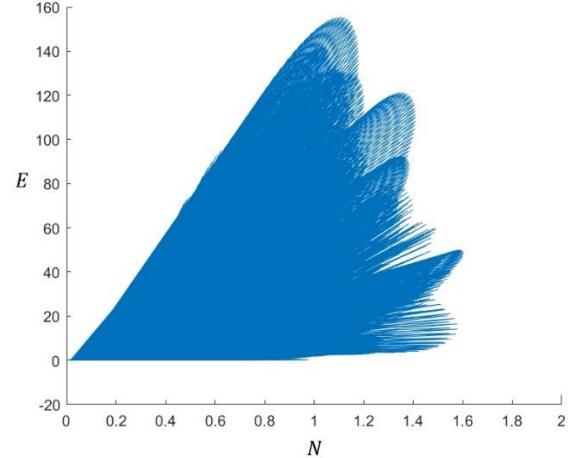
**Рисунок 58. - Интеграл импульса солитона**



**Рисунок 59. - Интеграл числа частиц солитона**



**Рисунок 60. - Интеграл энергии солитона**



**Рисунок 61. - Фазовый портрет системы, отображающий зависимость плотности числа частиц от плотности энергии солитона**

Численное моделирование при скорости движения  $v=0.13$  показывает, что солитон периодически изменяет форму, оставаясь локализованным благодаря

динамическому балансу между внешней подкачкой и диссипацией, при этом интеграл энергии сохраняются в допустимых пределах (см. рис. 58-60). Анализ фазовой траектории показывает (рис. 61), что при определённых параметрах система стремится к состоянию с хаотической динамикой, отражающей формирование странного аттрактора [8, 15-А].

## ВЫВОДЫ

Полученные в данной диссертационной работе результаты являются оригинальными, представляют научно-практический интерес и включают технические и научно-исследовательские аспекты, которые подробно изложены ниже:

Техническая часть (численный анализ поставленных задач и компьютерное моделирование):

- Разработана аппроксимация для СНУШ И ВНУШ с учётом четвёртого уровня нелинейности; Создан комплекс компьютерных программ для численного моделирования, позволяющий исследовать многосолитонные решения с учётом диссипации, внешних магнитных полей и ненулевой скорости движения, реализованный на платформе Matlab;
- Для численных расчетов разработан и применён численный подход, основанный на явной трёхслойной разностной схеме «leap-frog» с условием устойчивости  $\tau \leq \frac{h^2}{4}$  ( $\tau$  - шаг по времени,  $h$  - шаг по координате);
- Созданы комплексы компьютерных программ для итерационного вычисления параметров решений системы алгебраических уравнений;
- Созданы численные модели, принимающие во внимание различные граничные условия;
- Проведены тестовые расчёты и апробация разработанных программных комплексов на известных решениях нелинейных эволюционных моделей [36-А – 41-А].

Научно-исследовательская часть:

- Получены численные модели для анализа динамики и устойчивости двухсолитонных решений СНУШ с убывающими граничными условиями [1-А, 2-А, 7-А, 18-А, 20-А];

- Разработан и реализован метод ввода параметров подкачки и диссипации в СНУШ с конденсатными граничными условиями, позволяющий численно исследовать движущиеся диссипативные солитоны и формированию хаотического солитона [1-А, 2-А, 10-А, 11-А, 18-А, 28-А, 30-А];

- Разработаны численные модели, позволяющие построить устойчивые стационарные двухсолитонные решения СНУШ с притягивающими и отталкивающими потенциалами для различных граничных условий [2-А, 5-А, 23-А, 24-А, 26-А, 27-А, 42-А];

- Разработан и смоделирован метод учёта диссипации и подкачки для численного анализа эволюции диссипативных структур в СНУШ с отталкивающим потенциалом, в результате которого впервые получены устойчивые долгоживущие когерентные структуры [2-А, 4-А, 8-А, 11-А, 13-А, 20-А, 41-А];

- Получена усовершенствованная модель СНУШ, отличающаяся от уравнения Гинзбурга–Ландау наличием потенциала притяжения, а также учитывающая эффекты диссипации и подкачки. Численно получены модели процессов формирования уникальных долгоживущих диссипативных солитонов [2-А, 9-А, 18-А, 21-А, 40-А];

- Смоделирован метод для анализа сложной динамики локализованных возбуждений в СНУШ, с самосогласованным потенциалом притягивающего взаимодействия, включая ввод линейного и нелинейного затухания и подкачки на частотах, кратных частоте бризера и показано, что для долгоживущих диссипативных бризеров характерно точное компенсирование диссипативных потерь внешней подкачкой на частотах, кратных частоте их динамики [2-А, 11-А, 20-А, 28-А, 40-А];

- Получены численные модели распространения многосолитонного возбуждения в системе со спинами  $S>1/2$ , описываемой ВНУШ с

самосогласованным потенциалом, которые позволили получить устойчивые двухсолитонные решения [7-А, 12-А, 14-А, 19-А, 20-А, 29-А, 30-А, 40-А];

- Смоделирован процесс обмена информацией между квантовыми битами с использованием ВНУШ. Получены численные модели, демонстрирующие возможность передачи сигнала в трёхуровневых системах в форме бризеров [6-А, 17-А, 20-А, 25-А, 39-А];

- Получены численные модели анализа многосолитонного решения ВНУШ с самосогласованным потенциалом в неподвижном и подвижном состоянии, которые показали бризерную динамику [2-А, 6-А, 7-А, 12-А, 14-А, 29-А, 32-А, 35-А, 40-А];

- Смоделирован альтернативный метод введения диссипации и подкачки в ВНУШ с самосогласованным потенциалом, основанный на аналогии с уравнением Гинзбурга–Ландау для описания динамики когерентных структур, что позволило выявить условия формирования долгоживущих диссипативных локализованных возбуждений [7-А, 14-А, 17-А, 19-А, 29-А, 30-А, 32-А, 39-А];

- Решена задача исследования локализованных ВНУШ с учётом диссипации и подкачки при ненулевой скорости движения, определены параметры системы, при которых возникают бифуркация удвоения периода, пульсирующий солитон и «странные аттракторы» [2-А, 7-А, 12-А, 14-А, 15-А, 17-А, 29-А, 30-А, 33-А, 34-А, 35-А, 43-А];

## **РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПРАКТИЧЕСКОМУ ИСПОЛЬЗОВАНИЮ РЕЗУЛЬТАТОВ**

Таким образом, результаты настоящего исследования не только углубляют фундаментальное понимание динамики и устойчивости диссипативных солитонов в скалярных и векторных нелинейных системах, но и открывают новые перспективы для их практического применения.

- Полученные результаты могут быть использованы для разработки технологий, связанных с оптическими волокнами и лазерными системами. Диссипативные солитоны обеспечивают генерацию устойчивых пульсирующих

световых пучков, управление нелинейными оптическими процессами и их применение в коммуникационных системах.

- В области физики конденсированных сред диссипативные солитоны служат моделью локализованных структур и могут применяться для описания динамики и взаимодействия возбуждений в конденсатах Бозе–Эйнштейна, что способствует пониманию процессов самоорганизации в подобных системах.

- Выявленные закономерности формирования и эволюции когерентных структур в системах с высокими спинами обеспечивают основу для разработки методов управления многоуровневыми кубитами. Это открывает новые возможности для реализации сложных квантовых вычислений и симуляций.

- Результаты исследования могут быть использованы в спинtronике для разработки энергоэффективных устройств нового поколения. Управление солитонной динамикой в высокоспиновых системах позволяет создавать устойчивые и управляемые элементы для хранения и передачи данных.

- Когерентные спиновые состояния, описанные в настоящем исследовании, обеспечивают высокую точность измерений, что делает их важным инструментом для разработки современных квантовых сенсоров и измерительных технологий.

- Полученные данные демонстрируют возможность управления динамикой диссипативных структур путём изменения параметров системы, таких как интенсивность подкачки и уровень диссипации. Это находит применение в задачах управления нелинейными процессами в сложных многокомпонентных системах.

- Исследование подтверждает возможность передачи сигналов в трёхуровневых системах в форме бризеров, что обеспечивает эффективное распространение информации с сохранением устойчивости и ключевых характеристик в условиях нелинейных взаимодействий.

Таким образом, результаты настоящего исследования углубляют фундаментальное понимание динамики и устойчивости диссипативных солитонов в скалярных и векторных нелинейных системах, предоставляя широкие перспективы для их практического применения в различных научных и технологических областях.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

### А) Список использованных источников

- [1] **Абдуллоев, Х.О.** Общие динамические уравнения в пространстве  $SU(2S+1)/SU(2S)\times U(1)$  и легкоосный магнетик со спином  $S=3/2$  [Текст] / Х.О. Абдуллоев, А.Т. Максудов, Х.Х. Муминов // Физика твердого тела. — 1992. — Т. 34, Вып. 2. — С. 429–432.
- [2] **Абдуллоев, Х.О.** Решение нелинейного уравнения Шредингера с учётом самосогласованных потенциалов [Текст] / Х.О. Абдуллоев, А.Т. Максудов, М.С. Курбониён // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. — 2017. — Т. 60, № 1–2. — С. 50–56.
- [3] **Абдуллоев, Х.О.** Системы уравнений для ферромагнетиков с обменной и одноионной анизотропией [Текст] / Х.О. Абдуллоев, А.Т. Максудов, Х.Х. Муминов // Физика твердого тела. — 1992. — Т. 34, Вып. 2. — С. 544–547.
- [4] **Абловиц, М.** Солитоны и метод обратной задачи [Текст] / М. Абловиц, Х. Сигур. — М.: Книга по требованию, 2012. — 478 с.
- [5] **Абловиц, М.** Солитоны и нелинейные уравнения: введение [Текст] / М. Абловиц, Х. Сигур. — Филадельфия: SIAM, 1981. — 420 с.
- [6] **Амосов, А. А.** MATLAB и численные методы / А. А. Амосов, А. С. Тулупов. — М.: БИНОМ, 2012. — 240 с.
- [7] **Андреев, А. Ф.** Динамика спиновых систем / А. Ф. Андреев, И. А. Лукьянов. — М.: Физматлит, 2003. — 384 с.
- [8] **Ахмедиев, Н.** Диссипативные солитоны [Текст] / Н. Ахмедиев, А. Анкевич. — М.: Физматлит, 2008. — 504 с.
- [9] **Белова, Т.И.** Солитоны и их взаимодействия в классической теории поля [Текст] / Т.И. Белова, А.Е. Кудрявцев // УФН. — 1997. — Т. 167, № 4. — С. 377–406.
- [10] **Беляев, А. А.** Методы математического моделирования и их применение / А. А. Беляев. — СПб.: Политехника, 2007. — 292 с.
- [11] **Боголюбский, И.Л.** Сравнительный анализ устойчивости одномерных и сферически-симметричных солитонов скалярного поля с самодействием  $\lambda\phi^4$  [Текст] / И.Л. Боголюбский // ТМФ. — 1980. — Т. 43. — С. 378–385.
- [12] **Буллаф, Р.** Солитоны [Текст] / Р. Буллаф, Ф. Кодри (ред.). — М.: Мир. — 1983. — 408 с.
- [13] **Гаврилов, С. П.** Постановка задачи и методы математического моделирования / С. П. Гаврилов, В. И. Казаков. — СПб.: Лань, 2016. — 420 с.

- [14] **Гальперин, Ю. М.** Взаимодействие электронов и спиновые состояния в кристаллах / Ю. М. Гальперин, В. Л. Гинзбург. — М.: Наука, 1982. — 368 с.
- [15] **Грехов, И. В.** Нелинейные волны в активных средах / И. В. Грехов, А. В. Тарасов. — СПб.: Наука, 2005. — 280 с.
- [16] **Гилатов, А. Р.** Численные методы в MATLAB / А. Р. Гилатов. — Уфа: Изд-во УГАТУ, 2015. — 270 с.
- [17] **Гилатов, А. Р.** Численные методы в инженерных расчетах на MATLAB / А. Р. Гилатов. — Казань: Фен, 2017. — 320 с.
- [18] **Гилатов, А. Р.** Численные методы и математическое моделирование в MATLAB / А. Р. Гилатов. — Уфа: Изд-во УГАТУ, 2018. — 280 с.
- [19] **Гилатов, А. Р.** Практикум по MATLAB: вычислительная математика и численные методы / А. Р. Гилатов. — СПб.: Лань, 2019. — 360 с.
- [20] **Годунов, С. К.** Численные методы математического моделирования / С. К. Годунов. — Новосибирск: Наука, 2005. — 456 с.
- [21] **Давыдов, А.С.** Солитоны в молекулярных системах [Текст] / А.С. Давыдов. — Киев: Наукова думка, 1984. — 200 с.
- [22] **Додд, Р.** Солитоны и нелинейные волновые уравнения [Текст] / Р. Додд, Дж. Эйблс, Дж. Гиббон, Х. Моррис. — М.: Мир, 1988. — 450 с.
- [23] **Дразин, П.Г.** Солитоны: введение [Текст] / П.Г. Дразин, Р.С. Джонсон. — Кембридж: Cambridge University Press, 1989. — 256 с.
- [24] **Дубровин, Б.А.** Интегрируемые системы [Текст] / Б.А. Дубровин, И.М. Кричевер, С.П. Новиков // Динамические системы — 4. Итоги науки и техники. Серия: Современные проблемы математики. Фундаментальные направления. — М.: ВИНИТИ, 1985. — Т. 4. — С. 179–277.
- [25] **Дубровин, Б.А.** О некоторых нелинейных моделях [Текст] / Б.А. Дубровин, И.М. Кричевер, Т.Г. Маланок, В.Г. Маханьков // Физика элементарных частиц и атомного ядра. — 1988. — Т. 19. — С. 252–276.
- [26] **Дубровин, Б.А.** Точные решения нестационарного уравнения Шредингера с самосогласованными потенциалами [Текст] / Б.А. Дубровин, Т.М. Маланюк, И.М. Кричевер, В.Г. Маханьков // ЭЧАЯ. — 1988. — Т. 19, В. 3. — С. 579–621.
- [27] **Джонсон, М.** Спиновые волны в магнитных системах / М. Джонсон. — М.: Мир, 1973. — 320 с.
- [28] **Забусский, Н.** Солитоны и нелинейные волны [Текст] / Н. Забусский, М. Крускал // Computational Physics. — 1965. — Т. 1. — С. 261–277.
- [29] **Зайцев, Г. М.** Математическое моделирование: методы и алгоритмы / Г. М. Зайцев, И. В. Князев. — М.: Высшая школа, 2012. — 384 с.

- [30] **Захаров, В.Е.** Коллапс ленгмюровских волн [Текст] / В.Е. Захаров // ЖЭТФ. — 1972. — Т. 62. — С. 1745–1759.
- [31] **Захаров, В.Е.** Теория солитонов: Метод обратной задачи [Текст] / В.Е. Захаров, С.В. Манаков, С.П. Новиков, Л.П. Питаевский. — М.: Наука, 1980. — 320 с.
- [32] **Земляная, В.** Численный анализ движущихся солитонов в нелинейном уравнении Шредингера с параметрической накачкой и диссипацией [Текст] / В. Земляная, И.В. Барашенков // Математическое моделирование. — 2005. — Т. 17, № 1. — С. 65–78.
- [33] **Иванов, Г.Г.** Скачки сохранения и точные решения в нелинейной сигма-модели [Текст] / Г.Г. Иванов // ТМФ. — 1983. — Т. 57, № 1. — С. 45–54.
- [34] **Калиткин, Н.Н.** Численные методы [Текст] / Н.Н. Калиткин; под ред. А.А. Самарского. — М.: Наука, 1978. — 512 с.
- [35] **Камень, А. В.** Численные методы в MATLAB / А. В. Камень, Н. А. Воронцов. — СПб.: Питер, 2010. — 288 с.
- [36] **Кариман, В.** Спиновые волны [Текст] / В. Кариман, Е. Маслов // ЖЭТФ. — 1971. — № 73. — С. 537–545.
- [37] **Кетов, С.В.** Введение в квантовую теорию струн и суперструн [Текст] / С.В. Кетов. — Новосибирск: Наука, 1990. — 368 с.
- [38] **Кившарь, Ю.С.** Оптические солитоны [Текст] / Ю.С. Кившарь, Г.П. Аgraval. — М.: Физматлит, 2005. — 648 с.
- [39] **Коновалов, В. Н.** Магнетизм систем с высокими спинами / В. Н. Коновалов. — М.: Наука, 1991. — 320 с.
- [40] **Коткин, Г.Л.** Компьютерное моделирование физических процессов с использованием MATLAB [Текст] / Г.Л. Коткин, В.С. Черкасский. — Новосибирск: НГТУ, 2001. — 173 с.
- [41] **Кошляков, Н. С.** Основы постановки задач математического моделирования / Н. С. Кошляков. — М.: МГТУ, 2018. — 340 с.
- [42] **Кочин, Н. Е.** Основы математического моделирования / Н. Е. Кочин. — М.: Наука, 1987. — 368 с.
- [43] **Кричевер, И.М.** Методы алгебраической геометрии в теории нелинейных уравнений [Текст] / И.М. Кричевер // Успехи математических наук. — 1977. — Т. 32, вып. 6. — С. 183–208.
- [44] **Кричевер, И.М.** Функциональный анализ и его приложения [Текст] / И.М. Кричевер. — 1977. — Т. 20. — С. 42.
- [45] **Кряжев, А. В.** Численные методы решения дифференциальных уравнений / А. В. Кряжев. — М.: Лань, 2013. — 528 с.

- [46] **Кудрявцев, Н.А.** Аналитическая теория нелинейных дифференциальных уравнений [Текст] / Н.А. Кудрявцев. — Москва–Ижевск: ИКИ, 2004. — 360 с.,
- [47] **Кудрявцев, Н.А.** Справочник по нелинейным уравнениям математической физики [Текст] / Н.А. Кудрявцев, В.Ф. Зайцев. — М.: Физматлит, 2002. — 432 с.
- [48] **Курамаев, И. Б.** Численное моделирование диссипативных структур в нелинейных средах / И. Б. Курамаев, А. В. Жуков // Журнал экспериментальной и теоретической физики. — 2017. — Т. 151, № 6. — С. 1245–1252.
- [49] **Ландау, Л.Д.** Теория поля [Текст] / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. — М.: Наука, 1973. — 456 с.
- [50] **Ландау, Л.Д.,** Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред [Текст] / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. — М.: Наука, 1982. — 197 с.
- [51] **Лапидус, Л.** Численные методы для инженеров и ученых / Л. Лапидус, Г. Пинчес. — М.: Мир, 1984. — 672 с.
- [52] **Максудов, А.Т.** Об одной системе уравнений в теории спиновых волн [Текст] / А.Т. Максудов, Х.О. Абдуллоев, Х.Х. Муминов // Доклады Академии наук Таджикской ССР. — 1991. — Т. 34, № 8. — С. 64–68.
- [53] **Малоземов, А.,** Доменные стенки в материалах с цилиндрическими магнитными доменами [Текст] / А. Малоземов, Дж. Слонзуски. — М.: Мир, 1982. — 348 с.
- [54] **Марчук, Г.И.** Методы вычислительной математики и моделирования / Г. И. Марчук. — Новосибирск: Наука, 1984. — 476 с.
- [55] **Маханьков, В.Г.** Нелинейное уравнение Шредингера с некомпактной изогруппой [Текст] / В.Г. Маханьков, О.К. Паشاев // Теоретическая и математическая физика. — 1982. — Т. 53, № 1. — С. 55–67.
- [56] **Маханьков, В.Г.** Модель Скирма: нуклоны, дибарионы, ядра [Текст] / В.Г. Макханков // ФЭЧАЯ. — 1989. — Т. 20, вып. 2. — С. 401–439.
- [57] **Маханьков, В.Г.** Нелинейная динамика анизотропного легкоплоскостного магнетика со спином S=1 [Текст] / В.Г. Маханьков, Х.О. Абдуллоев, Х.Х. Муминов, А.Т. Максудов // Препринт Объединенного института ядерных исследований, Е 17-90-298. - Дубна, 1990. — 45 с.
- [58] **Маханьков, В.Г.** Солитоны и численный эксперимент [Текст] / В.Г. Маханьков // ЭЧАЯ. — 1983. — Т. 14, в. 1. — С. 123–180.
- [59] **Моррисон, Дж.** Численные методы: введение в алгоритмы, программирование и вычисления / Дж. Моррисон. — М.: ДМК Пресс, 2011. — 352 с.

- [60] **Муминов, X.X.** Вопросы теории нелинейных явлений в анизотропном магнетике с учётом мультипольных моментов [Текст]: Автореф. дисс. на соискание уч. ст. докт. наук. — Душанбе, 1996.
- [61] **Муминов, X.X.** Новый тип двухсолитонных решений векторного нелинейного уравнения Шредингера со смешанными граничными условиями [Текст] / X. X. Муминов, X. O. Абдуллоев, A. T. Максудов // Журнал технической физики. — 1993. — Т. 63, № 3. — С. 180–185.
- [62] **Муминов, X.X.** О соответствии квантовых и классических моделей в теории конденсированных сред [Текст] / X.O. Абдуллоев, X.X. Муминов, A. Максудов // Материалы всесоюзного семинара «Межчастичные взаимодействия в растворах». — 1990. — С. 51–58.
- [63] **Муминов, X.X.** Динамика взаимодействий двумерных топологических солитонов в  $O(3)$  нелинейной векторной сигма-модели [Текст] / X. X. Муминов, Ф. Ш. Шокиров // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. — 2010. — Т. 53. — № 9. — С. 679–685.
- [64] **Муминов, X.X.** Новые двумерные бризерные решения  $O(3)$  векторной нелинейной сигма-модели [Текст] / X.X. Муминов, Ф.Ш. Шокиров // Современные методы теории краевых задач: Материалы Воронежской весенней математической школы «Понtryгинские чтения – XXII». — Воронеж: ВГУ, 2011. — С. 120–123.
- [65] **Муминов, X.X.** О существовании и устойчивости двумерных топологических солитонов в модели изотропного классического антиферромагнетика Гейзенберга [Текст] / X.X. Муминов // Докл. АН Республики Таджикистан. — 2002. — Т. XLV, № 1. — С. 21–27.
- [66] **Муминов, X.X.** Пульсирующие солитоны и законы новой теории поля [Текст] / X.X. Муминов, Ш.Ф. Шокиров // Автоматика и вычислительная техника. — 2004.
- [67] **Муминов, X.X.** Распределение плотности энергии движущихся бризеров  $O(3)$  векторной нелинейной сигма-модели [Текст] / X.X. Муминов, Ф.Ш. Шокиров // Современные методы прикладной математики, теории управления и компьютерных технологий (ПМПУКТ-2013): сборник трудов VI Международной конференции. — Воронеж: Издательство полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2013. — С. 163–165.
- [68] **Муминов, X.X.** Численное исследование свойств новых одномерных бризероподобных решений нелинейного уравнения Шредингера [Текст] / X.X. Муминов, Ш.Ф. Шокиров // Докл. АН Республики Таджикистан. — 2004. — Т. XLVI, № 9–10. — С. 50–55.

- [69] **Муминов, Х.Х.** Численное моделирование эволюции многосолитонных решений скалярного нелинейного уравнения Шредингера с конденсатными граничными условиями [Текст] / Ш. Ф. Мухамедова, Х. Х. Муминов, М. Асгари-Ларими // Учёные записки. — 2018. — № 3 (46). — С. 18–22.
- [70] **Муминов, Х.Х.** Чисто магнонные возбуждения в модели классического ферромагнетика Гейзенберга [Текст] / Х.Х. Муминов // Докл. АН Республики Таджикистан. — 2004. — Т. XLVI, № 9–10. — С. 45–50.
- [71] **Островский, В.С.** О нелинейной динамике сильноанизотропных магнетиков со спинами  $S = 1$  [Текст] / В.С. Островский // Журнал экспериментальной и теоретической физики. — 1986. — Т. 91, № 5. — С. 1690–1701.
- [72] **Паттерсон, Д.** Введение в математическое моделирование / Д. Паттерсон. — М.: Мир, 1999. — 312 с.
- [73] **Переломов, А.М.** Решения типа инстантонов в киральных моделях [Текст] / А.М. Переломов // УФН. — 1981. — Т. 134, вып. 4. — С. 577–609.
- [74] **Питаевский, Л.П.** Физическая кинетика [Текст] / Л.П. Питаевский, Е.М. Лифшиц. — М.: Наука, — 1980. — 448 с.
- [75] **Раджараман, Р.** Солитоны и инстантоны в квантовой теории поля [Текст] / Р. Раджараман; пер. с англ. — М.: Мир, 1985. — 416 с.
- [76] **Райнер, Л.** Квантовая теория поля [Текст] / Л. Райнер. — Волгоград: Издательство «Платон», 1998. — 512 с
- [77] **Рахимов, Ф.К.** Двухсолитонные решения скалярного нелинейного уравнения Шрёдингера с конденсатными граничными условиями [Текст] / Ф.К. Рахимов, Х.О. Абдуллоев, А.Т. Максудов, Х.Х. Муминов. — Журнал технической физики, 1995. — Т. 65, В. 6. — С. 191–196.
- [78] **Рахимов, Ф.К.** Неубывающие двухсолитонные решения СНУШ с различными условиями самосогласования [Текст] / Ф.К. Рахимов. — Тезисы конф. мол. ученых РТ, Душанбе, 1993. — С. 26.
- [79] **Ребби, К.** Солитоны [Текст] / К. Ребби // УФН. — 1980. — Т. 130, вып. 2. — С. 329–356.
- [80] **Рихтмайер, Р.** Разностные методы решения краевых задач [Текст] / Р. Рихтмайер, К. Мортон. — М.: Мир, 1972. — 420 с.
- [81] **Рыскин, Н.М.** Нелинейные волны [Текст] / Н.М. Рыскин, Д.М. Трубецков. — М.: Наука, 2000. — 272 с.
- [82] **Самарский, А.А.** Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры [Текст] / А.А. Самарский, А.П. Михайлов. — М.: Физматлит, 2001. — 320 с.

- [83] **Самарский, А.А.** Методы решения сеточных уравнений [Текст] / А.А. Самарский, Е.С. Николаев. — М.: Наука, 1977. — 592 с.
- [84] **Самарский, А.А.** Устойчивость трехслойных проекционно-разностных схем [Текст] / А.А. Самарский, П.Н. Вабищевич // Математическое моделирование. — 1986. — Т. 8, № 9. — С. 74–84
- [85] **Самарский, А.А.** Численные методы [Текст] / А.А. Самарский, А.В. Гулин. — М.: Наука, 1989. — 432 с.
- [86] **Склянин, Е.К.** О некоторых задачах теории функционалов и их приложениях [Текст] / Е.К. Склянин // Записки научных семинаров ЛОМИ. — 1980. — Т. 95. — С. 55-64.
- [87] **Славнов, Н.А.** Одномерный двухкомпонентный бозе-газ и алгебраический анзац Бете [Текст] / Н.А. Славнов. — Теоретическая и математическая физика, 2015. — Т. 183, № 3. — С. 409–433.
- [88] **Тикадзуми, С.** Физика ферромагнетизма. Магнитные свойства вещества [Текст] / С. Тикадзуми. — Москва: Мир, 1983. — 304 с.
- [89] **Тихонов, А.Н.** Уравнения математической физики и математическое моделирование / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. — М.: Наука, 2004. — 560 с.
- [90] **Тураев, Д.В.** Диссипативные солитоны в системах с дискретной симметрией / Д. В. Тураев, С. К. Турицын // Физика плазмы. — 1998. — Т. 24, № 3. — С. 234–242.
- [91] **Фаддеев, Л.Д.** Гамильтонова система уравнений, описывающая динамику спинов [Текст] / Л.Д. Фаддеев, Л.А. Тахтаджян // Теоретическая и математическая физика. — 1977. — Т. 28, № 1. — С. 18–24.
- [92] **Фарахманд, Э.Я.** Презентация квантовых вычислений, основанных на многоуровневой квантовой системе с помощью ядерного магнитного резонанса (ЯМР) [Текст] / Э.Я. Фарахманд, Х.Х. Муминов // Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук. — 2014. — № 1–2 (130). — С. 84–91.
- [93] **Флетчер, Ч.** Вычислительные методы в динамике сплошных сред / Ч. Флетчер. — М.: Мир, 1991. — 464 с.
- [94] **Фомин, С.В.** Численные методы решения задач математической физики / С. В. Фомин, П. В. Гребенников. — М.: Высшая школа, 2005. — 368 с.
- [95] **Федягин, В.К.** Некоторые аспекты теории солитонов [Текст] / В.К. Федягин // Теоретическая и математическая физика. — 1981. — Т. 46, № 1. — С. 42–52.

- [96] **Фэйргрис, Д.** Численные методы для инженеров и ученых: практическое руководство / Д. Фэйргрис. — М.: ДМК Пресс, 2017. — 464 с.
- [97] **Хансен, С.** Численные методы с примерами в MATLAB / С. Хансен. — М.: ДМК Пресс, 2017. — 352 с.
- [98] **Цвелик, А.М.** Квантовая теория поля в физике конденсированного состояния [Текст] / А.М. Цвелик; пер. с англ. — М.: Физматлит, 2004. — 320 с
- [99] **Пресс, У.Х.** Численные рецепты: искусство научных вычислений / У. Х. Пресс, С. А. Тьюколски, У. Т. Веттерли, Б. П. Фланнери. — М.: Мир, 1992. — 1056 с.
- [100] **Чепмен, С.Дж.** MATLAB: программирование и применение / С. Дж. Чепмен. — 4-е изд. — М.: ДМК Пресс, 2021. — 928 с.
- [101] **Шварц, А.С.** Квантовая теория поля и топология [Текст] / А.С. Шварц. — М.: Наука, 1989. — 400 с.
- [102] **Abdulloev, Kh.O.** [Text] / Kh.O. Abdulloev, A.T. Maksudov, Kh. Muminov // Physica Solid State. — 1992. — Vol. 34. — P. 544.
- [103] **Abdulloev, Kh.O.** [Text] / Kh.O. Abdulloev, M. Aguero, A.V. Makhankov // Proceedings of the IV International Workshop «Solitons and Applications». — Singapore: World Scientific, 1990.
- [104] **Bogolubskaya, A.A.** 2D Topological solitons in the gauged easy-axis Heisenberg antiferromagnet model [Text] / A.A. Bogolubskaya, I.L. Bogolyubsky // Phys. Lett. B. — 1997. — Vol. 395. — P. 269.
- [105] **Bogolyubsky, I.L.** Relativistic soliton stability in a classical  $\phi^4$  field theory [Text] / I.L. Bogolyubsky, E.P. Zhidkov, Yu.V. Katyshev, V.G. Makhankov, A.A. Rastorguev // JINR-P2-9673. — Apr 1976. — 21 p.
- [106] **Bogolyubsky, I.L.** Three-dimensional topological solitons in the lattice model of a magnet with competing interactions [Text] / I.L. Bogolyubsky // Phys. Lett. A. — 1988. — Vol. 126. — P. 511–514.
- [107] **Brusch, L.** Modulated amplitude waves and defect formation in the one-dimensional complex Ginzburg–Landau equation [Text] / L. Brusch, A. Torcini, M. van Hecke, M.G. Zimmermann, M. Bär // Physica D. — 2001. — Vol. 160. — P. 127–148.
- [108] **Burzlaff, J.** CP<sup>2</sup> soliton scattering: simulations and mathematical underpinning [Text] / J. Burzlaff, W.J. Zakrzewski // Nonlinearity. — 1996. — Vol. 9. — P. 1317–1324.
- [109] **Colin, T.** A numerical model for light interaction with a two-level atom medium [Text] / T. Colin, B. Nkonga // Physica D: Nonlinear Phenomena. — 2004. — Vol. 188, No. 1–2. — P. 92–118.

- [110] **Drexler, K.E.** Engines of Creation: The Coming Era of Nanotechnology [Text] / K. E. Drexler. — Doubleday, 1986. — ISBN 0-385-19973-2.
- [111] **Drexler, K.E.** Nanosystems: Molecular Machinery, Manufacturing and Computation [Text] / K. E. Drexler. — New York: John Wiley & Sons, 1992. — ISBN 0-471-57547-X.
- [112] **Elphick, C.** Dynamics of dissipative structures [Text] / C. Elphick, A. Hagberg, B.A. Malomed, E. Meron // Physics Letters A. — 1997. — Vol. 230. — P. 33–38.
- [113] **Fordy, A.** Nonlinear equations and integrable systems [Text] / A. Fordy, P. Kulish // Communications in Mathematical Physics. — 1988. — Vol. 89. — P. 427–438.
- [114] **Heisenberg, W.** Zur Quantentheorie des Magnetismus [Text] / W. Heisenberg // Metallwirtschaft. — 1930. — V. 9. — P. 843–847.
- [115] **Ishimori, Y.** Multivortex solutions of a two-dimensional nonlinear wave equation [Text] / Y. Ishimori // Progress of Theoretical Physics. — 1984. — Vol. 72. — P. 33–37.
- [116] **Kosevich, A.M.** Magnetic solitons [Text] / A.M. Kosevich, A.S. Kovalev, A.V. Ivanov // Phys. Rep. — 1990. — Vol. 194. — P. 117–238.
- [117] **Kundu, A.** Dynamical Models Describing the Interaction of Elementary Excitations in One-Dimensional Systems [Text] / A. Kundu, V.G. Makhankov, O. Pashaev // Physica D. — 1984. — Vol. 11, No. 3. — P. 375–396.
- [118] **Laedke, E.** Nonlinear Wave Dynamics in Plasma [Text] / E. Laedke, K. Spatschek // Physical Review Letters. — 1978. — Vol. 41, No. 21. — P. 1432–1435.
- [119] **Landau, L.D.** [Text] / L.D. Landau, E.M. Lifshitz // Collection of Manuscripts. — Moscow: Nauka, 1969.
- [120] **Makhankov, V. G.** Solitons and Their Applications [Text] / V.G. Makhankov, S.I. Slavov // In: Proceedings of the IVth International Workshop "Solitons and Applications" / Eds. V.G. Makhankov, V.K. Fedyanin, O.K. Pashaev. — Singapore: World Scientific, 1990. — P. 107.
- [121] **Makhankov, V.G.** [Text] / V.G. Makhankov, R.V. Myrzakulov // Physica Scripta. — 1986. — Vol. 34. — P. 163.
- [122] **Makhankov, V.G.** Non-linear effects in quasi-one-dimensional models of condensed matter theory [Text] / V.G. Makhankov, V.K. Fedyanin // Physics Reports. — 1984. — Vol. 104. — P. 1–86.
- [123] **Makhankov, V.G.** Soliton Phenomenology [Text] / V.G. Makhankov — Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1990. — 500 p.

- [124] **Maruno, K.** Exact soliton solutions of the one-dimensional complex Swift-Hohenberg equation [Text] / K. Maruno, A. Ankiewicz, N. Akhmediev // Physica D: Nonlinear Phenomena. — 2003. — Vol. 176. — P. 44–66.
- [125] **Nicolis, G.** Self-Organization in Nonequilibrium Systems — From Dissipative Structures to Order Through Fluctuations [Text] / G. Nicolis, I. Prigogine. — Wiley, NY, 1977. — 491 p.
- [126] **Nozaki, K.** Chaos in a Perturbed Nonlinear Schrödinger Equation [Text] / K. Nozaki, N. Bekki // Modern Physics Letters B. — 1983. — V. 50, No. 17. — P. 1227–1229.
- [127] **Nozaki, K.** Stochastic Instability of Sine-Gordon Solitons [Текст] / K. Nozaki // Physical Review Letters. — 1982. — Vol. 49, № 26. — P. 1883–1885.
- [128] **Rajaraman, R.** Solitons and Instantons [Text] / R. Rajaraman. — North-Holland, Amsterdam, 1982. — 409 p.
- [129] **Salamin, Y.I.** Covariant electron dynamics in two interfering laser beams: analysis of the vacuum beat wave accelerator [Text] / Y.I. Salamin // Physics Letters A. — 2000. — Vol. 270, No. 3–4. — P. 115–121.
- [130] **Thacker, H.B.** Quantum field theories derived from integrable lattice models [Text] / H.B. Thacker // Reviews of Modern Physics. — 1982. — Vol. 53. — P. 253–285.
- [131] **Wolf, S.A.** Spintronics: A Spin-Based Electronics Vision for the Future [Text] / S.A. Wolf, et al. // Science. — 2001. — Vol. 294, Issue 5546. — P. 1488–1495.
- [132] **Yajima, N.** Formation and Interaction of Sonic-Langmuir Solitons: Inverse Scattering Method [Text] / N. Yajima, M. Oikawa // Progress of Theoretical Physics. — 1976. — Vol. 56, No. 6. — P. 1719–1739.
- [133] **Zakharov, V. E.** What is Integrability? [Text] / Edited by V. E. Zakharov. — Berlin: Springer-Verlag, 1991. — 276 p.
- [134] **Zakharov, V.E.** Exact theory of two-dimensional self-focusing and one-dimensional self-modulation of waves in nonlinear media [Text] / V.E. Zakharov, A.B. Shabat // Soviet Physics JETP. — 1972. — Vol. 34. — P. 62–69.
- [135] **Zemlyanaya, E.V.** Oscillatory instabilities of gap solitons in periodic systems [Text] / I.V. Barashenkov, E.V. Zemlyanaya // SIAM J. Appl. Maths. — 2004. — Vol. 64, № 3. — P. 800–817.
- [136] **Zemlyanaya, E.V.** Soliton interaction in a parametrically driven nonlinear Schrödinger equation [Text] / I.V. Barashenkov, E.V. Zemlyanaya // Phys. Rev. Lett. — 1999. — Vol. 83. — P. 2568–2571.

## Б) Работы автора по теме диссертации

### **Монографии:**

- [1-А] **Мухамедова, Ш.Ф.** Формирование когерентных структур в нелинейных диссипативных средах: монография / Х.Х. Муминов, Ш.Ф. Мухамедова // -Худжанд: Издательство Дабир. - 2021. – 182 С. ISBN 978-999-75-75-51-7
- [2-А] **Мухамедова, Ш.Ф.** Математическое моделирование многосолитонных решений скалярных и векторных нелинейных уравнений Шрёдингера: монография / Ш.Ф. Мухамедова, Ф.К. Рахими // Худжанд: Издательство Дабир. - 2024. – 205 С. ISBN 978-99985-66-70-5

### **Статьи, опубликованные в рецензируемых журналах, рекомендованных ВАК при Президенте Республики Таджикистан и ВАК Министерства образования и науки РФ:**

- [3-А] **Мухамедова, Ш. Ф.** Диссипативные солитоны уравнения Свифта-Хоенберга / Х. Х. Муминов, Ш. Ф. Мухамедова // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. – 2015. – Т. 58, № 12. – С. 1091-1095.
- [4-А] **Мухамедова, Ш. Ф.** Численное моделирование эволюции многосолитонных решений скалярного нелинейного уравнения Шредингера с потенциалом отталкивания [Текст] / Ш. Ф. Мухамедова, Х. Х. Муминов // Учёные записки. — 2018. — № 2 (45). — С. 6–12.
- [5-А] **Мухамедова, Ш. Ф.** Численное моделирование эволюции двухсолитонного решения скалярного нелинейного уравнения Шредингера с притягивающим потенциалом [Текст] / Ш. Ф. Мухамедова, Х. Х. Муминов // Известия Академии наук Республики Таджикистан. — 2017. — № 3 (168). — С. 44–51.
- [6-А] **Мухамедова, Ш.Ф.** Численное моделирование распространения сигнала в трёхуровневых системах квантовых вычислений в рамках многосолитонных решений векторного нелинейного уравнения Шредингера [Текст] / Х. Х. Муминов, Ш. Ф. Мухамедова, М. Асгари-Ларими // Известия Академии наук Республики Таджикистан. Отделение физико-математических, химических, геологических и технических наук. — 2017. — № 4(169). — С. 40–55.
- [7-А] **Мухамедова, Ш. Ф.** Численное моделирование многосолитонного решения векторного нелинейного уравнения Шредингера с самосогласованным потенциалом  $\bar{\phi}_1\phi_2 + \phi_1\bar{\phi}_2$  [Текст] / Ш. Ф. Мухамедова, Х. Х. Муминов, М. Асгари-Ларими // Известия Академии наук Республики Таджикистан. — 2018. — № 1 (170). — С. 33–49.
- [8-А] **Мухамедова, Ш.Ф.** Диссипативные бризеры скалярного нелинейного уравнения Шредингера с отталкивающим потенциалом [Текст] / Х. Х. Муминов, Ш. Ф. Мухамедова // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. — 2019. — Т. 62, № 1-2. — С. 70–77.
- [9-А] **Мухамедова, Ш.Ф.** Диссипативные солитоны бризерного типа скалярного нелинейного уравнения Шрёдингера с притягивающим потенциалом [Текст] / Х. Х. Муминов, Ш. Ф. Мухамедова // Известия Академии наук Республики Таджикистан. Отделение физико-

- математических, химических, геологических и технических наук. — 2019. — № 1(174). — С. 104–124.
- [10-А] **Мухамедова, Ш.Ф.** Некоторые особенности формирования и эволюции диссипативных бризеров скалярного нелинейного уравнения Шрёдингера [Текст] / X. X. Муминов, Ш. Ф. Мухамедова // Известия Академии наук Республики Таджикистан. Отделение физико-математических, химических, геологических и технических наук. — 2019. — № 3(176). — С. 20–31.
- [11-А] **Мухамедова, Ш.Ф.** О бризерах скалярного нелинейного уравнения Шредингера [Текст] / X. X. Муминов, Ш. Ф. Мухамедова // Известия Академии наук Республики Таджикистан. Отделение физико-математических, химических, геологических и технических наук. — 2019. — № 4(177). — С. 49–62.
- [12-А] **Мухамедова, Ш.Ф.** Диссипативные солитоны векторного нелинейного уравнения Шредингера с самосогласованным потенциалом при наличии подкачки [Текст] / X. X. Муминов, Ш. Ф. Мухамедова // Известия Академии наук Республики Таджикистан. Отделение физико-математических, химических, геологических и технических наук. — 2020. — № 2(179). — С. 7–19.
- [13-А] **Мухамедова, Ш.Ф.** Диссипативные солитоны скалярного нелинейного уравнения Шрёдингера [Текст] / X. X. Муминов, Ш. Ф. Мухамедова // Известия Академии наук Республики Таджикистан. Отделение физико-математических, химических, геологических и технических наук. — 2020. — № 3(180). — С. 80–97.
- [14-А] **Мухамедова, Ш.Ф.** Генерация пульсации диссипативных солитонов векторного нелинейного уравнения Шредингера с самосогласованным потенциалом [Текст] / X. X. Муминов, Ш. Ф. Мухамедова // Известия Академии наук Республики Таджикистан. Отделение физико-математических, химических, геологических и технических наук. — 2020. — № 3(180). — С. 55–79.
- [15-А] **Мухамедова, Ш.Ф.** Странный аттрактор в векторном нелинейном уравнении Шредингера [Текст] / X. X. Муминов, Ш. Ф. Мухамедова // Ученые записки Худжандского государственного университета им. академика Б. Гафурова. Серия: Естественные и экономические науки. — 2021. — Т. 57, № 2. — С. 35–42.
- [16-А] **Мухамедова, Ш.Ф.** Математическое моделирование эволюции диссипативных бризеров в нелинейном скалярном уравнении Шрёдингера с отталкивающим потенциалом [Текст] / Ш. Ф. Мухамедова // Известия Национальной академии наук Таджикистана. Отделение физико-математических, химических, геологических и технических наук. — 2024. — № 3(196). — С. 51–66.
- [17-А] **Мухамедова, Ш. Ф.** Устойчивость диссипативных солитонов в скалярном нелинейном уравнении Шрёдингера [Текст] / Ш.Ф. Мухамедова // Ученые записки Худжандского государственного

университета им. академика Б. Гафурова. Серия: Естественные и экономические науки. — 2024. — Т. 70, № 3. — С. 32–43.

- [18-А] **Мухамедова, Ш. Ф.** Когерентные структуры векторного нелинейного уравнения Шрёдингера с самосогласованным потенциалом / Ш.Ф. Мухамедова, Ё.М. Мухсинов // Ученые записки Худжандского государственного университета им. академика Б. Гафурова. Серия: Естественные и экономические науки. - 2024. - Т. 71, № 4. - С. 24–43.

**Статьи, опубликованные в других изданиях:**

- [19-А] **Мухамедова, Ш.Ф.** Многосолитонные решения скалярного нелинейного уравнения Шрёдингера [Текст] / Ш.Ф. Мухамедова и др. // Фундаментальная и прикладная наука: состояние и тенденции развития: монография. — Петрозаводск: МЦНП «Новая наука», 2023. — С. 299–313.: ил. — Коллектив авторов. ISBN 978-5-00174-887-8
- [20-А] **Мухамедова, Ш.Ф.** Диссипативные солитоны бризерного типа скалярного нелинейного уравнения Шрёдингера с притягивающим потенциалом [Текст] / Ш.Ф. Мухамедова и др. // Цифровизация как драйвер роста науки и образования: монография. — Петрозаводск: МЦНП «Новая наука», 2020. — С. 242–262.: ил. — Коллектив авторов. DOI 10.46916/18012021-2-978-5-00174-089-6
- [21-А] **Мухамедова, Ш. Ф.** Формирование когерентных структур комплексного уравнения Гинзбурга–Ландау [Текст] / Ш. Ф. Мухамедова, Х. Х. Муминов // X Международная научно-практическая интернет-конференция «Проблемы и перспективы развития науки в начале третьего тысячелетия в странах СНГ». — 2013. — С. 159–161.
- [22-А] **Мухамедова, Ш.Ф.** Формирование когерентных структур в комплексном уравнении Свифта–Хоенберга [Текст] / Х. Х. Муминов, Ш. Ф. Мухамедова // LII Всероссийская конференция по проблемам динамики, физики частиц, физики плазмы и оптоэлектроники: тезисы докладов, Москва, 17–19 мая 2016 года / Российский университет дружбы народов. — Москва: Российский университет дружбы народов (РУДН), 2016. – С. 52-55.
- [23-А] **Мухамедова, Ш.Ф.** Численное моделирование эволюции двухсолитонного решения скалярного нелинейного уравнения Шредингера с притягивающим потенциалом [Текст] / Х. Х. Муминов, Ш. Ф. Мухамедова, М. Асгари-Ларими // LIV Всероссийская конференция по проблемам динамики, физики частиц, физики плазмы и оптоэлектроники: материалы конференции, Москва, 14–18 мая 2018 года / Российский университет дружбы народов. — Москва: Российский университет дружбы народов (РУДН), 2018. — С. 67–70.
- [24-А] **Мухамедова, Ш.Ф.** Диссипативные солитоны бризерного типа скалярного нелинейного уравнения Шрёдингера с притягивающим потенциалом [Текст] / Х. Х. Муминов, Ш. Ф. Мухамедова // Материалы XI международной научно-теоретической конференции, посвящённой 70-летию образования Таджикского национального университета и 70-летию доктора физико-математических наук, профессора Юнуси

Махмадюсуп Камарзод. - Душанбе, 27–28 декабря 2018 г. — С. 180–185.

- [25-А] **Мухамедова, Ш.Ф.** О распространении сигнала в трёхуровневых системах квантовых вычислений [Текст] / X. X. Муминов, Ш. Ф. Мухамедова // Материалы VI Международной конференции «Современные проблемы физики», посвящённой 110-летию академика Академии наук Республики Таджикистан С.У. Умарова и 90-летию академика Академии наук Республики Таджикистан А.А. Адхамова. - Душанбе, «Эр-граф». – 2018. - С.62-66. ISBN 978-99975-67-83-3.
- [26-А] **Мухамедова, Ш.Ф.** Диссипативные солитоны бризерного типа скалярного нелинейного уравнения Шредингера с притягивающим потенциалом [Текст] / Ш. Ф. Мухамедова // Материалы Республиканская научно-практическая конференция на тему «Математическое и компьютерное моделирование физических процессов». – Душанбе. - 25 октября 2019г. - С. 86-90.
- [27-А] **Мухамедова, Ш.Ф.** Численное моделирование двухсолитонного решения скалярного нелинейного уравнения Шредингера с притягивающим потенциалом [Текст] / Ш. Ф. Мухамедова // Сборник статей республиканской научно-практической конференции на тему «Современные пути защиты информации в процессе развития информационно-коммуникационных технологий», посвященной годам 2020–2040 — «Десятилетие изучения и развития естественных, точных и математических наук в области науки и образования Республики Таджикистан». – Душанбе. - 24-25 апреля 2020 года. - С. 23-29.
- [28-А] **Мухамедова, Ш.Ф.** Бризерная динамика многосолитонных решений скалярного нелинейного уравнения Шредингера с конденсатными граничными условиями [Текст] / X. X. Муминов, Ш. Ф. Мухамедова // Материалы LVI Всероссийской конференции по проблемам динамики, физики частиц, физики плазмы и оптоэлектроники. Российский университет дружбы народов. — Москва. - 18-22 мая 2020 г. С. 126-130 ISBN 978-5-209-10695-1.
- [29-А] **Мухамедова, Ш.Ф.** Диссипативные солитоны векторного нелинейного уравнения Шредингера с самосогласованным потенциалом  $\bar{\phi}1\phi2+\phi1\bar{\phi}2$  при наличии подкачки [Текст] / X. X. Муминов, Ш. Ф. Мухамедова // Материалы VII Международной конференции «Современные проблемы физики». Душанбе: изд-во «Дониш». – 2020. - С. 308-312
- [30-А] **Мухамедова, Ш.Ф.** Пульсирующие солитоны векторного нелинейного уравнения Шредингера с самосогласованным потенциалом [Текст] / Ш.Ф. Мухамедова, X.X. Муминов // Материалы международной научно-практической конференции, посвященной «Десятилетию изучения и развития естественных, точных и математических наук в области науки и образования». — Худжанд, 18 мая 2021 года. — С. 151–156.

- [31-А] **Мухамедова, Ш.Ф.** Диссипативные солитоны скалярного нелинейного уравнения Шрёдингера [Текст] / Х. Х. Муминов, Ш. Ф. Мухамедова // Материалы LVII Всероссийской конференции по проблемам динамики, физики частиц, физики плазмы и оптоэлектроники. Москва. – РУДН. - 17–21 мая 2021 г. – С. 23-28.
- [32-А] **Мухамедова, Ш.Ф.** Формирование странного аттрактора в векторном нелинейном уравнении Шрёдингера [Текст] / Х.Х. Муминов, Ш.Ф. Мухамедова // IV Международная научно-практическая конференция «Scientific community: interdisciplinary research» — Busse Verlag GmbH (Гамбург, Германия), 18–19 мая 2021.
- [33-А] **Мухамедова, Ш.Ф.** Формирование странного аттрактора в векторном нелинейном уравнении Шрёдингера [Текст] / Х.Х. Муминов, Ш.Ф. Мухамедова // LVIII Всероссийская конференция по проблемам динамики, физики частиц, физики плазмы и оптоэлектроники Россия, г. Москва, РУДН. 23-27 мая 2022 г.
- [34-А] **Мухамедова, Ш.Ф.** Странный аттрактор в векторном нелинейном уравнении Шрёдингера [Текст] / Ш.Ф. Мухамедова // Международный научно-практический журнал ENDLESS LIGHT in SCIENCE. - 17 Декабря 2022. Алматы, Казахстан - № 17. – С. 258-264. ISSN: 2709-1201
- [35-А] **Мухамедова, Ш.Ф.** Бифуркация диссипативных солитонов в векторном нелинейном уравнении Шредингера [Текст] / Ш.Ф. Мухамедова // Материалы LIX Всероссийской конференции по проблемам динамики, физики частиц, физики плазмы и оптоэлектроники. — Москва: Российский университет дружбы народов, 2022. — С. 145–152.
- [36-А] **Мухамедова, Ш.Ф.** Численное моделирование эволюции двухсолитонного решения скалярного нелинейного уравнения Шрёдингера с притягивающим потенциалом [Текст] / Ш.Ф. Мухамедова // Материалы международной научно-практической конференции «Математика в современном мире». — Худжанд: ТГУПБП. - 2024. — С. 112–118.
- [37-А] **Mukhamedova, Sh.F.** Chaotic dynamics of solitons in classical Heisenberg antiferromagnet model [Text] / Sh.F. Mukhamedova, Kh.Kh. Muminov // Mathematical Modeling and Computational Physics 2013, Joint Institute for Nuclear Research, Laboratory of Information Technologies, Dubna, Moscow Region, Russia. — July 8–12, 2013. — P. 134-142

#### **Свидетельства о государственной регистрации разработанных комплексов компьютерных программ**

- [38-А] **Мухамедова, Ш. Ф.** Пакет компьютерных программ для численного моделирования формирования когерентных структур в двумерном комплексном уравнении Гинзбурга–Ландау [Текст] / Х.Х. Муминов, Ш.Ф. Мухамедова // Свидетельство о регистрации информационного ресурса. Национальный патентно-информационный центр Министерства экономического развития и торговли Республики Таджикистан. — № 4271300257. — 15.03.2013.

- [39-А] **Мухамедова, Ш. Ф.** База данных программ численного моделирования комплексного уравнения Свифта-Хоенберга [Текст] / Х.Х. Муминов, Ш.Ф. Мухамедова // Свидетельство о регистрации информационного ресурса. Национальный патентно-информационный центр Министерства экономического развития и торговли Республики Таджикистан. — № 4291600330. — 27.01.2016.
- [40-А] **Мухамедова, Ш. Ф.** База данных для моделирования распространения локализованного лазерного пучка в фотонных кристаллах [Текст] / Х.Х. Муминов, Ш.Ф. Мухамедова // Свидетельство о регистрации информационного ресурса. Национальный патентно-информационный центр Министерства экономического развития и торговли Республики Таджикистан. — № 4201700360. — 18.12.2017.
- [41-А] **Мухамедова, Ш. Ф.** База данных для моделирования поведения Бозе-Эйнштейновского конденсата [Текст] / Х.Х. Муминов, Ш.Ф. Мухамедова // Свидетельство о регистрации информационного ресурса. Национальный патентно-информационный центр Министерства экономического развития и торговли Республики Таджикистан. — № 4201700362. — 18.12.2017.
- [42-А] **Мухамедова, Ш. Ф.** База данных для численного моделирования эволюции многосолитонных решений скалярного нелинейного уравнения Шрёдингера с потенциалом отталкивания [Текст] / Х.Х. Муминов, Ш.Ф. Мухамедова // Свидетельство о регистрации информационного ресурса. Национальный патентно-информационный центр Министерства экономического развития и торговли Республики Таджикистан. — № 1202000471. — 26.02.2021.
- [43-А] **Мухамедова, Ш. Ф.** База данных для численного моделирования эволюции двухсолитонного решения скалярного нелинейного уравнения Шрёдингера с притягивающим потенциалом [Текст] / Х.Х. Муминов, Ш.Ф. Мухамедова // Свидетельство о регистрации информационного ресурса. Национальный патентно-информационный центр Министерства экономического развития и торговли Республики Таджикистан. — № 1202000472. — 26.02.2021.
- [44-А] **Мухамедова, Ш. Ф.** База данных для численного моделирования распространения сигнала в трёхуровневых системах квантовых вычислений в рамках многосолитонных решений векторного нелинейного уравнения Шрёдингера [Текст] / Х.Х. Муминов, Ш.Ф. Мухамедова, Х.М. Содикова // Свидетельство о регистрации информационного ресурса. Национальный патентно-информационный центр Министерства экономического развития и торговли Республики Таджикистан. — № 1202000473. — 26.02.2021.

**ВАЗОРАТИ МАОРИФ ВА ИЛМИ ҶУМХУРИИ ТОЧИКИСТОН**

**ДОНИШГОҲИ ДАВЛАТИИ ҲУҚУҚ БИЗНЕС ВА СИЁСАТИ**

**ТОЧИКИСТОН**

Бо ҳукуқи дастнавис

ВБД: 537.611+530.145+004.942+51

ТБК:22(2T)

M-92

**Муҳамедова Шоира Файзуллоевна**

**ТАШАККУЛ ВА ДИНАМИКАИ СОХТОРҲОИ КОГЕРЕНТӢ ДАР  
СИСТЕМАҲОИ ДИССИПАТИВИИ ҒАЙРИХАТТӢ БО СПИНҲОИ  $S \geq 1/2$**

**Автореферати**

диссертасия барои дарёфти дараҷаи илмии

доктори илмҳои физикаю математика аз рӯйи ихтисоси

05.13.18 – «Амсиласозии математикӣ, методҳои ададӣ

ва комплекси барномаҳо»

ХУДЖАНД – 2025

Диссертатсия дар кафедраи технологияҳои иттилоотию коммуникатсионӣ ва барномасозии ДДҲБСТ ичро шудааст.

**Мушовирони илмӣ:** **Раҳимӣ Фарҳод Қодир** - доктори илмҳои физикаю математика, профессор, академики Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон, Раиси Кумита оид ба таҳсилоти ибтидой ва миёнаи қасбии назди Ҳукумати Ҷумҳурии Тоҷикистон

**Муминов Ҳикмат Ҳалимович** - доктори илмҳои физикаю математика, профессор, академики Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон,

**Одинаев Раим Назарович** — доктори илмҳои физикаю математика, профессор, директори институти илмӣ-таҳқиқотии Донишгоҳи миллии Тоҷикистон.

**Умаров Максудҷон Файзуллоевич** — доктори илмҳои физикаю математика, профессори кафедраи физикаи умумӣ ва физикаи ҷисмҳои саҳти Муассисаи давлатии таълимии «Донишгоҳи давлатии Ҳучанд ба номи ақадемик Б. Ғафуров»

**Ҷумаев Мустақим Роғиевич** — доктори илмҳои физикаю математика, профессори кафедраи илмҳои дақиқи Донишгоҳи техникии давлатии Бухорои Ҷумҳурии Узбекистон

**Институти математикаи ба номи А. Ҷӯраеви Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон**

**Муассисаи пешбар:**

Ҳимояи диссертатсия санаи 24 сентябри соли 2025, соати 14:00 дар маҷлиси шурои диссертационии 6D.KOA-011-и назди Донишгоҳи миллии Тоҷикистон баргузор мегардад. Нишонӣ: 734027, ш. Душанбе, маҳаллаи Буни Ҳисорак, факултети механикаю математика, бинои 17, толори шурои диссертационӣ.

Бо диссертатсия дар китобхонаи марказии илмии Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, инчунин дар сомонаи [www.tnu.tj](http://www.tnu.tj) шинос шудан мумкин аст.

Автореферат санаи «\_\_» \_\_\_\_\_ соли 20\_\_ тавзъе шудааст.

Котиби илмии шурои диссертационӣ,  
номзади илмҳои физикаю математика

Ғафоров А.Б.

## МУҚАДДИМА

**Мубрамии мавзуи таҳқиқот.** Омӯзиши равандҳои ташаккул ва инкишофи соҳторҳои когерентӣ дар системаҳои диссипативии ғайрихаттӣ бо спини  $S \geq 1/2$  яке аз самтҳои муҳими физикаи назариявӣ ва амалӣ ба шумор меравад. Аҳамияти ин самт на танҳо ба зарурати фаҳмиши амиқи механизмҳои ғайритавозуни системаҳои квантӣ мураккаб марбут аст, балки ба дурнамои истифодаи амалии он дар соҳаҳои гуногуни илм ва технология низ вобаста мебошад. Хусусияти ҷолиби ин таҳқиқот дар баррасии системаҳои кушодаи квантӣ ифода мейбад, ки бо муҳити беруна дар ҳамкорӣ қарор доранд ва дар онҳо таъсироти диссипативӣ ва ғайрихаттӣ якҷоя амал мекунанд [98]. Дар чунин муҳитҳо имкони ташаккули соҳторҳои устувори локалӣ, ки дорои устувории баланди фазоиву вақтӣ мебошанд, ба вучуд меояд.

Системаҳои дорои спини баланд ( $S > 1/2$ ) бо соҳтори дохилии мураккаб ва озодии бештар дар ҳаракат фарқ мекунанд. Ин гуна системаҳо на танҳо барои моделсозии равандҳои ғайрихаттӣ қулайанд, балки метавонанд дар ҳисоббарориҳои квантӣ, моделсозии квантӣ ва сенсорикаи квантӣ васеъ истифода шаванд [101]. Дар онҳо шаклҳои гуногуни соҳторҳои когерентӣ, аз ҷумла солитонҳои сабит ва набздор, инчунин реҷаҳои даврии нопурра ва хаотикӣ ба вучуд омада метавонанд. Омӯхтани ташаккул, устуворӣ ва ҳамтаъсирии чунин соҳторҳо барои таҳияи назарияи муосири системаҳои кушодаи квантӣ аҳамияти хос дорад [116].

Дар солҳои охир дар самти таҳияи усулҳо ва алгоритмҳои ададӣ, ки имкони омӯзиши муодилаҳои эволюционии ғайрихаттиро фароҳам меоранд, пешрафти назаррас ба мушоҳида мерасад. Ин муодилаҳо рафтори соҳторҳои когерентиро дар шароити диссипатсия ва воридшавии энергия тавсиф мекунанд. Усулҳои ададӣ дақиқии баланди моделсозиро таъмин намуда, имконият медиҳанд, ки ҳам реҷаҳои устувор ва ҳам гузариш ба ҳолатҳои хаотикӣ мавриди таҳлил қарор гиранд. Озмоишҳои ададӣ ба як ҷузъи ҷудонопазири таҳқиқот табдил ёфтаанд, ки равишҳои анализири пурра намуда, имкони баррасии доираи васеи параметрҳои системаро муҳайё месозанд.

Илова бар ин, аҳамияти мавзӯи мавриди таҳқиқ бо сабаби хусусияти байнисоҳавии тадқиқот боз ҳам бештар мегардад. Соҳторҳои когерентии спинӣ на танҳо дар физикаи бунёдӣ, балки дар самтҳои амалӣ низ мавриди истифода қарор мегиранд, аз ҷумла дар спинтроника, магнитоэлектроника, оптикаи квантӣ ва нанофизика. Хусусан, дар моддаҳои магнитӣ омӯзиши соҳторҳои доменӣ барои фаҳмиши амиқтари механизмҳои идоракуни хосиятҳои онҳо мусоидат меқунад [76]. Дар технологияҳои квантӣ бошад, системаҳои спинӣ ҳамчун платформа барои татбиқи унсурҳои мантиқии квантии бисёрсатҳ (кутритҳо, кудитҳо) ва сенсорҳои дақиқи баланд баррасӣ мешаванд [27, 39, 76].

Ҳамин тавр, омӯзиши равандҳои ташаккул ва динамикаи соҳторҳои когерентӣ дар системаҳои диссипативии ғайрихаттӣ бо спини  $S \geq 1/2$  як масъалаи муҳими илмӣ ба ҳисоб меравад, ки манфиати назариявии амиқро бо аҳамияти амалӣ муттаҳид менамояд. Ин самт имкониятҳои васеъро барои фаҳмиши амиқтари равандҳои ғайрихаттӣ дар системаҳои кушодаи квантӣ фароҳам оварда, замина барои таҳияи роҳҳои нави технологӣ дар соҳаи дастгоҳҳои квантӣ ва спинӣ мегузорад.

Дар ҷараёни таҳқиқот таҷрибаи таҳқиқоти муаллифони зерин омӯхта шуданд: Дубровин Б.А., Маланюк Т.М., Кричевер И.М., Маханъков В.Г., Абдуллоев Ҳ.О., Муминов Ҳ.Ҳ., Рахими Ф.Қ., Махсудов А.Т., Шокир Ф.Ш. ва ҳаммуаллон [25, 26, 52, 58, 61, 66, 67, 68, 77, 123], Ахмедиев Н., Анкевич А., Земленая Е.В., Барашенков И.В. [8, 32, 135, 136], олимони чопонӣ Nozaki, K., Bekki N. [126, 127] ва дигар муаллифон.

Дар як қатор тадқиқоти анҷомшуда падидаҳои нав ва муҳими ғайрихаттӣ мавриди омӯзиш қарор гирифтанд, ки дар системаҳои дорои спини баланд ба вучуд меоянд. Ин таҳқиқот асосан бо истифода аз моделсозии математикӣ ва таҷрибаҳои ададӣ амалӣ шудаанд. Маркази таваҷҷуҳ ба ҷустуҷӯи ҳалҳои маҳдуди муодилаҳои ғайрихаттии интеграшаванда равона гардида, таҳлили устуворӣ ва динамикаи ҳамтаъсирии онҳо анҷом дода шудааст. Илова бар ин, соҳторҳои когерентӣ дар системаҳои диссипативӣ низ таҳқиқ шудаанд - бо дарназардошти таъсири воридшавӣ ва талафоти энергия, инчунин ҳолатҳое, ки суръати ҳаракати солитонҳо

аз сифр фарқ мекунад. Ин равиши таҳқиқот имкон дод, ки рафтори ҳалҳои солитонӣ дар шароити воқеии физикӣ мавриди баррасӣ қарор гирад, ки дар он омилҳои муҳити беруна ба соҳтор ва устувории онҳо таъсири ҷиддӣ мерасонанд.

Аҳамияти таҳқиқоти зикршуда на танҳо аз ҳисоби саҳми онҳо ба рушди илми бунёдӣ муайян мешавад, балки инчунин бо дурнамои васеи истифодаи амалӣ шарҳ дода мешавад. Натиҷаҳои бадастомада метавонанд ҳамчун замина барои таҳияи платформаҳои ҳисоббарории квантӣ, дастгоҳҳои спинтронии насли нав ва сенсорҳои квантии дақиқ ба кор бурда шаванд. Ҳамин тариқ, омӯзиши ташаккул ва эволютсияи соҳторҳои когерентӣ дар системаҳои диссипативии ғайрихаттӣ бо спини  $S \geq 1/2$  на танҳо ба амиқтар гардидани фаҳмиши назариявии равандҳои мураккаби ғайрихаттӣ мусоидат мекунад, балки ба ҳалли масъалаҳои муҳими амалӣ дар соҳаи технологияҳои квантӣ низ замина мегузорад.

**Дараҷаи коркарди илмии мавзуи таҳқиқшаванда.** Ташаккул ва динамикаи соҳторҳои когерентӣ дар системаҳои диссипативии ғайрихаттӣ як самти босуръат рушдёбандай илми муосир ба ҳисоб меравад, ки дар мавқеи буриши динамикаи ғайрихаттӣ, назарияи квантӣ ва физикаи амалӣ қарор дорад. Тадқиқотҳои назариявӣ ва таҷрибавӣ доираи васеи масъалаҳоро дар бар мегиранд - аз омӯзиши раванди худташкилдихӣ ва устувории соҳторҳои маҳдуд то таъсири муҳити беруна дар системаҳои кушодаи квантӣ. Заминаҳои бунёдии ин самт дар таҳқиқоте гузошта шудаанд, ки ба моделҳои классикӣ ва квантии системаҳои ғайрихаттӣ баҳшида шудаанд, аз ҷумла дар соҳаҳои магнетизм, плазма, кристаллҳои моеъ, инчунин дар осори Н. Н. Боголюбов ва И. Пригожин [125], ки нақши калидӣ дар фаҳмиши раванди диссипатсия ва худташкилдихиро бозӣ намудаанд.

Барои системаҳои квантӣ бо спини  $S=1/2$  усулҳои муассири таҳлили динамикаи когерентӣ ва ҳамтаъсирӣ бо муҳити беруна таҳия шудаанд. Аммо дар ҳолати  $S > 1/2$  масъала мураккабтар мегардад, зоро андозаи ҳолатҳо ва шумораи дараҷаҳои озодӣ афзоиш меёбад. Равишҳои мавҷуда ниёз ба густариши ҷиддӣ доранд, зоро онҳо хусусиятҳои хоси ҳамтаъсирӣ бисёрспинӣ, таъсироти ғайрихаттӣ ва механизмҳои диссипативиро дар чунин системаҳо пурра ба назар намегиранд.

Тадқиқоти мусоир оид ба системаҳои дори спини баланд асосан ба спектроскопия, моделсозии динамикаи бисёрспинӣ ва таҳлили таъсироти когерентӣ бо истифода аз матритсаҳои зичӣ равона шудаанд. Бо вучуди ин, масъалаи ташаккул ва устуории сохторҳои когерентӣ дар системаҳои ғайрихаттӣ бо  $S>1/2$  то ҳол ба таври кофӣ таҳқиқ нашудааст. Мураккабии масъала дар зарурати ба ҳисоб гирифтани дақиқи ҳамтаъсирии ғайрихаттӣ, равандҳои диссипативӣ ва ташвишҳои беруна зоҳир мегардад, баҳусус дар речаҳои эволюционии дарозумр.

Яке аз масъалаҳои муҳими рӯз таҳияи моделҳои нави математикӣ ва усулҳои ададие мебошад, ки имкон медиҳанд механизмҳои ташаккули сохторҳои устуори когерентӣ дар системаҳои квантии дори спини баланд тавсиф карда шаванд. Манфиати маҳсусро таъсири диссипатсия ба когерентнокии ҳолатҳои спинӣ, инчунин омӯзиши қолабҳои фазоиву замонӣ ҷалб мекунад, ки дар натиҷаи ҳамтаъсири ғайрихаттӣ ва бисёрспинӣ ба вучуд меоянд. Ҳалли ин масъалаҳо на танҳо аз нигоҳи назариявӣ муҳим аст, балки барои ташаккули воситаҳои муассири идоракуни сохторҳои спинӣ дар дастгоҳҳои квантӣ низ аҳамияти амалӣ дорад. Дар доираи ин кори диссертационӣ таҳияи равишҳои нави математикӣ ва воситаҳои барномавӣ барои моделсозии аддии сохторҳои когерентӣ дар системаҳо бо  $S>1/2$  дар назар аст, ки таваҷҷӯҳ ба шароити диссипатсияи ғайрихаттӣ равона мегардад. Пешбинӣ мешавад, ки натиҷаҳои бадастомада ба фаҳмиши равандҳои динамикии системаҳои квантии баландспинӣ саҳми назаррас гузошта, имкониятҳои истифодаи онҳоро дар ҳисоббарориҳои квантӣ, сенсорика ва илм оид ба масолех васеъ хоҳанд кард.

**Пайвандии таҳқиқот бо барномаҳо (лоиҳаҳо) ва мавзӯъҳои илмӣ.** Тадқиқотҳое, ки аз ҷониби муаллиф анҷом дода шудаанд, дар доираи иҷрои нақшай дурнамои корҳои илмию тадқиқотии кафедраи технологияҳои иттилоотию коммуникатсионӣ ва барномасозии ДДҲБСТ оид ба мавзӯи «Рушди илмҳои бунёдӣ дар соҳаи технологияҳои иттилоотӣ, коммуникатсионӣ ва барномавӣ» гузаронида шудаанд.

Натиҷаҳои таҳқиқот ба самтҳои афзалиятноки барномаҳои илмӣ мутобиқат доранд, ки ба омӯзиши механизмҳои ташаккули сохторҳои когерентӣ дар

системаҳои ғайрихаттӣ ва таҳияи усулҳои моделсозии математикӣ барои тавсифи онҳо равона шудаанд. Кор саҳми муҳимеро дар омӯзиши хосиятҳои соҳторҳои когерентӣ дар муҳитҳои диссипативӣ, маҳсусан дар системаҳои дорои спини баланд ( $S>1/2$ ) мегузорад. Таҳлили динамика, раванди худташкилдиҳӣ ва таъсири равандҳои диссипативӣ имкони амиқтар фаҳмидани рафтори чунин системаҳоро фароҳам месозад. Тақвияти усулҳои ададӣ барои тавсифи раванди ҷараёнҳо дар системаҳои баландспин баёнгари аҳамияти мавзӯъ дар заминаи моделсозии математикӣ барои муҳитҳои физикии мураккаб мебошад.

## ТАВСИФИ УМУМИИ ТАҲҚИҚОТ

**Мақсади таҳқиқот.** Ҳадафи асосии ин кори диссертационӣ таҳияи моделҳои назариявӣ ва усулҳои таҳлили ташаккул ва динамикаи соҳторҳои когерентӣ дар системаҳои диссипативии ғайрихаттӣ бо спини  $S\geq1/2$  мебошад, инчунин муайян кардани механизмҳои калидие, ки рафтор ва хосиятҳои онҳоро дар шароити ҳамтаъсири ғайрихаттӣ, диссипатсия ва воридшавии энергия муайян месозанд. Барои расидан ба ин ҳадаф, омӯзиши механизмҳои ташаккули соҳторҳои когерентӣ дар системаҳои дорои спини  $S\geq1/2$  таҳти таъсири майдонҳои беруна дар назар аст. Пешбинӣ мегардад, ки моделҳои назариявие таҳия шаванд [70], ки динамикаи соҳторҳои когерентиро бо дарназардошти равандҳои диссипативӣ тавсиф намоянд ва имкони таҳлили таъсири ҳамтаъсирии бисёрспинӣ ва таъсироти ғайрихаттии марбут ба он ба устувории чунин ҳолатҳоро фароҳам созанд. Таваҷҷуҳи маҳсус ба омӯзиши таъсири муҳити беруна ба ташаккули соҳторҳои когерентӣ равона мегардад, ки равандҳои диссипатсия ва воридшавӣ тавассути майдонҳои берунаро низ дар бар мегирад. Дар доираи таҳқиқот усулҳои аддии моделсозӣ таҳия ҳоҳанд шуд, ки имкони таҳлили динамикаи моделҳои системаҳои бо спини баландро дар шароити диссипатсия, воридшавӣ ва суръати ғайрисифрии ҳаракат фароҳам меоранд. Ҳамчунин таҳияи алгоритмҳо ва воситаҳои барномавии мувоғиқ ба нақша гирифта шудааст, ки моделсозии муассири чунин системаҳоро таъмин менамоянд. Пешбинӣ мешавад, ки барои татбиқи онҳо дар соҳаҳои информатикаи квантӣ, спинtronника ва таҳияи дастгоҳҳои дақиқи квантӣ тавсияҳо низ пешниҳод гарданд.

**Вазифаҳои таҳқиқот.** Бо мақсади расидан ба ҳадафи таҳқиқот дар доираи ин кори диссертационӣ вазифаҳои зерин муқаррар карда мешаванд:

- гузаронидани таҳлили равандҳои мавҷуда ба амсиласозии математикӣ барои тавсифи соҳторҳои когерентӣ дар системаҳои диссипативии ғайрихаттӣ;
- омӯзиши таҳқиқоти назариявӣ ва таҷрибавии мусир, ки ба динамикаи системаҳои дорои  $S \geq 1/2$  бахшида шудаанд, бо ҳадафи муайян намудани мушкилоти мавҷуда дар тавсифи равандҳои худташаккулёбӣ ва ташаккули соҳторҳои когерентӣ дар муҳитҳои ғайрихаттӣ;
- таҳияи намудани моделҳои математикӣ, ки механизмҳои ташаккули соҳторҳои когерентиро дар системаҳои баландспинӣ бо назардошти равандҳои диссипативӣ ва таъсири майдонҳои берунӣ тавсиф мекунанд, ва инчунин дар асоси он таҳияи намудани ҳисоби ададӣ барои таҳлили минбаъдаи ин моделҳо;
- омӯзиши динамикаи соҳторҳои когерентӣ, аз ҷумла таҳияи алгоритмҳо барои арзёбии устувории онҳо дар шароити арзишҳои гуногуни параметрҳои беруна, инчунин гузаронидани моделсозии аддии эволютсияи замонӣ ва фазоии ин соҳторҳо дар системаҳои спинӣ бо  $S=1/2$ .
- таҳқиқи таъсири равандҳои диссипативӣ дар моделҳои системаҳо бо  $S > 1/2$ , инчунин омӯзиши ташаккул ва динамикаи соҳторҳои когерентии устувор;
- гузаронидани таҳлили ҳалли бисёрсолитонӣ, муайян намудани механизмҳои таъсири онҳо ба ташаккули системаҳои фазоӣ – вақтӣ ва ҷудо намудани параметрҳои муҳим, ки устувории соҳторҳои когерентиро таъмин мекунанд;
- арзёбии аҳамияти амалии натиҷаҳои ба дастомада, муайян намудани соҳаҳои умебаҳши татбиқи соҳторҳои когерентӣ дар ҳисоббарориҳои квантӣ ва спінтроника, инчунин таҳияи тавсияҳо барои истифодаи онҳо дар идоракунии системаҳои спинӣ бо истифода аз моделҳои математикӣ ва мұчтамаъи барномаҳо;

**Объекти таҳқиқот.** Объекти таҳқиқот ин соҳторҳои когерентии устувор дар системаҳои диссипативии ғайрихаттӣ, инчунин системаҳои квантии бо спінҳои баланд мебошад.

**Предмети таҳқиқот.** Предмети таҳқиқоти диссертатсияи мазкур равандҳои ташаккул, эволютсия ва ҳамтаъсирии сохторҳои когерентӣ, аз ҷумла солитонҳои диссипативӣ, дар системаҳои ферромагнитии ғайрихаттии диссипативӣ бо спинҳои баланд  $S \geq 1/2$  мебошад.

**Навгонии илмии таҳқиқот.** Ҳамаи натиҷаҳои асосии ин диссертатсия нав мебошанд, дорои аҳамияти назариявӣ ва амалӣ буда, дар мавридҳои зерин зоҳир мегарданд:

- Моделҳои математикӣ ва алгоритмҳо таҳия шудаанд, ки барои тавсифи динамикаи сохторҳои когерентӣ дар системаҳои диссипативии ғайрихаттӣ бо спинҳои баланд, аз ҷумла ҳалли бисёрголитонии навъҳои скалярӣ ва вектории муодилаи ғайрихаттии Шрёдингер (МФШ), истифода мешаванд;
- Рушди методҳои ададӣ барои ҳалли муодилаҳои эволюционии ғайрихаттӣ бо назардошти диссипатсия ва таъсири беруна, ки барои амсиласозии дақиқи рафтори ангезаҳои маҳдудшуда истифода мешаванд;
- муайян намудани таъсири майдонҳои тағйирёбанди даврӣ ба устуворӣ ва динамикаи ҳалҳои солитонӣ дар системаҳои ғайрихаттии диссипативӣ;
- ташаккули заманаи назариявӣ барои тавсифи системаҳои диссипативии ғайрихаттӣ бо спини баланд, ки имкониятҳои навро барои омӯзиши ҳамтаъсирии сохторҳои когерентӣ ва солитонҳо фароҳам меорад.

### **Аҳамияти назариявӣ ва илмӣ-амалии таҳқиқот.**

Аҳамияти назариявӣ ва илмӣ-амалии ин таҳқиқот дар масъалаҳои зерин ифода меёбад:

#### **1. Аҳамияти назариявӣ:**

- равишҳои нави таҳқиқи ҳалҳои бисёрголитонии навъҳои скалярӣ ва вектории МФШ, ки барои системаҳои дорои спини баланд мувофиқанд, бо дарназардошти диссипатсия ва воридшавии майдонҳои магнитии беруна таҳия ва асоснок карда шудаанд;
- тадқиқоти анҷомдода имкон доданд, ки фаҳмиши таъсири потенсиалҳо, механизмҳои воридшавӣ ва диссипатсия, инчунин суръати ғайрисифрии ҳаракати солитонҳо ба равандҳои ташаккул, устуворӣ ва динамикаи ҳалҳои маҳдудшуда дар

системаҳои ферромагнитии диссипативии ғайрихаттӣ ба таври назаррас амиқ гардад, ки дар натиҷа қонуниятҳои асосии эволютсияи онҳо ва шартҳои мавҷудияти устувори чунин соҳторҳо муайян карда шуданд;

- омӯзиши механизмҳои бифуркатсионӣ, аз қабили дукарата шудани давр, гузариш ба ҳолати хаотикӣ ва пайдоиши солитонҳои хаотикӣ, бо дарназардошти ҳамтаъсирие, ки барои системаҳои баландспин хос аст;

- асосноккунии механизмҳои ҳамтаъсири таъсироти ғайрихаттӣ, равандҳои диссипативӣ ва воридшавии энергия, ки ба ташаккули соҳторҳои мураккаб, аз ҷумла солитонҳои набздор ва диссипативии давраи ниҳоӣ, меорад.

## **2. Аҳамияти илмӣ-амалӣ:**

- натиҷаҳои бадастомада метавонанд барои тавсифи равандҳои воқеии физикӣ дар системаҳои ферромагнитии диссипативии ғайрихаттӣ бо спини баланд, аз ҷумла рафтори онҳо таҳти таъсири майдонҳои беруна, истифода шаванд;

- омӯзиши таъсири суръати ғайрисифрии солитонҳо ба динамикаи онҳо имкониятҳои навро барои идоракуни мавҷҳои ғайрихаттӣ ва ташаккули соҳторҳои маҳдуди устувор дар системаҳои баландспин фароҳам месозад;

- усулҳои аддии моделсозии таҳиягардида, ки таъсироти диссипатсия, воридшавӣ, майдонҳои беруна ва суръати солитонҳоро ба назар мегиранд, имкони пешгӯии рафтори онҳо ва беҳтарсозии речаҳои кори чунин системаҳоро фароҳам месозанд;

- натиҷаҳои таҳқиқот метавонанд дар ҳалли масъалаҳои информатикаи қвантӣ, спинtronика ва маводшиносӣ татбиқ шаванд, ки дар онҳо идоракуни устуворӣ ва динамикаи солитонҳо нақши калидӣ мебозад;

- қонуниятҳо ва механизмҳои ҳамтаъсири соҳторҳои когерентие, ки дар ҷараёни таҳқиқот муайян гардидаанд, метавонанд барои беҳтарсозии равандҳо дар системаҳои мураккаби ғайрихаттӣ, ки ниёз ба тавозуни байни диссипатсия ва воридшавии энергия доранд, истифода шаванд;

## **Нуктаҳои ба ҳимоя пешниҳодшаванда:**

- бо истифода аз назарияи схемаҳои фарқӣ алгоритм ва маҷмӯаи барномаҳои компьютерӣ барои моделсозии аддӣ таҳия шудаанд, ки барои соҳт ва таҳлили

ҳалҳои нави бисёрсолитонии навъҳои скалярӣ ва ду компонентаи вектории MFШ бо дарназардошти равандҳои диссипатсия, таъсири майдонҳои магнитии беруна ва суръати ғайрисифрии ҳаракат пешбинӣ шудаанд.

- натиҷаҳои бадастомадаи таҳқиқоти ададӣ нишон медиҳанд, ки дар MFШ бо шартҳои марзии коҳишёбанда, хомӯшшавӣ ва воридшавии беруна ташаккули солитонҳои диссипативии устувор дар шароити суръати ғайрисифрии ҳаракат имконпазир аст, ки ин ба пайдоиши соҳторҳои шабеҳи солитон бо рафтори набздор ва дукарата шудани давр мусоидат мекунад;

- натиҷаҳои таҷрибаҳои ададӣ доир ба имконияти ташаккули солитонҳои диссипативии дарозумр, ки тавассути MFШ бо потенсиали ҷозибавӣ дар ҳузури воридшавӣ ва хомӯшшавӣ тавсиф мешаванд, далели ташаккули соҳторҳои когерентӣ ва пайдоиши аттрақдори классикӣ дар фазои ҳолати система мебошанд;

- Аввалин маротиба ҳалҳои аддии MFШ бо потенсиали ҷозибавӣ ва шартҳои марзии конденсатӣ дар ҳузури диссипатсия ва воридшавӣ ба даст оварда шуданд, ки мавҷудияти бризерҳои диссипативии дарозумри давраи ниҳоиро нишон медиҳанд ва бо суръати ғайрисифрии маркази массаи ҷузъҳои худ ҳаракат мекунанд;

- намоиши имконияти интиқоли сигнал дар системаҳои сатҳи сеом дар шакли бризерҳо – соҳторҳои маҳсуси солитонӣ, ки ангезаҳои пайваст бо динамикаи дохилии хосро ифода мекунанд;

- Равандҳои мубодилаи иттилоот байни битҳои қвантӣ (кютритҳо) бо истифода аз муодилаи вектории ғайрихаттии Шрёдингер (MBFШ) моделсозӣ гардидаанд, ки барои таҳияи ҳисоббарориҳои қвантӣ аҳамияти муҳим доранд.

**Дараҷаи эътиимоднокии натиҷаҳо.** Эътиимоднокии натиҷаҳои таҳқиқоти диссертационӣ тавассути схемаҳои фарқии таҳияшуда, мувофиқати натиҷаҳои ҳисоббарории масъалаҳои санчишӣ бо натиҷаҳои муаллифони дигар, устувории моделҳои ададӣ, инчунин нигоҳдории дақиқии интегралҳои ҳаракат, ки интеграли импулс, шумораи зарраҳо ва энергияро дар бар мегиранд, таъмин карда мешавад. Дар таҷрибаҳои ҳисоббарории санчишӣ ин интегралҳо бо дақиқии баланд нигоҳ дошта шуданд:  $\frac{\Delta P}{P} \sim 10^{-5} - 10^{-6}$ ,  $\frac{\Delta Q}{Q} \sim 10^{-5} - 10^{-6}$ ,  $\frac{\Delta E}{E} \sim 10^{-6} - 10^{-7}$ , ки

эътимоднокии усулҳои пешниҳодшударо тасдиқ мекунад. Илова бар ин, мутобиқати натиҷаҳои бадастомада бо маълумоти адабиётӣ эътимоднокии таҳқиқотро боз ҳам тақвият медиҳад.

**Мутобиқати диссертатсия ба шиносномаи ихтисоси илмӣ.** Дар кори диссертационӣ масъалаҳои марбут ба таҳияи алгоритмҳои нав, моделсозии ададӣ ва такмили усулҳои таҳминии таҳқиқи моделҳои математикӣ барои равандҳо ва падидаҳое баррасӣ мешаванд, ки тавассути муодилаҳои эволюционии ғайрихаттӣ дар системаҳои диссипативии ферромагнитии дорои спини баланд тавсиф меёбанд. Таҳқиқот фарогири истифодаи технологияҳои муосири ҳисоббарорӣ барои таҳлили динамикаи соҳторҳои когерентӣ буда, инчунин рушди усулҳои аддии ҳалро дар бар мегирад, ки барои тавсифи ҳалҳои бисёрсолитонӣ ва ҳамтаъсири мавҷҳо ва бастаҳои мавҷӣ равона шудаанд. Мавзӯъ ва натиҷаҳои ин таҳқиқот ба шиносномаи ихтисоси илмии 05.13.18 – «Моделсозии математикӣ, усулҳои ададӣ ва маҷмӯаҳои барномавӣ» (қисми III, бандҳои 1–6, 9, 10) пурра мутобиқат доранд.

**Саҳми шахсии довталаби дарёфти дараҷаи илмӣ.** Масъалаҳои таҳқиқот дар якҷоягӣ бо мушовирони илмии кор, ки қўмаки машваратӣ расонидааст, таҳия карда шуданд. Натиҷаҳои таҳқиқоти диссертационӣ, ки дар баҳшҳои «Навгонии илмӣ» ва «Нуктаҳои ба ҳимоя пешниҳодшаванда» инъикос ёфтаанд, аз ҷониби муаллиф шахсан ба даст оварда шудаанд.

**Музокира ва арзёбии натиҷаҳои диссертатсия.** Натиҷаҳои диссертатсия мавриди баррасӣ қарор гирифта, дар семинарҳои илмии кафедраи технологияҳои иттилоотию коммуникатсионӣ ва барномасозии факултети технологияҳои инноватсионӣ ва баҳисобигирии бухгалтерии ДДҲБСТ баҳои мусбӣ гирифтаанд. Инчунин, натиҷаҳои таҳқиқот дар конференсҳои байналмилалӣ ва ҷумҳурияйӣ зерин муаррифӣ ва баррасӣ шудаанд: Конференсияи умумирузии «Масъалаҳои динамика, физикаи зарраҳо, физикаи плазма ва оптоэлектроника»: маҷмӯаи тезисҳои маърӯзаҳо, Москва, РУДН, 2016–2023; Конференсияи VI байналмилалии «Масъалаҳои муосири физика», баҳшида ба 110-солагии академики Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон С.У. Умаров ва 90-солагии академики Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон А.А. Адҳамов, Душанбе, «Эр-граф», 2018;

Конференсияи илмӣ-амалии ҷумҳурияйӣ дар мавзӯи «Роҳҳои муосири ҳифзи иттилоот дар раванди рушди технологияҳои иттилоотӣ ва коммуникатсионӣ», бахшида ба солҳои 2020-2040 – «Бистсолагии омӯзиш ва рушди илмҳои табиӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илм ва маорифи Ҷумҳурии Тоҷикистон», Душанбе, 24-25 апрели 2020. Конференсияи VII байналмилаӣ «Масъалаҳои муосири физика», Душанбе: нашриёти «Дониш», 2020; Конференсияи IV байналмилалии илмӣ-амалӣ “Scientific community: interdisciplinary research”, Busse Verlag GmbH (Гамбург, Олмон), 18-19 майи 2021; Конференсияи байналмилалии илмӣ-амалӣ “Математика дар ҷаҳони муосир”, ТГУПБП, ш. Хуҷанд, 19-20 апрели 2024;

Баъзе натиҷаҳои ин диссертатсия ҳангоми таҳия ва хондани курсҳои маҳсус, инчунин дар раванди ичрои корҳои дипломӣ ва таҳқиқотии донишҷӯён ва магистрантон истифода шудаанд.

**Нашрҳо оид ба мавзӯи диссертатсия.** Натиҷаҳои асосии кори диссертатсионӣ дар 44 нашрия инъикос ёфтаанд, ки рӯйхати онҳо дар анҷоми диссертатсия оварда шудааст. Аз ҷумла: 2 монография, 16 мақола, ки дар маҷаллаҳои илмии тақризшаванда ва нашрияҳое, ки аз ҷониби КОА назди Президенти Ҷумҳурии Тоҷикистон ва КОА Вазорати маориф ва илми Федератсияи Русия тавсияшуда ба табъ расидаанд. Илова бар ин, 7 шаҳодатномаи бақайдгирии давлатии воситаҳои барномавӣ ба қайд гирифта шудааст.

**Соҳтор ва ҳаҷми диссертатсия.** Диссертатсия аз феҳристи ихтизорот ва нишондодҳо, муқаддима, тавсифи умумии таҳқиқот, панҷ боб, хулосаҳо, тавсияҳо доир ба истифодаи амалии натиҷаҳо, рӯйхати адабиёти истифодашуда иборат аз 300 номгӯ, рӯйхати нашрияҳои муаллиф оид ба мавзӯи диссертатсия иборат аз 44 номгӯ, ду замима ва 286 саҳифаи матни чопии компьютерӣ иборат мебошад. Бобҳо ба параграфҳо ва зербобҳо тақсим шудаанд. Барои осонии истифода дар диссертатсия шумораи пайвастаи бахшҳо, тасвирҳо, ҷадвалҳо ва формулаҳо татбик шудааст. Онҳо шуморабандии сегона доранд, ки дар он рақами аввал ба рақами боб, рақами дуюм ба рақами параграф, ва рақами сеюм ба рақами тартибии бахшҳо, тасвирҳо, ҷадвалҳо ва формулаҳо дар он параграф мувоғиқ аст.

## ҚИСМҲОИ АСОСИИ ТАҲҚИҚОТ

Дар ин кори диссертационӣ натиҷаҳои асосии таҳқиқот оид ба ҳалҳои бисёрголитонии навъҳои скалярӣ ва вектории МҒШ, ки аз ҷониби муаллиф дар даҳсолаи охир анҷом дода шудаанд, баён гардидаанд. Дар интихоб ва таҳлили маводи таҳқиқотӣ нақши муҳимро моделсозии ададӣ ва озмоиши компьютерӣ ишғол менамояд. Натиҷаҳои асосии ин таҳқиқот ҷанбаҳоеро аз корҳои Маханъков В. Г., Абдуллоев X. О., Муминов X. Х., Раҳимӣ Ф. К., Маҳмудов А. Т. ва Шокир Ф. Ш. такмил ва тавсса медиҳанд, ки дар онҳо масъалаи рафтори ангезишҳои маҳдудшуда, ки тавассути муодилаи ғайрихатти Шрёдингер тавсиф мешаванд, дар шароити ҳузури диссипатсия, воридшавии майдонҳои электромагнитии беруна ва ҳаракат бо суръати муайян, аҳамияти хос пайдо мекунад.

**Натиҷаҳои таҳқиқот.** Дар поён шарҳи муҳтасари натиҷаҳои бобҳои кори диссертационӣ оварда мешавад.

**Боби якуми диссертатсия** ба тавсифи квазиклассикии системаҳои спинӣ бо  $S \geq 1/2$  баҳшида шудааст, ки бар асоси ҳолатҳои когерентии умумӣ ва симметрияҳои SU(2) ва SU(3) таҳия шудааст. Дар он принципҳои гузариш аз тавсифи квантӣ ба тавсифи классикӣ, аз ҷумла усули миёнагирии гамилтонианҳо ва баровардани муодилаҳои ҳаракат баррасӣ мегарданд. Таваҷҷуҳи маҳсус ба таъсири анизотропия, ҳамтаъсирии табодули энергӣ ва таъсироти ғайрихаттӣ равона шудааст. Нишон дода мешавад, ки равиши квазиклассикӣ имкон медиҳад ангезишҳои солитонӣ ва мултиполӣ тавсиф шаванд. Ин боб заманаи назариявӣ барои омӯзиши минбаъдаи динамикаи ғайрихаттии системаҳои спинӣ ва татбиқи онҳо дар физикаи назариявӣ ва математикӣ мебошад.

**Боби якуми диссертатсия** ба тавсифи квазиклассикии системаҳои спинӣ бо  $S \geq 1/2$  баҳшида шудааст, ки бар асоси ҳолатҳои когерентии умумӣ ва симметрияҳои SU(2) ва SU(3) таҳия шудааст. Дар он принципҳои гузариш аз тавсифи квантӣ ба тавсифи классикӣ, аз ҷумла усули миёнаи гамилтонианҳо ва баровардани муодилаҳои ҳаракат баррасӣ мегарданд. Таваҷҷуҳи маҳсус ба таъсири анизотропия, ҳамтаъсирии табодули энергия ва таъсироти ғайрихаттӣ равона шудааст. Нишон дода мешавад, ки равиши квазиклассикӣ имкон медиҳад ангезишҳои солитонӣ ва мултиполӣ тавсиф шаванд. Ин боб заманаи назариявӣ барои омӯзиши минбаъдаи

динамикаи ғайрихаттии системаҳои спинӣ ва татбиқи онҳо дар физикаи назарияйӣ ва математикӣ мебошад.

**Дар параграфи аввал** принципҳои асосии гузариш аз тавсифи квантий-механикӣ ба тавсифи классикӣ баррасӣ мешаванд, аз ҷумла миёнагирии гамилтонианҳои спинӣ ва баровардани муодилаҳои ҳаракат [37, 75, 79]. Таваҷҷуҳи маҳсус ба таъсири анизотропия, ҳамтаъсирии табодулии спинҳо ва таъсири таъсири анизотропия, ҳамтаъсирии табодулии спинҳо ва таъсири таъсири анизотропия, ҳамтаъсирии табодулии спинҳо шудааст [14]. Нишон дода шудааст, ки усулҳои квазиклассикӣ барои тавсифи ангезишҳои солитонӣ ва мультиполӣ, ки дар системаҳои дорои спини  $S \geq 1/2$  ба вучуд меоянд, имконият фароҳам меоранд.

**Дар параграфи дуюм** таърифи амалӣ системаҳои интегронидашаванда пешниҳод мешавад. Системаҳои интегронидашаванда он гуна системаҳо фаҳмида мешаванд, ки имкони пешниҳод дар шакли Лаксро доранд, дорои шумораи ҳисобшавандаи интегралҳои ҳаракат мебошанд ва бо истифода аз усулҳои масъалаи баръакси пароканда, масъалаи Риман, масъалаи  $-\partial^-$  ва интегралгирию таҳлили системавии навъҳои ниҳоии спектрӣ омӯхта мешаванд [4, 12, 24, 31, 43, 120, 133], ки чунин хосият онҳоро ба системаи  $S$  - интегралшаванда нисбат медиҳад. Илова бар ин, системаҳои  $C$  - интегралшаванда низ баррасӣ мешаванд, ки бо истифода аз ивазқуни тағийирёбандада ё шакли пешниҳодии ҳал ҳалли худро мейёбанд. Ин таъриф доираи васеи моделҳоро фаро мегирад, ки ҳам ҳолатҳои классикӣ ва ҳам ҳолатҳои квантiro дар бар мегирад [86, 130].

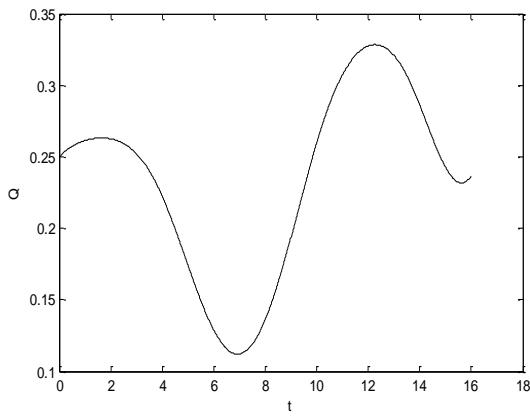
**Параграфи сеюм** ба солитонҳо ва робитаи онҳо бо MFШ бахшида шудааст, ки дар тавсифи соҳторҳои мавҷии устувор дар системаҳои гуногуни физикий нақши калидӣ мебозанд [9, 12, 23, 28, 81]. Дар он заманаи таърихии пайдоиши ҳалҳои солитонӣ, аз корҳои Забуски ва Крускал оғоз шуда, то тавсеаи онҳо ба муҳитҳои магнитӣ дар таҳқиқоти Ландау, Лифшитс, Фадеев ва Тахтаджян [49, 50, 74, 91] баррасӣ мегардад. Таваҷҷуҳи маҳсус ба корҳои Захаров, Шабат, Абловитс ва Сегур равона шудааст, ки дар онҳо усулҳои таҳлилии ҳалли MFШ, аз ҷумла масъалаи баръакси пароканда ва ҳалҳои дақиқи солитонии навъи  $\text{sech}^2$  пешниҳод гардидаанд [5, 133, 134]. Интерпретатсияи физикии ҳалли MFШ ҳамчун бастаҳои мавҷии

басомади баланд, ки амплитудаи онҳо каме модулирондашуда аст, муҳокима мешавад. Ҳамчунин тартиби баровардани муодилаҳои навъи МFШ бар асоси таҳлили бисёрмасштабӣ ва таҳлили паҳнкунии муносибатҳои дисперсионӣ пешниҳод мегардад [22, 26, 123, 124]. Ҳамзамон дар параграфи мазкур масъалагузориҳои замонӣ (аввалий) ва ҳам фазой (марзӣ) баррасӣ мешаванд, ки ба шаклҳои гуногуни МFШ дар шакли умумӣ меанҷоманд [муодилаҳои (1.3.3а, б)]. Ҳамчунин, баровардани муфассали муодилаи МFШ дар навъҳои скалярӣ [муодила (1.3.4)] ва векторӣ [муодила (1.3.5)] пешниҳод мегардад. Дар идома, тавсеаҳои МFШ таҳлил мешаванд, ки ҳамтаъсири модҳои басомади баланд ва пастро тавсиф мекунанд ва ба системаҳои навъи Яджима–Ойкава ва Маханъков мерасанд [30, 44, 57, 132]. Зикр мегардад, ки танҳо баъзе аз ин системаҳо интегралшаванда боқӣ мемонанд, масалан, системаи Яджима–Ойкава ҳангоми  $g=0$ . Мисолҳои татбиқи чунин системаҳо соҳаҳои физикаи плазма, магнонҳо, фононҳо, экситонҳо ва ғайраро дар бар мегиранд [21, 117]. Таваҷҷуҳи маҳсус ба тавсеаҳои вектории МFШ равона шудааст, ки дар онҳо майдон дар фазо бо симметрияи дохилӣ муайян карда мешавад ва ин симметрия тавассути тензори метрикӣ  $g_{ij}$  тавсиф мегардад [113]. Моделҳои мазкур газҳои бозонии квазиспинӣ ва мавҷҳои бисёркомпонентиро дар бар мегиранд, аз ҷумла қутбиши даврашакл дар плазма [122, 123]. Интегронидашаванда будани баъзе аз моделҳои MBFШ дар корҳои [55, 120, 121] нишон дода шудааст. Шарҳи умумӣ бо баррасии муодилаҳои ҳосилавии МFШ ҷамъбаст мегардад, ки дар онҳо ғайрихаттӣ тавассути ҳосилаҳои потенсиал ворид мешавад [муодила (1.3.6)]. Муодилаҳои мазкур барои тавсифи системаҳои бо андозаи (2+1), ба мисли муодилаи тағиyrёftai Кадомтсев–Петвиашвилий ва муодилаи Ишимори, аҳамияти маҳсус доранд [115].

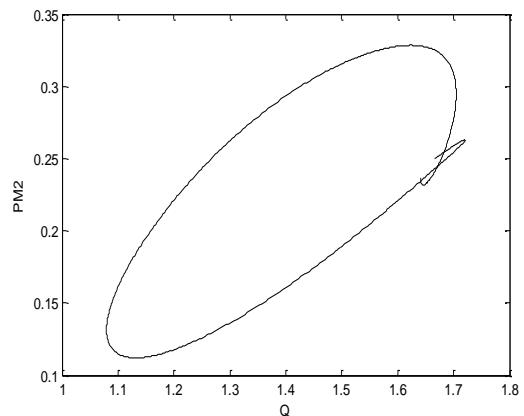
**Параграфи чорум** ба таҳлили устувории ҳалҳои шабехи солитонӣ бахшида шудааст, ки ҳолатҳои маҳдудшударо дар муодилаҳои эволюционии ғайрихаттӣ тавсиф мекунанд. Одатан ду навъи устуворӣ баррасӣ мегардад: нисбат ба ташвишҳои вобаста ба шартҳои ибтидой ва нисбат ба тағиyrоти худи динамикаи система (устувории соҳторӣ) [11]. Устувории навъи аввал бо истифода аз таҳлили спектралӣ дар ҷорҷӯби наздикунни хаттӣ ва усули Ляпунов омӯхта мешавад [95,

118], дар ҳоле ки устуории сохторй таҳлили амиқтар ва нозуктарро тақозо мекунад ва то имрӯз яке аз самтҳои фаъоли таҳқиқот боқӣ мондааст, хусусан барои системаҳои наздик ба системаҳои интегронидашаванда [36, 67]. Ҳалҳо он гоҳ сохторй устуор номида мешаванд, ки шакли худро дар тӯли фосилаи вақт, ки бо вақти хусусии система муқоисашаванда аст, нигоҳ медоранд. Бо вучуди ин, ташвишҳое, ки дорои характеристики ғайригамилтониянд, метавонанд боиси зуд аз байн рафтани маҳдудияти чунин ҳалҳо гарданд [73]. Дар омӯзиши чунин сенарияҳо, усулҳои ададие, ки ба ҳалли масъалаи Коши асос ёфтаанд, ҳамчун воситаи асосии таҳлил истифода мешаванд.

**Дар параграфи панҷуми** боби мазкур солитонҳои диссипативӣ - сохторҳои маҳдудшудае, ки дар системаҳои ғайримуҳофизаткор дар натиҷаи тавозун байни воридшавии энергия ва хомӯшшавии он вучуд доранд - мавриди баррасӣ қарор мегиранд. Ин гуна сохторҳо дар муҳитҳои гуногуни физикӣ зоҳир мешаванд [50, 52, 53, 55, 90, 125, 128] ва дар омӯзиши равандҳои худташкилдихӣ нақши муҳими назариявӣ ва амалӣ мебозанд. Онҳо инчунин ба ҳайси объекти асосии таҳқиқоти ин кори диссертационӣ баромад мекунанд. Раванди ташаккули солитонҳои диссипативӣ дар муодилаи комплексии Гинзбург–Ландау ва тавсеаҳои он таҳлил шудааст [107]. Навъҳои гуногуни солитонҳои диссипативӣ, аз ҷумла солитонҳои собит (стационарӣ), набздор ва хаотикӣ, инчунин масирҳои фазогии онҳо, ки динамика ва гузаришҳои бифуркатсиониро инъикос мекунанд, мавриди таҳқиқ қарор гирифтаанд. Ҳамзамон, эволютсияи солитонҳо дар шароити гузаришҳои гуногуни бифуркатсионӣ, ки боиси тағирии динамика ва пайдоиши солитонҳои хаотикӣ мегарданд, таҳлил шудааст [3-М].



**Расми 1. – Графики вобастагии интеграли шумораи зарраҳо аз вақт барои солитони набздор**



**Расми 2. - Масири фазогии солитон**

Таҷрибаҳои ададӣ бо истифода аз схемаи фарқӣ мавҷудияти солитонҳои набздори устувор ва ноустуворро тасдиқ мекунанд ва ҳамзамон гузариш ба ҳолатҳои хаотикӣ дар фазои ҳолатҳоро нишон медиҳанд. Эволютсияи система бо истифода аз графики вобастагии интеграли шумораи зарраҳо аз вақт ва масири фазогӣ таҳлил мегардад, ки динамикаи солитонҳоро бо як давраи низоӣ ва як пульсатсия дар маҷмӯи параметрҳои  $D = 1, \varepsilon = 0.1, \delta = -0.1, \beta = 0.08, \mu = 0.001, \nu = 0.001, S = 0.0009$  муайян инъикос мекунанд. Ҳамчунин дар ҳамин параграф мисолҳои таҳқиқотӣ оварда шудаанд [32, 126], ки ба ҳолатҳои хаотикии система, ки тавассути МФШ бо ташвишҳо тавсиф мешаванд, бахшида шудаанд. Дар ин корҳо усули парокандагии баръакс истифода мешавад, ки имкон медиҳад хосиятҳои статистикии солитонҳо муайян карда шаванд. Таҳлили ададии ҳаракати солитонҳо дар МФШ бо воридшавии параметрӣ ва дисипатсиянишон медиҳад, ки чунин ҳалҳо ноустувор мебошанд. Бо вучуди ин, усулҳои устуворсозии чунин ҳалҳо бо дарназардошти таъсироти иловагии ғайрихаттӣ ва диффузионӣ пешниҳод шудаанд. Зикр кардан ҷоиз аст, ки ин боб заминаи назариявӣ барои таҳқиқоти минбаъдаи динамикаи ғайрихаттии системаҳои спинӣ мегузорад [7], ки тавассути муодилаҳои умумисозишудаи Ландау–Лифшитс тавсиф мешаванд [49, 50, 119], ва имконияти татбиқи онҳоро ба масъалаҳои физикаи назариявӣ ва математикийнишон медиҳад [46, 47].

**Дар боби дуюм асосҳои моделсозии математикӣ ва усулҳои сохтани ҳалҳои бисёrsолитонии MFШ дар шаклҳои скалярӣ ва векторӣ бо навъҳои гуногуни потенсиалҳо пешниҳод шудаанд. Равишҳои назариявӣ, аз ҷумла усулҳои алгебравӣ-геометрӣ ва усули масъалаи баръакси пароканда, мавриди баррасӣ қарор мегиранд. Таваҷҷуҳи маҳсус ба ҳалҳое равона шудааст, ки бо шартҳои марзии коҳишёбанда ва конденсатӣ мувоғиқанд. Нишон дода шудааст, ки усулҳои пешниҳодшуда имкони таҳлили эволютсия, ҳамтаъсир ва устувории конфигуратсияҳои бисёrsолитониро дар системаҳои ғайрихаттӣ фароҳам месозанд.**

**Параграфи якуми боби мазкур** ба расмиятдарории масъалаи моделсозии сохторҳои когерентӣ дар муҳитҳои ғайрихатти диссипативӣ ва баррасии равишҳое бахшида шудааст, ки барои таҳлили чунин системаҳо татбиқшаванд мебошанд [10, 29, 41, 42, 54, 82]. Дар кори мазкур ҳамчун модели математикӣ навъҳои скалярӣ ва вектории MFШ истифода шудаанд [13, 72, 108]. Алгоритми ададӣ бо такя ба усули фарқҳои ниҳоӣ таҳия гардида, барои таҳлили динамикаи ҳалҳо ва устувории онҳо ба кор бурда мешавад [34, 35, 45, 48, 93, 94, 95]. Амалӣ гардонии барномавии ҳисобҳо дар муҳити Matlab ичро шудааст, ки он имкон медиҳад раванди эволютсияи ҳалҳои солитонӣ тасвир ва таҳлил гардад [6, 40, 97, 99, 100]. Истифодаи ин муҳит ҳамчунин визуализатсия ва арзёбии рафтори фазогии ҳалҳоро таъмин менамояд [55, 71, 80, 83, 84, 85].

**Дар параграфи дуюм** сохтори умумии усули алгебравӣ-геометрӣ, ки бар асоси интегралгирии давраи ниҳоӣ таҳия шудааст ва дар таҳқиқоти [14–17, 112] рушд ёфтааст, муаррифӣ мегардад. Ин равиш имкон медиҳад, ки ҳалҳои бисёrsолитонии MFШ ба даст оварда шаванд, аз ҷумла дар ҳолатҳое бо шартҳои марзии конденсатӣ, ки дар онҳо усулҳои стандартии таҳлили анализикий самаранокии кофӣ надоранд [41, 56, 60–65].

**Дар параграфи сеюм** MFШ бо шартҳои марзии коҳишёбанда мавриди таҳлил қарор гирифтааст, ки барои он бо такя ба сохтори матритсаи  $C_{ij}$  ва параметри спектрали худмутобиқ шартҳои мавҷудияти потенсиали ҳамвор ва воқеӣ бадаст оварда шудаанд. Се конфигуратсияи эҳтимолии ҷойгиршавии қутбҳо

баррасӣ шудааст, ва барои ҳар кадоми онҳо нишон дода мешавад, ки муодила дорои ҳалҳои дусолитонаи ҷозибавӣ мебошад, ки дар ҳарду ҳолат - ҳам классикӣ ва ҳам қвантӣ - ҳамчун системаҳои интегралшаванд шинохта мешаванд [26].

**Дар параграфи чорум** ҳалҳои дусолитонаи муодилаи ғайрихаттии Шрёдингер бо шартҳои марзии конденсатӣ баррасӣ мешаванд, ки бо истифода аз усули делинеаризатсия ба даст оварда шудаанд [77]. Нишон дода мешавад, ки вобаста ба ҷойгиршавии параметрҳои спектралӣ навъҳои гуногуни ҳалҳо ба вучуд меоянд, аз ҷумла бризерҳо, мавҷҳои даврии нопурра ва солитонҳои маҳдудшуда. Барои ҳалҳои бризерӣ энергияи пайваст ҳисоб карда шудааст, ки дараҷаи озодии дохилӣ ва ҳамтаъсири байни ҷузъҳои солитониро тавсиф мекунад.

**Дар параграфи панҷум** ҳалҳои дусолитонаи MBFШ бо потенсиали навъи омехта  $2\varepsilon(|\varphi_1|^2 - b^2) - \lambda|\varphi_2|^2$  баррасӣ мешаванд, ки чунин потенсиал ҳамтаъсири ҷузъҳоро дар системаҳои дорои соҳтори бисёрсатҳаи спинӣ модел мекунад [61, 77]. Ин равиш имконият медиҳад, ки динамикаи ангезишҳо дар муҳитҳои магнитӣ бо дарназардошли таъсироти мультиполӣ тавсиф карда шавад, ки дар заманаи масъалаҳои спинтроника ва интиқоли иттилооти қвантӣ муҳим арзёбӣ мегардад [92, 110, 111, 131]. Барои навъҳои гуногуни симметрии  $u(m,n)$  бо истифода аз усули делинеаризатсия ифодаҳои возех барои ҳалҳои дусолитонӣ бадаст оварда шудаанд, ки моделсозии равандҳои мубодилаи ҳолатҳоро байни қудитҳо ва қутритҳо дар асоси ҳолатҳои когерентии умумигардонидашуда имконпазир месозанд [1, 92].

**Дар параграфи шашум** ҳалҳои бисёрсолитонии MBFШ бо потенсиали худмутбики  $\bar{\varphi}_1\varphi_2 + \varphi_1\bar{\varphi}_2$  баррасӣ мешаванд, ки чунин шакли потенсиал дар як қатор моделҳои физикий зоҳир мегардад [8, 33, 78, 114]. Нишон дода мешавад, ки дар конфигуратсияҳои гуногуни параметрҳои спектралӣ имкон дорад ҳалҳои устувори маҳдудшуда бо шартҳои марзии коҳишёбанда соҳта шаванд. Ифодаҳои возехи ҳалҳои дусолитонӣ бо истифода аз усули делинеаризатсия ва матритсаҳои мувофиқшудаи  $E_{ij}$  ва  $C_{ij}$  бадаст оварда шудаанд [77].

**Дар боби сеюм** усулҳои ададӣ ва таҳлили тадқиқи MFШ бо шартҳои марзии коҳишёбанда тавсиф карда мешаванд. Динамика, устуворӣ ва раванди ташаккули солитонҳо, аз ҷумла бризерҳо бо соҳтори набздор, мавриди таҳлил қарор мегиранд.

Шартҳои устувории ҳолатҳои бисёрсолитонӣ ва механизмҳои худташкандии онҳо муайян карда шудаанд [65]. Натиҷаҳои асосии ин таҳқиқот дар корҳои [10-М, 11-М, 13-М, 18-М, 29-М, 32-М, 42-М] инъикос ёфтаанд.

**Параграфи якуми боби мазкур** ба методикаи ҳисобҳои ададӣ баҳшида шудааст, ки таҳия ва татбиқи алгоритмҳои омӯзиши динамика ва устувории ҳалҳои солитониро дар асоси МФШ дар шаклҳои скалярӣ ва векторӣ дар бар мегирад. Диққати маҳсус ба соҳтани алгоритми ягонаи корӣ дода шудааст, ки дар заминай он маҷмӯи маҳсуси воситаҳои барномавӣ дар муҳити Matlab таҳия мегардад [16–19, 40, 59]. Чунин равиш имкон медиҳад, ки рафтори солитонҳо таҳти таъсири омилҳои беруна ба таври муфассал таҳлил карда шавад. Гузариш аз модели назариявӣ ба татбиқи ададӣ бо дарназардошти воридшавии энергия аз берун, диссипатсия ва суръати солитонҳо анҷом мейбад, ки ин ҳангоми таҳлили динамикаи мураккаб (бризерҳо, солитонҳои диссипативӣ ва хаотикӣ) универсалӣ ва дақиқ будани усулро таъмин мекунад [20, 89]. Барои моделсозии ададӣ усули схемаҳои фарқии ниҳоӣ истифода мешавад, ки ҳосилаҳои муодиларо апроксиматсия намуда, устувории ҳисобҳоро таъмин мекунад. Модели муодилаи скалярии ғайрихаттии Шрёдингер (МСФШ)-и намуди зерин баррасӣ мешавад:

$$i \varphi_t - \varphi_{xx} - \lambda |\varphi|^2 \varphi = 0. \quad (1)$$

бо ҳалли

$$\varphi = \gamma_1 \psi_1 + \gamma_2 \psi_2, \quad (2)$$

кадоме

$$\begin{aligned} \psi_1 &= (A_1 e^{iW_1(x,t)-P_1(x,t)} + A_2 \sinh(P_2(x,t) + h_1) e^{iW_1(x,t)}) / \\ &/ (A_3 \cosh(P_2(x,t) - P_1(x,t) + h_2) + A_4 \cosh(P_2(x,t) + P_1(x,t) + h_3) + \\ &+ A_5 \cos(W_2(x,t) - W_1(x,t) + h_4)) \\ \psi_2 &= (A_6 e^{iW_1(x,t)-P_1(x,t)} + A_7 \sinh(P_2(x,t) + h_5)) / \\ &/ (A_3 \cosh(P_2(x,t) - P_1(x,t) + h_2) + A_4 \cosh(P_2(x,t) + P_1(x,t) + h_3) + \\ &+ A_5 \cos(W_2(x,t) - W_1(x,t) + h_4)) \end{aligned}$$

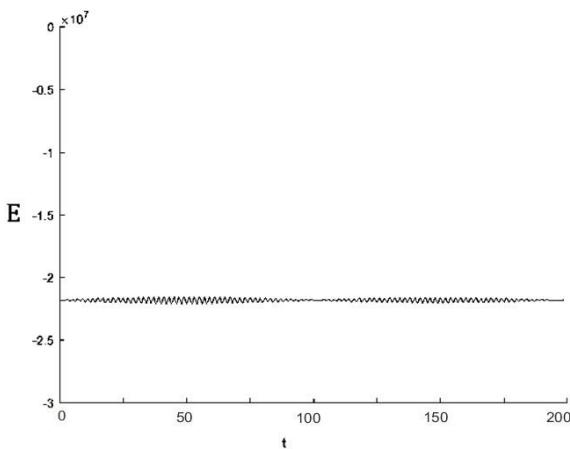
Апроксиматсия бо истифода аз схемаи фарқии сеқабатаи ошкор («leap-frog») ичро гардидааст, ки устувории ҳисобҳоро дар шарти  $\tau \leq \frac{h^2}{4}$  таъмин менамояд, ки дар ин

что  $\tau$  — қадами вақт ва  $h$  — қадами координат мебошад. Дар асоси алгоритми пешниҳодшуда, дар муҳити Matlab маҷмӯи барномаҳое сохта шудааст, ки имконияти моделсозӣ ва визуализатсияи эволютсияи сохторҳои маҳдудшудаи когерентиро дар шароити параметрҳо ва таъсироти беруни гуногун фароҳам меоваранд.

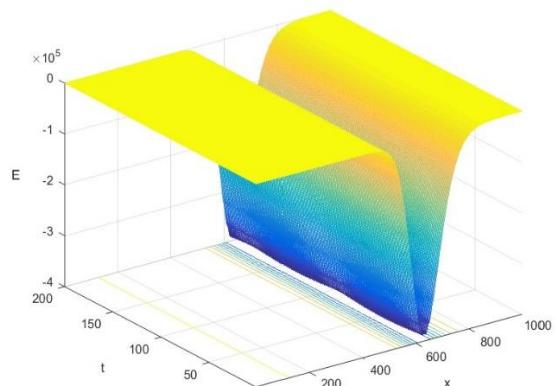
**Дар параграфи дуюми ин боб** устувории ҳалҳои бисёрголитонии МСГШ ва динамикаи онҳо ҳангоми тағирии параметрҳои беруна таҳқиқ мегарданд. Муодилаи МСГШ (1) бо шартҳои марзии коҳишёбанда дар ҳолати  $|x| \rightarrow \infty$ , ки дар шакли ҳалли (2) оварда шудаанд, баррасӣ мешавад. Барои таҳқиқоти минбаъда тавсифи ҳал дар шакли интеграли энергия истифода мегардад:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} (|\varphi_x|^2 + (\lambda|\varphi|^2)^2) dx \quad (3)$$

Бо мақсади таҳлили ададӣ, дар заминай назарияи схемаҳои фарқӣ маҷмӯи воситаҳои барномавӣ дар муҳити Matlab таҳия гардидааст. Бо истифода аз он моделсозии ҳалли бисёрголитонии муодилаи (1) дар параметрҳои зерин гузаронида шудааст:  $b = 0.86$ ,  $\alpha_1 = 0.037$ ,  $\alpha_2 = 1.32$ ,  $\beta_1 = 0.028$ ,  $\beta_2 = 0.019$ ,  $\gamma_1 = 1.64$ ,  $\gamma_2 = 1.64$ ,  $\lambda = 0.39$ ,  $k_1 = 0.79$  дар интервали  $[0, 1000]$  то вақти  $t = 200$ .



**Расми 3. - Графики интеграли энергияи солитон**

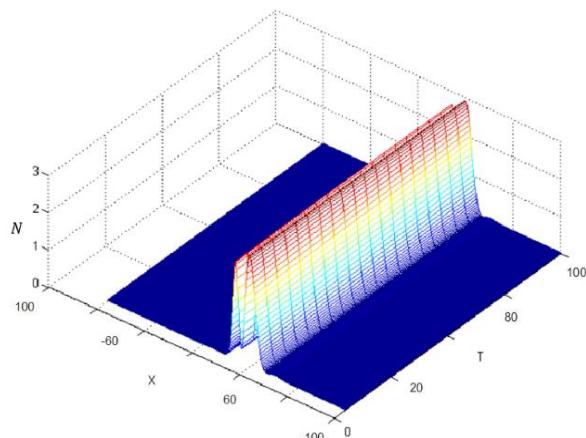


**Расми 4. - Графики эволюции зичии энергияи солитон**

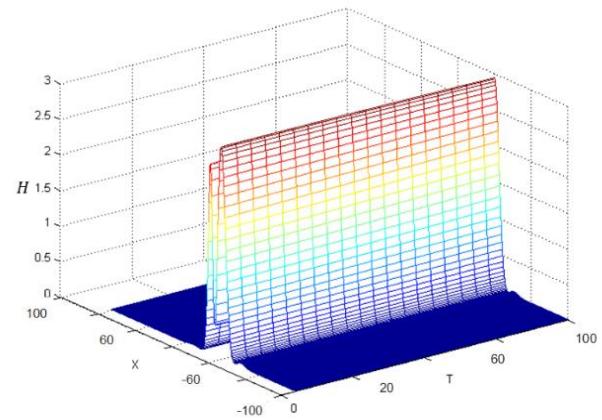
Таҳлил нишон дод, ки интеграли энергия  $E$  (расми 3) дар тӯли фосилаи замонии баррасиshawанда амалан бетағирир боқӣ мемонад, ки далели устувории сохтории ҳалли муодилаи (1) мебошад. Эволютсияи зичии энергия (расми 4) мавчи модулятсияшударо бо нигоҳдории шакл ва ҳолатҳои марзӣ нишон медиҳад, ки ин

устувории ҳалҳои солитониро ҳангоми ташвишҳои хурд тасдиқ мекунад [18-М, 42-М].

**Дар параграфи сеюми боби мазкур** натиҷаҳои моделсозии ададии ҳалли дусолитонии МСҒШ бо шартҳои марзии коҳишёбанда баррасӣ мешаванд. Дар марҳилаи аввал, яъне ҳангоми суръати сифрӣ, ҳалли солитонӣ сохтори статсионарии худро нигоҳ дошта, динамикаи бризериро нишон намедиҳад: ду қуллаи устувор ва беҳаракат ташаккул меёбанд (расмҳои 5, 6). Марҳилаи дуюми моделсозӣ аз ичрои моделсозии ададии ҳалли муодилаи (1) бо суръати гайрисифрии ҳаракати он иборат мебошад. Чунонки силсилаи таҷрибаҳои ададӣ нишон медиҳанд, дар ин ҳолат манзараи эволютсияи ҳалли бисёрсолитонӣ ба таври кулӣ фарқ мекунад.

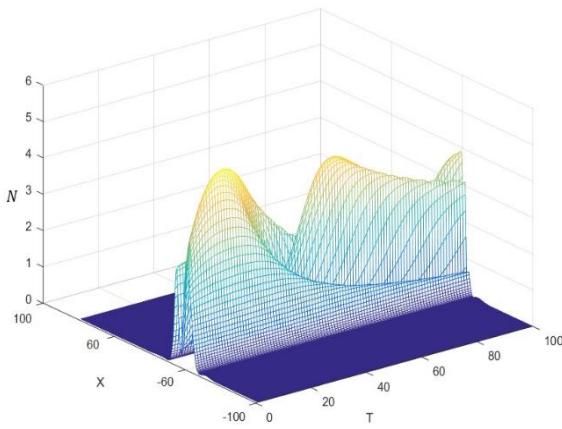


**Расми 5. - Графики эволютсияи зичии шумораи зарраҳои солитон**

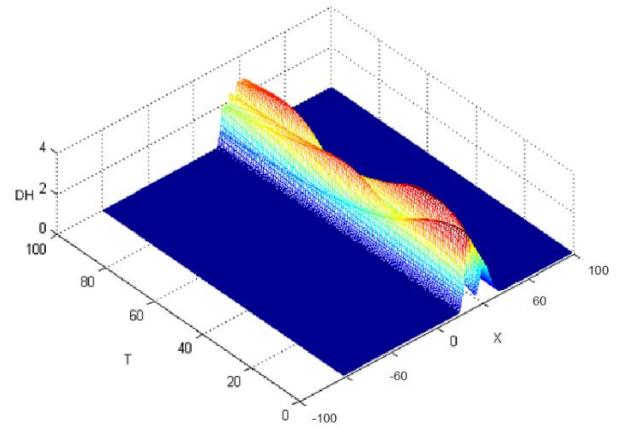


**Расми 6. - Графики эволютсияи зичии энергияи солитон**

Фосилаи тағирии суръати ҳаракати маркази массаи ҳалли бисёрсолитонӣ аз 0 то 0.5 бо қадами 0.01 интихоб шудааст. Ҳусусиятноктарин натиҷаҳои моделсозии ададӣ ҳангоми  $v=0.12$  ба назар мерасанд (расмҳои 7, 8), ки дар ин ҳолат модулятсияи хоси бризерӣ, ки бо дараҷаҳои дохилии озодӣ вобаста мебошад, ташаккул меёбад. Ин натиҷаҳо аҳамияти ба назар гирифтани суръати ҳаракатро ҳангоми таҳқиқи сохтори дохилии ҳалҳои бисёрсолитонӣ таъкид мекунанд [10-М, 11-М, 29-М, 42-М].



**Расми 7. - Графики эволюцияи зичии шумораи заррахон солитон ( $v=0.12$ )**



**Расми 8. - Графики эволюцияи зичии энергияи солитон ( $v=0.12$ )**

**Дар параграфи чоруми боби мазкур** моделсозии ададӣ ва таҳлили эволюцияи ҳалҳои МСФШ бо шартҳои марзии коҳишёбанда ҳангоми  $|x| \rightarrow \infty$ , ки тавассути муодилаи (1) тавсиф мегарданд, баррасӣ шудааст. Барои таҳқиқи динамикаи дарозмуддат параметрҳои дигари  $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \lambda, \gamma_1$  и  $\gamma_2$  истифода шудаанд. Ҳалли солитонӣ, ки бо усули интегралгирии давраи ниҳоӣ бадаст омадааст [77], дар шакли ифодаи (2) пешниҳод гардидааст. Ҳамчунин характеристикаҳои ҳал, ба монанди энергия (3), импулс (4) ва интеграли шумораи зарраҳо (5), мавриди истифода қарор дода шудаанд:

$$P = \frac{i}{2} \int_{-\infty}^{\infty} (\bar{\varphi}_x \varphi - \varphi_x \bar{\varphi}) dx, \quad (4)$$

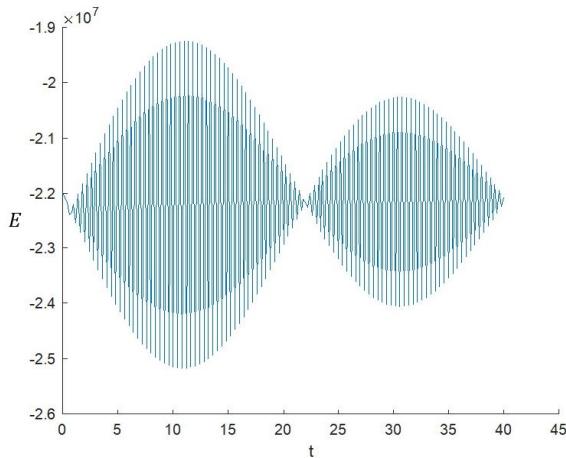
$$Q = \int_{-\infty}^{\infty} (|\varphi|^2) dx \quad (5)$$

Барои моделсозӣ схемаҳои фарқие истифода шудаанд, ки ба онҳо дар [11A, 29A] монанд мебошанд. Таҷрибаҳои ададӣ дар параметрҳои  $b = 1, \alpha_1 = 0.029, \alpha_2 = 1.1, \beta_1 = 0.019, \beta_2 = 0.01, \gamma_1 = \gamma_2 = 1.84, \lambda = 0.3, k_1 = 0.7$  дар ҳудуди  $x \in [-300, 100]$  то вақти  $t \in [0, 200]$  нишон доданд, ки ҳалли система устувор боқӣ мемонад. Ҳангоми суръати ғайрисифрӣ динамикаи бризерии дараҷаҳои озодии дохилӣ мушоҳида гардидааст [68, 92]. Дар таҷрибаҳои минбаъда ба муодилаи (1) аъзоҳое илова карда шуданд [32], ки равандҳои диссипатсия ва воридшавии энергия аз муҳити берунро тавсиф мекунанд:

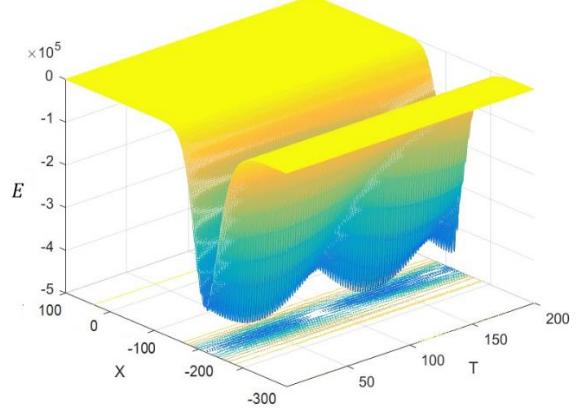
$$i \varphi_t - \varphi_{xx} - \lambda |\varphi|^2 \varphi = h \bar{\varphi} e^{2i\omega_0} - i\gamma \varphi, \quad (6)$$

кадоме,  $\gamma$ - коэффициент диссипации, Дар ин чо  $h$  ва  $\omega_0$  мутаносибан амплитуда ва басомади воридшавии энергия мебошанд, ва  $\omega_0$  бо басомади хоси ҳалли (2) мувофиқат мекунад. Истифодаи параметрҳои  $\gamma=0.2$  ва  $h=0.5$  имкони таҳлили таъсироти диссипативиро фароҳам овард. Интегралҳои  $P$ ,  $Q$  ва  $E$  бо саҳехии баланд нигоҳ дошта шуданд:  $\frac{\Delta P}{P} \sim 10^{-5} - 10^{-6}$ ,  $\frac{\Delta Q}{Q} \sim 10^{-5} - 10^{-6}$ ,  $\frac{\Delta E}{E} \sim 10^{-6} - 10^{-7}$ .

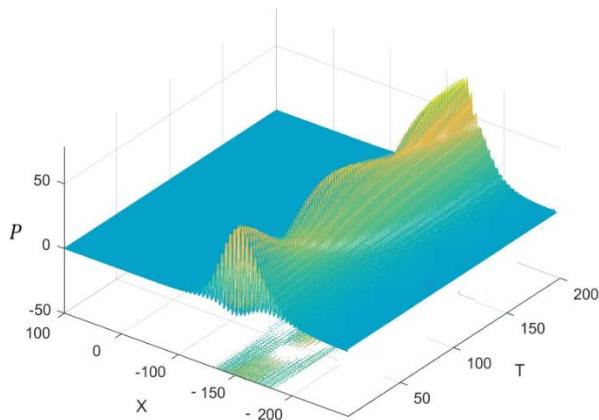
Ҳангоми суръати сифрӣ, ҳалли система динамикаи бризериро нишон медиҳад (расми 9), ва эволютсияи интегралҳои ҳаракат пульсатсияи сохтори маҳдудшударо тасдиқ мекунад (расмҳои 10–12).



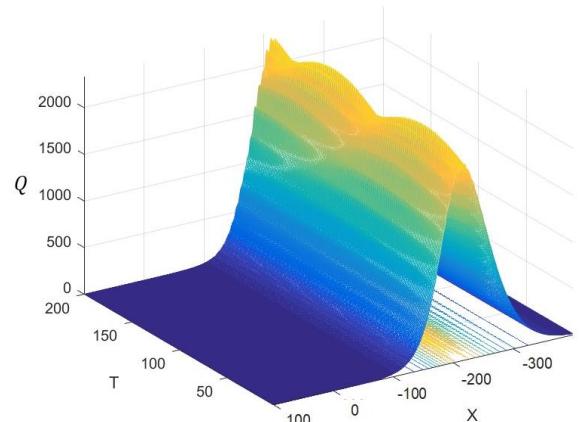
**Расми 9. – Графики интеграла энергиии солiton бо дарназардоши хомӯшшавӣ ва воридшавии энергия**



**Расми 10. – Графики эволютсияи зичии энергияи солiton бо дарназардоши хомӯшшавӣ ва воридшавии энергия**

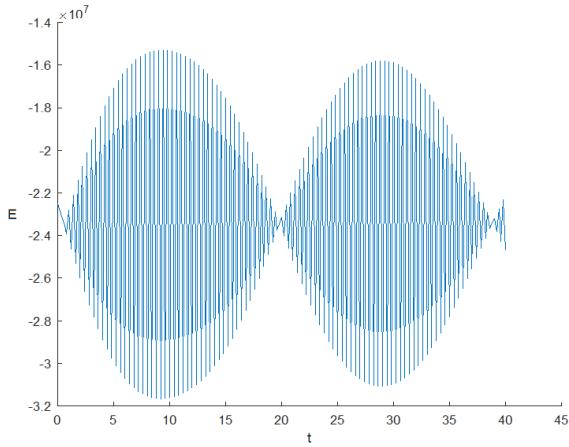


**Расми 11. – Графики эволютсияи зичии импульси солiton бо дарназардоши хомӯшшавӣ ва воридшавии энергия**

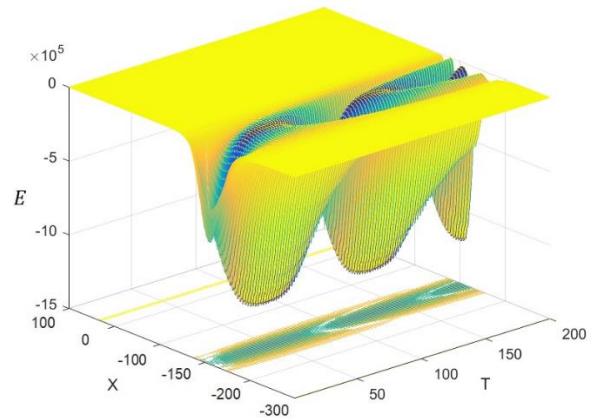


**Расми 12. – Графики эволютсияи зичии шумораи зарраҳои солiton бо дарназардоши хомӯшшавӣ ва воридшавии энергия**

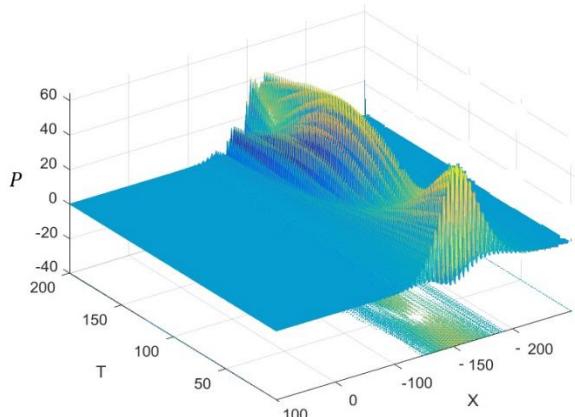
Моделсозӣ барои  $v=0.11$  нишон дод, ки ҳалҳои солитонӣ ба ҳалҳои набздор бо давраи дукарата табдил меёбанд, ки натиҷаи бифуркатсия дар фазои параметрҳо мебошад. Дар ин ҳолат ташаккули солитонҳои набздор мушоҳида мешавад ва бо идомаи моделсозӣ гузариш ба ҳолатҳои хаотикӣ ба амал меояд (расмҳои 13–16) [13-M, 32-M, 42-M].



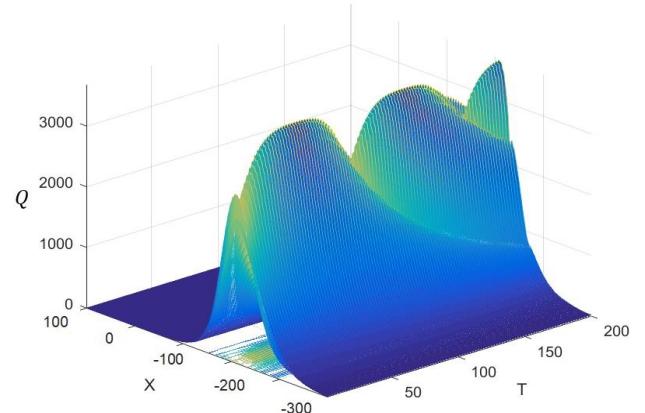
**Расми 13. – Графики интеграли энергияи солитон бо дарназардошти хомӯшшавӣ, воридшавии энергия ва суръати ҳаракат ( $v=0.11$ )**



**Расми 14. – Графики эволютсияи зичии энергияи солитон бо дарназардошти хомӯшшавӣ, воридшавии энергия ва суръати ҳаракат ( $v=0.11$ )**



**Расми 15. – Графики эволютсияи зичии импулси солитон бо дарназардошти хомӯшшавӣ, воридшавии энергия ва суръати ғайрисифри ҳаракат**



**Расми 16. – Графики эволютсияи зичии шумораи зарраҳои солитон бо дарназардошти хомӯшшавӣ, воридшавии энергия ва суръати ҳаракат**

**Дар боби чорум** ҳалҳои бисёрсолитонии МСГШ бо шартҳои марзии конденсатӣ [77], инчунин устувории онҳо ва гузариш ба реҷаҳои хаотикӣ баррасӣ мешаванд [26, 126, 127]. Диққати асосӣ ба моделсозии ададӣ ва таҳқиқи таъсири тағйироти хурд, ба монанди хомӯшшавӣ ва воридшавии энергия, ба эволютсияи ҳалҳо равона шудааст. Таҷрибаҳои ададӣ нишон медиҳанд, ки чунин тағйирот ба

динамикаи дарозмуддат таъсири ҷиддӣ мерасонанд, сохтори ҳалҳоро тағиир дода, ба ҳолати набз ва рафтори хаотикӣ мегузаранд. Минтақаҳои устуворӣ ва реҷаҳое, ки ба тағиiri параметрҳо ҳассос мебошанд, муайян карда шудаанд. Натиҷаҳои бадастомада дар мақолаҳои [2-М, 4-М, 5-М, 8-М, 9-М, 16-М, 19-М, 24-М, 25-М, 27-М, 28-М, 43-М, 44-М] баён ёфта, барои татбик дар соҳаҳои оптика, гидродинамика ва назарияи муҳитҳои конденсатӣ аҳамияти амалӣ доранд.

**Дар параграфи якуми боби мазкур ҳалҳои дусолитонаи МСҒШ бо потенсиали ҷозибавӣ дар шакли зерин баррасӣ мешаванд:**

$$i\varphi_t - \varphi_{xx} - 2(|\varphi|^2 - b^2)\varphi = 0. \quad (7)$$

ҳалҳои ин муодила бо истифода аз усули интегралгирии давраи ниҳоӣ бадаст оварда шудаанд [77] ва дар шакли ифодаи аналитикии (8) пешниҳод мегарданд, ки сохтори маҳдудшудаи дусолитониро дар заминаи конденсат тавсиф мекунад, ки

$$\varphi = b \left( 1 + \frac{C_3 \cos(qx+wt+w_{02}) + C_4 e^{\beta^+(x+v^+t)}}{C_1 \operatorname{ch}(\beta^+(x+v^+t)+h_1) + C_2 \cos(qx+wt+w_{01})} \right) e^{ik_1(x+k_1 t)}, \quad (8)$$

кадоме

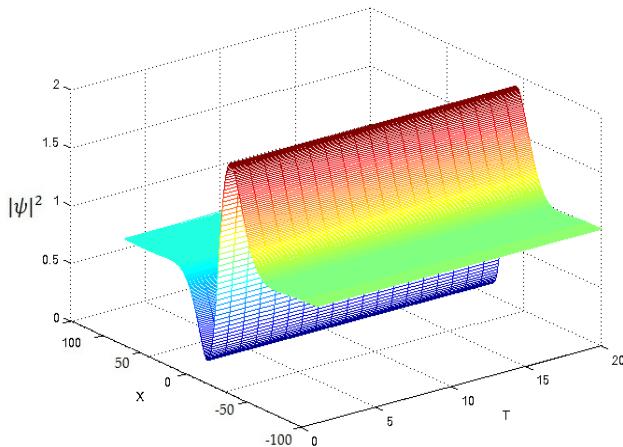
$$\begin{aligned} C_1 &= \left( \frac{|C_{12}|^2 |\kappa_{12}|^2}{|\bar{\kappa}_{12}|^2 \bar{\kappa}_{11} \bar{\kappa}_{22}} \right)^{\frac{1}{2}}, & e^{h_1} &= \left( \frac{|\kappa_{12}|^2}{|C_{12}|^2 |\kappa_{12}|^2 \bar{\kappa}_{11} \bar{\kappa}_{22}} \right)^{\frac{1}{2}}, \\ C_2 &= - \left( \frac{C_{11} C_{22}}{\bar{\kappa}_{12} \bar{\kappa}_{21}} \right)^{\frac{1}{2}}, & e^{iw_{01}} &= \left( \frac{C_{12} \bar{\kappa}_{12}}{C_{21} \bar{\kappa}_{21}} \right)^{\frac{1}{2}}, \\ C_3 &= \left( \frac{C_{12} C_{21}}{(k_1 - \kappa_1)(k_1 - \kappa_2)} \right)^{\frac{1}{2}}, & e^{iw_{02}} &= \left( \frac{C_{12}(k_1 - \kappa_2)}{C_{21}(k_1 - \kappa_1)} \right)^{\frac{1}{2}}, \\ C_4 &= - \frac{1}{2} \left( \frac{\bar{\kappa}_{21}}{(k_1 - \kappa_1) \bar{\kappa}_{12} \bar{\kappa}_{22}} - \frac{\bar{\kappa}_{12}}{(k_1 - \kappa_2) \bar{\kappa}_{21} \bar{\kappa}_{11}} \right)^{\frac{1}{2}}, \\ q &= \alpha_2 - \alpha_1, & w &= (\alpha_2^2 - \alpha_1^2) + (\beta_2^2 - \beta_1^2), \\ \kappa_{ij} &= \kappa_i - \bar{\kappa}_j, & \bar{\kappa}_{ij} &= \bar{\kappa}_i - \kappa_j, & \beta^+ &= \beta_1 + \beta_2, & \beta^- &= \beta_2 - \beta_1, \\ v^\pm &= \frac{2(\alpha_2 \beta_2 \pm \alpha_1 \beta_1)}{\beta_2 \pm \beta_1}, & i, j &= 1, 2, \end{aligned}$$

дар шароити шартҳои марзии конденсатӣ баррасӣ мешавад. Рафтори ҳал дар ҳолатҳои гуногуни шартҳои ибтидойӣ ва марзӣ таҳлил мегардад, ки дар он таваҷҷӯҳи асосӣ ба устуворӣ ва динамикаи он, аз ҷумла таъсири параметрҳои

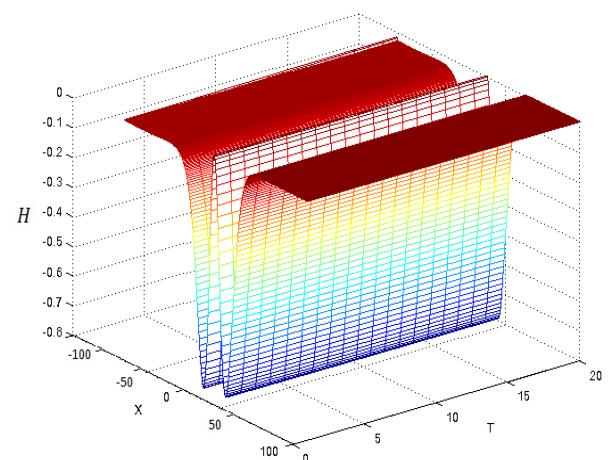
воридшавии энергия, хомӯшшавӣ, тағиироти ибтидой ва истифодаи усулҳои ададӣ барои таҳлили эволютсияи вақтӣ равона шудааст. Барои арзёбии дақиқии ҳисобҳо ва назорати устувории ҳал, интегралҳои ҳаракат, ба монанди шумораи зарраҳо ва гамилтониан, истифода мешаванд:

$$N = \int |\varphi|^2 dx, \quad H = \int (|\varphi_x|^2 - (|\varphi|^2 - b^2)^2) dx \quad (9)$$

Моделсозии ададӣ бо истифода аз схемаи фарқии ошкор ва сеқабатаи дараҷаи дуюм анҷом дода мешавад [44-М], ки шарти устувориро қонеъ мекунад. Натиҷаҳо нишон медиҳанд, ки дар параметрҳои событ, ҳалли бисёрсолитонӣ дар фосилаҳои тӯлонии вақт шакл ва устувории худро нигоҳ медорад. Ин тавассути нигоҳдории интегралҳои ҳаракат ва таҳлили визуалии эволютсияи зичи ҳалли солитонӣ тасдиқ мегардад (ниг. расмҳои 17, 18).

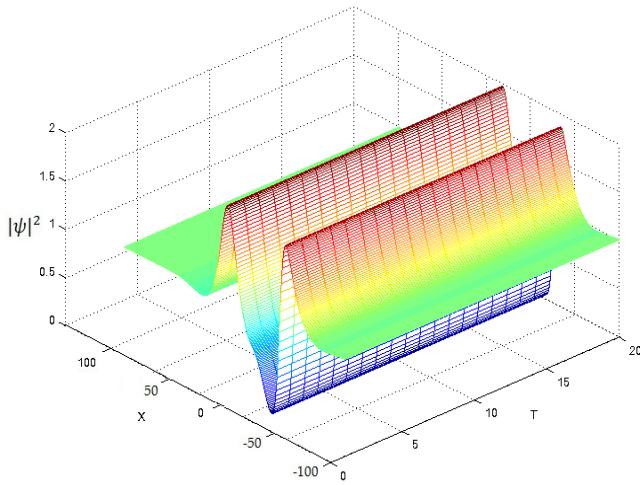


**Расми 17.** – Динамикаи эволютсияи шумораи зарраҳои солитон бо параметрҳои  $b = 1$ ,  $k_1 = 0.03$ ,  $\alpha_1 = 0.19$ ,  $\alpha_2 = 0.12$ ,  $\beta_1 = 0.096$ ,  $\beta_2 = 0.01$ ,  $\lambda = 1$ ,  $\gamma_1 = 1.265$ ,  $\gamma_2 = 0.85$

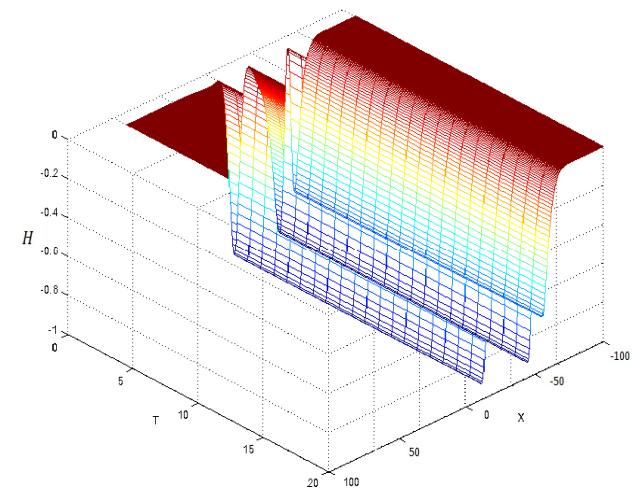


**Расми 18.** – Динамикаи зичи энергияи солитон дар параметрҳои  $k_1 = 0.03$ ,  $b = 1$ ,  $\alpha_1 = 0.19$ ,  $\alpha_2 = 0.12$ ,  $\beta_1 = 0.096$ ,  $\beta_2 = 0.01$ ,  $\lambda = 1$ ,  $\gamma_1 = 1.265$ ,  $\gamma_2 = 0.85$

Ҳангоми тағирии параметрҳои мувоғиқ, яъне бо интиҳоби  $k_1 = 0.05$ ,  $b = 1$ ,  $\alpha_1 = 0.019$ ,  $\alpha_2 = 0.11$ ,  $\beta_1 = 0.096$ ,  $\beta_2 = 0.11$ ,  $\lambda = 0.5$ ,  $\gamma_1 = 0.85$ ,  $\gamma_2 = 0.485$  ташаккули устувори ҳалли сесолитонаи МСҒШ бо шартҳои марзии конденсатӣ мушоҳида мегардад (расмҳои 19, 20). Ин натиҷа дар фосилаҳои дарозмуддати вақт нигоҳ дошта шуда, бо натиҷаҳои моделсозии ададӣ тасдиқ мегардад [5-М, 42-М, 44-М].



**Расми 19. – Динамикаи эволютсияи шумораи зарраҳои солитон дар параметрҳои  $b = 1$ ,  $k_1 = 0.05$ ,  $\alpha_1 = 0.019$ ,  $\alpha_2 = 0.11$ ,  $\beta_1 = 0.096$ ,  $\beta_2 = 0.11$ ,  $\lambda = 0.5$ ,  $\gamma_1 = 0.85$ ,  $\gamma_2 = 0.485$**



**Расми 20. – Динамикаи зичии энергияи солитон дар параметрҳои  $b = 1$ ,  $k_1 = 0.05$ ,  $\alpha_1 = 0.019$ ,  $\alpha_2 = 0.11$ ,  $\beta_1 = 0.096$ ,  $\beta_2 = 0.11$ ,  $\lambda = 0.5$ ,  $\gamma_1 = 0.85$ ,  $\gamma_2 = 0.485$**

Дар параграфи дуюми боби мазкур рафтори ҳалҳои бисёрголитонии МСГШ бар асоси муодилаи (7) баррасӣ мешавад. Ҳалли аналитикии ин муодила дар [77] бадаст оварда шуда, дар шакли зерин пешниҳод гардидааст:

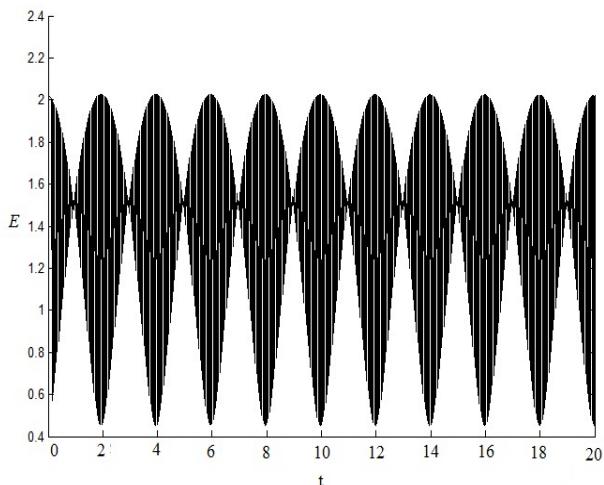
$$\varphi = \left( 1 + \frac{B_3 \cos(\beta^-(x+v^-t) - h_3) + B_4 e^{\beta^+(x+v^+t)}}{B_1 \operatorname{ch}(\beta^+(x+v^+t) - h_1) + B_2 \operatorname{ch}(\beta^-(x+v^-t) + h_2)} \right) b e^{ik_1(x+k_1 t)} \quad (10)$$

Муодилаи зикршуда қаблан дар таҳқиқоти [103] мавриди омӯзиш қарор гирифта, ҳалҳои бисёрголитонии он дар шакли ифодаи (10) дар кори [136] пешниҳод шудаанд. Гарчанде ин ҳал ба таври расмӣ ҳамчун ҳалли бисёрголитонӣ ҳисобида мешавад, таҷрибаҳои ададӣ [118, 4-М, 43-М] нишон медиҳанд, ки ҳангоми суръати сифрии маркази масса, динамикаи набздор мушоҳида намешавад. Бо дарназардошти он ки дар системаҳои воқеии физикӣ, ба мисли муҳитҳои оптикӣ ва конденсатсионӣ, талафи энергия ногузир аст ва воридшавии беруна низ имкон дорад, ба муодилаи (7) аъзои мувоғиқ илова карда мешаванд. Ин боиси тағирии зерин дар муодила мегардад:

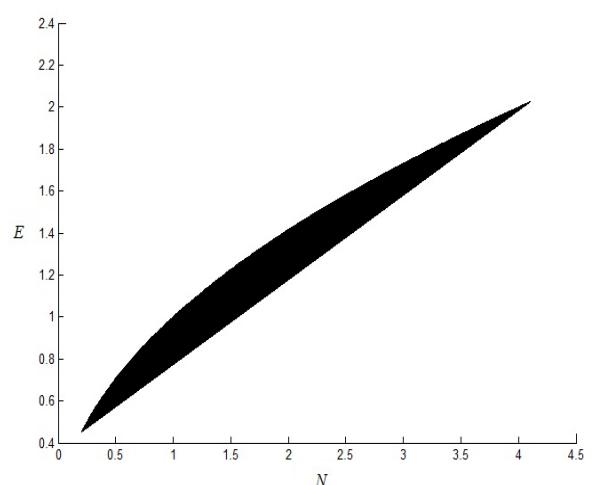
$$i\varphi_t - \varphi_{xx} + 2(|\varphi|^2 - b^2)\varphi + i\delta\varphi + i\varepsilon|\varphi|^2\varphi = 0 \quad (11)$$

дар он ҷо  $\delta$  - коэффициенти хомӯшишавӣ, а  $\varepsilon$  - коэффициенти фарқи байни тақвияти ғайрихаттӣ ва талафоти энергия мебошад. Таҳқиқи аддии рафтори ҳалли (10) дар модели дорои диссипатсия ва воридшавии энергия тавассути ҳалли масъалаи Кошӣ барои муодилаи (11) анҷом дода шудааст. Дар доираи силсилаи

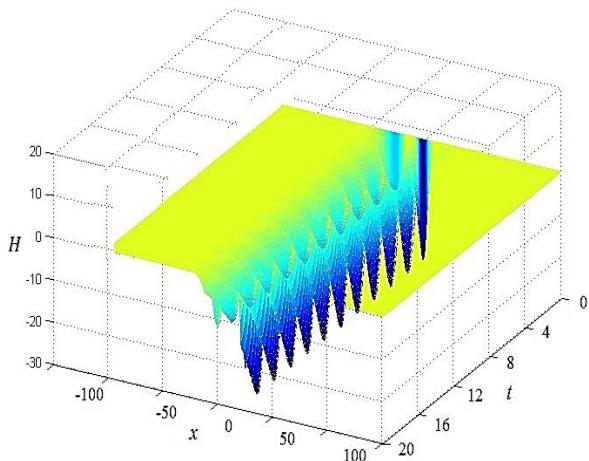
тачрибаҳои ададӣ, параметрҳои диссипатсия  $\delta$  ва воридшавии энергия  $\varepsilon$  мутаносибандар интэрвалҳои  $[-0.05, 0.01]$  ва  $[-0.01, 0.05]$  бо қадами 0.001 тағиир дода шуданд. Динамикаи хосси ҳалли бисёрголитонӣ дар параметрҳои зерин таҳқиқ гардидааст:  $k_1 = 0.05$ ,  $b = 0.5$ ,  $\alpha_1 = 0.019$ ,  $\alpha_2 = 1$ ,  $\beta_1 = 0.096$ ,  $\beta_2 = 0.01$ ,  $\lambda = 0.9$ ,  $\gamma_1 = 1.45$ ,  $\gamma_2 = 1.472$ ,  $\varepsilon = 0.002$ ,  $\delta = 0.025$  ки дар расмҳои 21–24 нишон дода шудаанд. Тачрибаҳои ададӣ нишон медиҳанд, ки илова кардани хомӯшшавӣ ва воридшавии энергия дар ҳатто ҳалли дусолитонии беҳаракат низ ба динамикаи бризерӣ меорад, ки онро тағиироти даврии нопурра (квазипериодӣ) дар интегралҳои ҳаракат ва ташаккули як атTRACTORI устувор ҳамроҳӣ мекунад (расмҳои 21, 22). Эволютсияи зичи энергия асимметрияро дар фазо ва ташаккули сохтори маҳдудшудаи иловагиро нишон медиҳад (расмҳои 23, 24), ки ин ба равандҳои худташкилдидӣ ва ташаккули устувори бризери диссипативӣ ишора мекунад [4-М, 8-М].



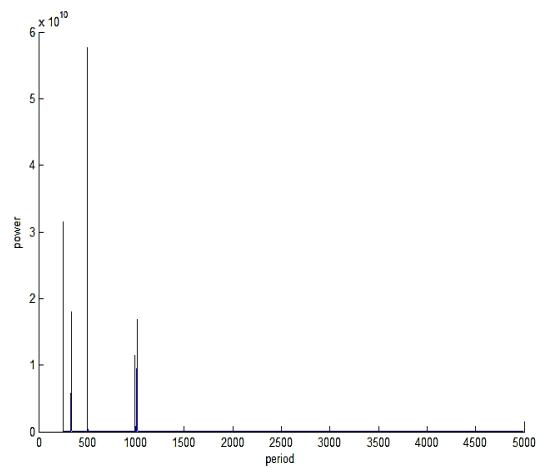
**Расми 20. – Вобастагии энергияи умумии солитон  $E$  аз вакът  $t$**



**Расми 21. – Масири фазогии система**



**Расми 23. – Эволютсияи зичии энергияи солитон**



**Расми 24. – Тахлили Фурье-и модулятсияи фазоии зичии энергияи ҳалли дусолитонӣ**

Дар параграфи сеоми боби мазкур МСФШ бо потенсиали ҷозибайӣ дар шакли зерин баррасӣ мешавад:

$$i\varphi_t - \varphi_{xx} - 2(|\varphi|^2 - b^2)\varphi = 0. \quad (12)$$

Интегралҳои энергия ва шумораи зарраҳо шакли зерин доранд:

$$N = \int |\varphi|^2 dx, \quad H = \int (|\varphi_x|^2 - (|\varphi|^2 - b^2)^2) dx \quad (13)$$

Ҳалли муодилаи (12) дар шакли зерин интихоб шудааст, ки он дар таҳқиқоти [77] бадаст оварда шудааст. Дар ин ифода  $\xi = x + vt$  мебошад.

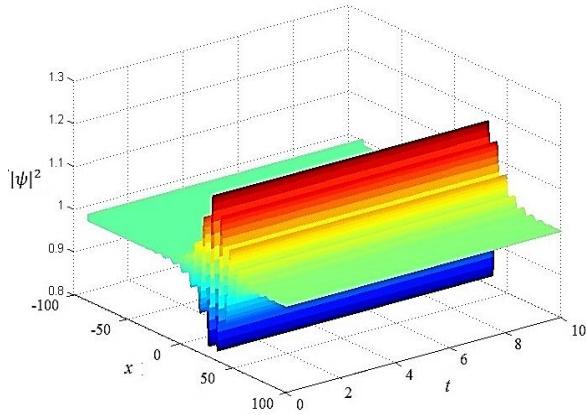
$$\varphi(\xi, t) = be^{ik'_1(\xi+k'_1t)} \left( 1 + \frac{C_3 \cos(qx+\acute{w}t+w_{02}) + C_4 e^{\beta^+ \xi}}{C_1 \operatorname{ch}(\beta^+ \xi + h_1) + C_2 \cos(qx+\acute{w}t+w_{01})} \right) \quad (14)$$

Где  $\acute{w} = w - qv$ ,  $k'_1 = k_1 - v^+$ ,  $q = \alpha_2 - \alpha_1$ ,  $w = (\alpha_2^2 - \alpha_1^2) + (\beta_2^2 - \beta_1^2)$

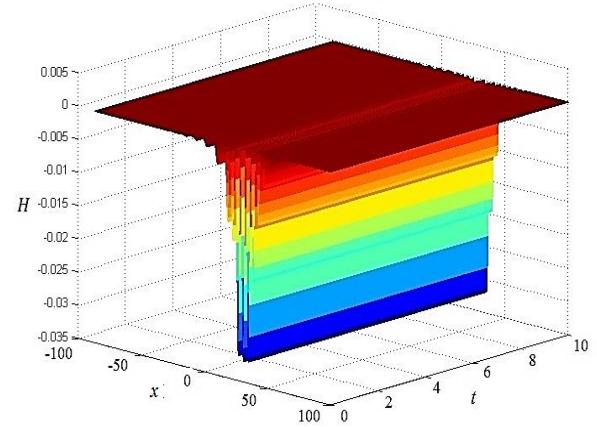
$$\begin{aligned} C_1 &= \left( \frac{|C_{12}|^2 |\kappa_{12}|^2}{|\bar{\kappa}_{12}|^2 \bar{\kappa}_{11} \bar{\kappa}_{22}} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad C_2 = - \left( \frac{C_{11} C_{22}}{\bar{\kappa}_{12} \bar{\kappa}_{21}} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad C_3 = \left( \frac{C_{12} C_{21}}{(k_1 - \kappa_1)(k_1 - \kappa_2)} \right)^{\frac{1}{2}}, \\ h_1 &= \frac{1}{2} \ln \left| \frac{|\kappa_{12}|^2}{|C_{12}|^2 |\kappa_{12}|^2 \bar{\kappa}_{11} \bar{\kappa}_{22}} \right|, \quad w_{01} = -\frac{i}{2} \ln \left| \frac{C_{12} \bar{\kappa}_{12}}{C_{21} \bar{\kappa}_{21}} \right|, \\ w_{02} &= -\frac{i}{2} \ln \left| \frac{C_{12}(k_1 - \kappa_2)}{C_{21}(k_1 - \kappa_1)} \right|, \\ C_4 &= -\frac{1}{2} \left( \frac{\bar{\kappa}_{21}}{(k_1 - \kappa_1) \bar{\kappa}_{12} \bar{\kappa}_{22}} - \frac{\bar{\kappa}_{12}}{(k_1 - \kappa_2) \bar{\kappa}_{21} \bar{\kappa}_{11}} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad v = \frac{2(\alpha_2 \beta_2 + \alpha_1 \beta_1)}{\beta_2 + \beta_1}, \\ \kappa_{ij} &= \kappa_i - \bar{\kappa}_j, \quad \bar{\kappa}_{ij} = \bar{\kappa}_i - \kappa_j, \quad \beta^+ = \beta_1 + \beta_2, \quad \beta^- = \beta_2 - \beta_1. \end{aligned}$$

Тибқи моделсозии қаблии ададӣ барои ҳалли МСФШ бо потенсиали ҷозибайӣ (12) муайян карда шуд, ки дар ҳолати суръати сифрӣ бастаи мавҷии статсионарӣ

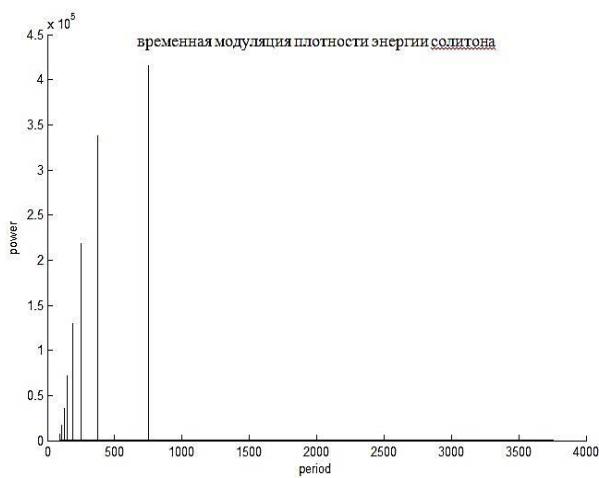
ташаккул меёбад ва нишонае аз динамикаи бризерӣ мушоҳида намешавад [5-М, 42-М]. Барои қиматгузориҳо дигаре аз параметрҳои ҳалли бисёрсолитонии ифодаи (14), моделсозии ададӣ гузаронида шуд, ки эволютсияи онро дар ҳолати суръати сифрӣ ва шартҳои марзии конденсатӣ тавсиф мекунад. Ҳангоми параметрҳои  $b = 1$ ,  $\alpha_1 = 0.29$ ,  $\alpha_2 = 1$ ,  $\beta_1 = 0.096$ ,  $\beta_2 = 0.001$ ,  $\gamma_1 = \gamma_2 = 1.95$ ,  $\lambda = 0.75$ ,  $\kappa_1 = 0.5$  расмҳои 25–28), ҳалли система динамикаи бризериро нишон намедиҳад. Интегралҳои энергия ва шумораи зарраҳо бо дақиқии баланд нигоҳ дошта мешаванд:  $\Delta E/E \sim 10^{-5}–10^{-6}$ ,  $\Delta N/N \sim 10^{-6}–10^{-7}$ .



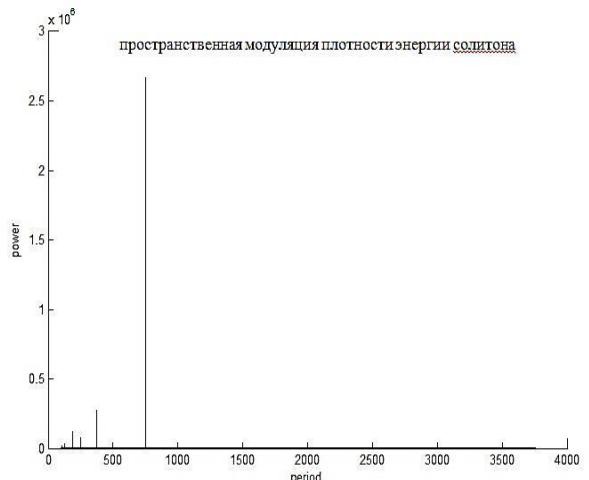
**Расми 25. – Графики эволютсияи шумораи зарраҳои солитон**



**Расми 26. – Графики эволютсияи зичии энергияи солитон**



**Расми 27. – Таҳлили Фурье-и модулятсияи вақтии зичии энергияи ҳалли дусолитонӣ**

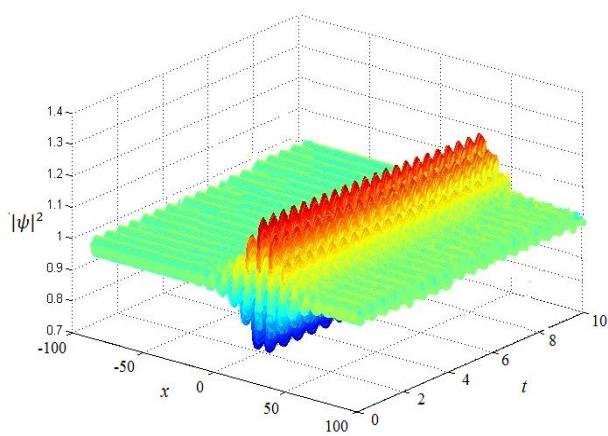


**Расми 28. – Таҳлили Фурье-и модулятсияи фазоии зичии энергияи ҳалли дусолитонӣ**

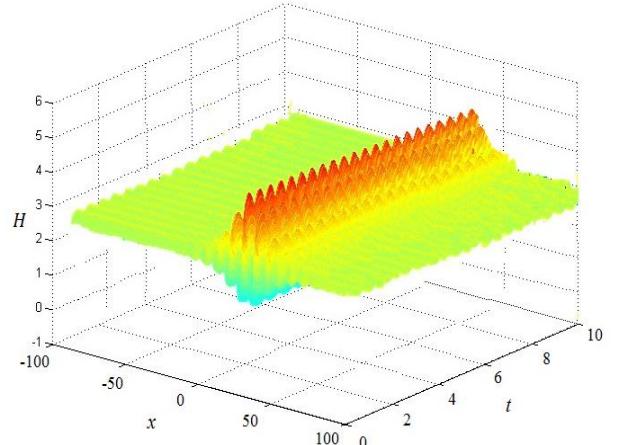
Минбаъд дар ҳамин параграф муодилаи тағиیرёфтаи МСҒШ бо потенсиали ҷозибавӣ баррасӣ мешавад, ки бо дарназардошли таъсироти хомӯшшавӣ ва воридшавии энергия аз муодилаи Гинзбург–Ландау фарқ мекунад. Бо ворид кардани ин омилҳо, муодилаи (12) шакли зеринро мегирад:

$$i\varphi_t - \varphi_{xx} - 2(|\varphi|^2 - b^2)\varphi = -v|\varphi|^4\varphi + i\delta\varphi + i\varepsilon|\varphi|^2\varphi + i\mu|\varphi|^4\varphi, \quad (15)$$

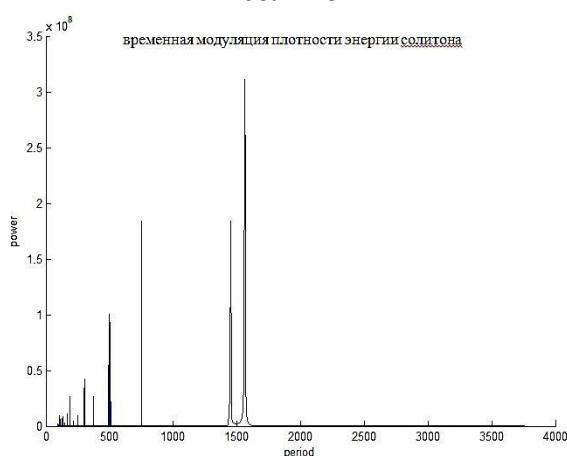
ки дар он  $v$  - параметри ғайрихаттии дарацаи панчум,  $\varepsilon$  - коэффициенти фарқи байни тақвияти ғайрихаттӣ ва талафоти энергия,  $\delta$  - коэффициенти хомӯшшавӣ ва  $\mu$  - параметри маҳдудшавии тақвияти ғайрихаттӣ мебошад.



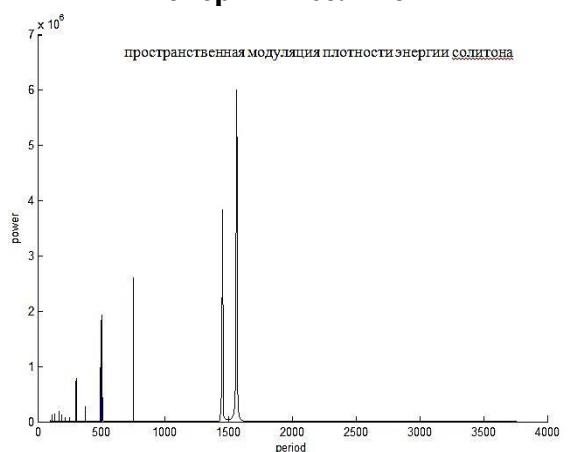
**Расми 29. – Эволюцияи шумораи зарраҳои солитон**



**Расми 30. – Графики эволюцияи зичии энергияи солитон**



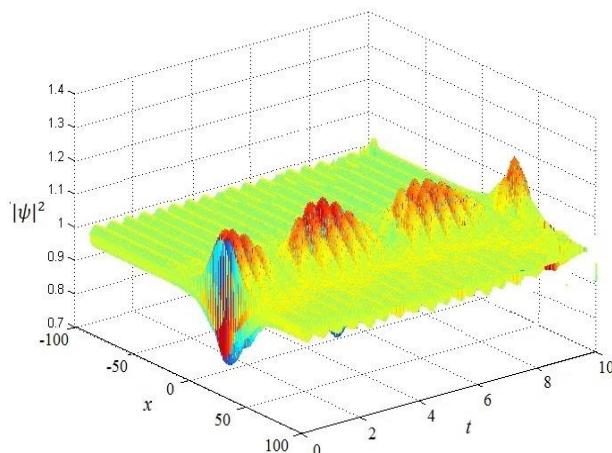
**Расми 31. – Таҳлили Фурье-и модулятсияи вақтии зичии энергияи ҳалли дусолитонӣ**



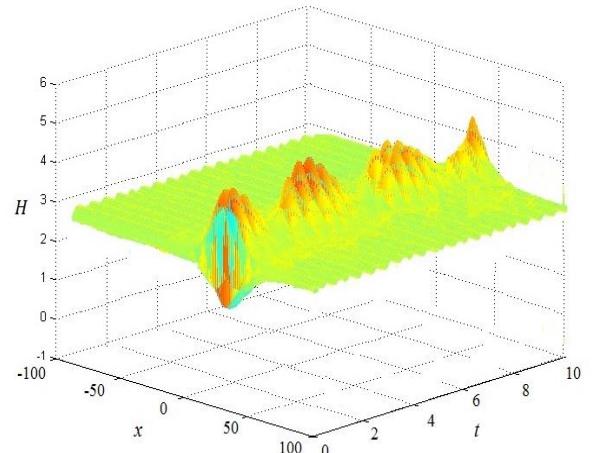
**Расми 32. – Таҳлили Фурье-и модулятсияи фазои зичии энергияи ҳалли дусолитонӣ**

Натиҷаҳои моделсозии ададии ҳалли (14) бо дарназардошти хомӯшшавӣ ва воридшавии энергия барои параметрҳои  $b = 1, \alpha_1 = 0.29, \alpha_2 = 1, \beta_1 = 0.096, \beta_2 = 0.001, \gamma_1 = 1.95, \gamma_2 = 1.95, \lambda = 0.75, \kappa_1 = 0.5, v = 0.0002, \delta = 0.03, \varepsilon = 0.05, \mu = 0.01$ . дар расмҳои 29–32 оварда шудаанд. Моделсозии ададӣ нишон медиҳад, ки таҳлили Фурье-и модулятсияи вақтии зичии энергия тақвияти назарраси ларзишҳоро дар фосилаи 100 то 1600 давр нишон медиҳад (муқоисаи расмҳои 27 ва 31), ки далели ташаккули динамикаи бризерӣ мебошад. Таҳлили модулятсияи фазоӣ ташаккули реҷаҳои иловагӣ ва дукарата шудани даврро тасдиқ

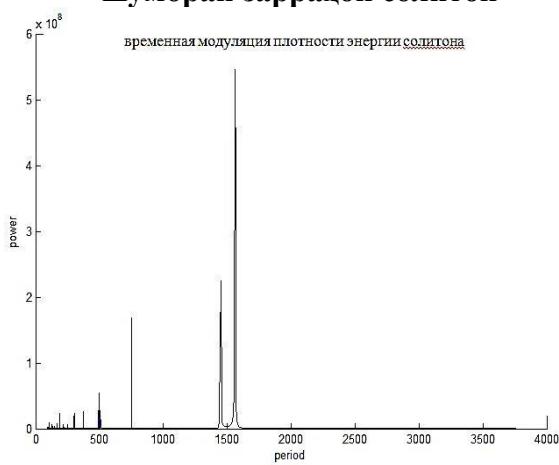
мекунад (муқосай расмҳои 28 ва 32). Минбаъд моделсозии иловагии эволютсияи ҳалли (14) барои ҳолати суръати ғайрисифрии  $v=0.19$  анҷом дода шуд. Натиҷаҳои бадастомада бо нигоҳдории параметрҳои воридшавии энергия ва хомӯшшавӣ дар расмҳои 33–36 нишон дода шудаанд. Таҳлили моделсозии аддии эволютсияи бризери N-солитонӣ дар шароити хомӯшшавӣ ва воридшавии энергия ба ташаккули атTRACTори ачиб (странный атTRACTор) дар фазои ҳолатӣ ишора мекунад. Дар ин ҳолат, нишондиҳандаҳои Ляпунов мусбат бокӣ мемонанд ва динамикаи бризерӣ мураккабтар мегардад (расмҳои 33, 34). Таҳлили Фурье-и модулятсияи зичии энергия тақвияти басомади асосӣ ва пайдоиши ҳамрадифҳои спектралӣ (сателлитҳо)-ро ошкор мекунад (расмҳои 35, 36). Ин натиҷаҳо ба рушди соҳторҳои когерентӣ ва ташаккули атTRACTори классикӣ дар система ишора мекунанд [9-М, 21-М, 23-М, 28-М, 37-М, 44-М].



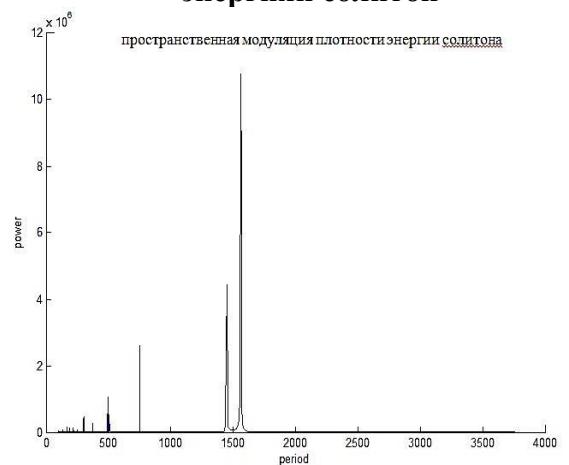
**Расми 33. – Динамикаи эволютсияи шумораи зарраҳои солитон**



**Расми 34. – Графики эволютсияи зичии энергияи солитон**



**Расми 35. – Таҳлили Фурье-и модулятсияи вақтии зичии энергияи ҳалли дусолитонӣ**



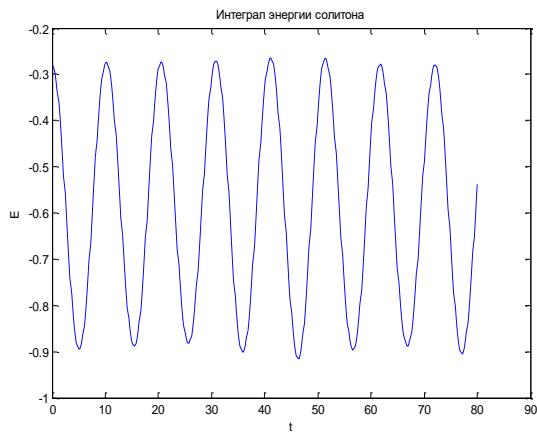
**Расми 36. – Таҳлили Фурье-и модулятсияи фазои зичии энергияи ҳалли дусолитонӣ**

## Дар параграфи чоруми боби мазкур МСФШ бо потенсиали ҷозибавӣ (12)

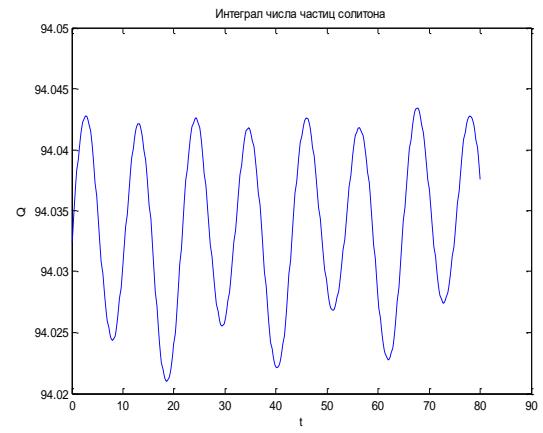
баррасӣ мешавад, ки барои моделсозии конденсати зарраҳои бозе истифода мешавад. Пештар нишон дода шуда буд, ки ҳалли дусолитонии он, ки бо усули интегралгирии давраи ниҳоӣ бадаст оварда шудааст [26, 77], танҳо дар суръати ғайрисифрии маркази масса динамикаи бризериро зоҳир мекунад [5-М, 42-М, 135, 136]. Рафтори чунин соҳторҳо дар майдони тағйирёбандай даврии беруна бо дарназардошти хомӯшшавӣ ва воридшавии энергия таҳқиқ мегардад. Муодилаи тағйирёфта ҳам талафоти хаттӣ ва ҳам ғайрихаттиро дар бар мегирад, инчунин таъсири берунӣ ба тариқи гармоникаҳо бо басомади худи бризер бо  $T=2\pi/\omega$ , ва  $\omega$ , ба назар гирифта мешавад. Дар ин ҳолат, муодила шакли зеринро мегирад:

$$\begin{aligned} i\varphi_t - \varphi_{xx} - 2(|\varphi|^2 - b^2)\varphi = \\ = i(\varepsilon_1 - \varepsilon_2|\varphi|^2)\varphi + i\varepsilon_3\varphi_{xx} - i(\varepsilon_0/T) \sum_{n=1}^N e^{in\omega t} \end{aligned} \quad (16)$$

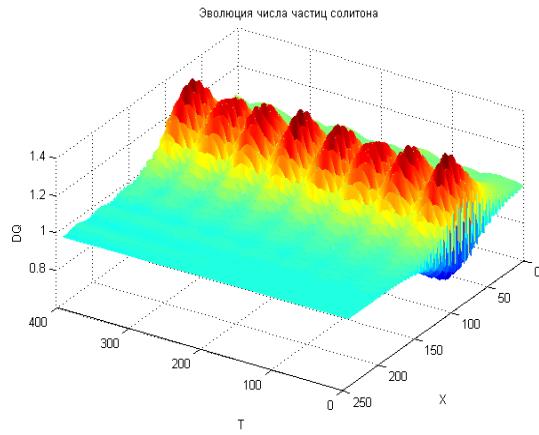
Дар ин ҷо  $\varepsilon_1$  ва  $\varepsilon_2$  ба хомӯшшавӣ мувофиқат мекунанд, дар ҳоле ки  $\varepsilon_0$  оридшавии солитонро дар басомадҳое, ки ба басомади худи солитон мувофиқанд, таъмин менамояд. Барои моделсозии ададӣ схемаи фарқии ошкори сеқабатаи дараҷаи дуюм дар шаблонҳои панҷнуқтӣ истифода шудааст, ки шарти устуворӣ  $\tau \leq \frac{h^2}{4}$ , ро қонеъ мекунад, дар ин ҷо  $\tau$  - қадами вақт ва  $h$  - қадами координата мебошад. Интегралҳои энергия ва шумораи зарраҳо бо дақиқии нисбӣ нигоҳ дошта шуданд:  $\Delta E/E \approx 10^{-3} - 10^{-4}$ ,  $\Delta N/N \approx 10^{-4} - 10^{-5}$ . Ҳисобҳо барои параметрҳои  $b = 1$ ,  $\alpha_1 = 0.039$ ,  $\alpha_2 = 1$ ,  $\beta_1 = 0.096$ ,  $\beta_2 = 0.01$ ,  $\gamma_1 = 1.5$ ,  $\gamma_2 = 1.5$ ,  $\lambda = 1.5$ ,  $k_1 = 0.51$ ,  $\varepsilon_0 = -0.08$ ,  $\varepsilon_1 = 0.25$ ,  $\varepsilon_2 = 0.1$ ,  $\varepsilon_3 = 0.13$ , дар интервали  $[-48, 48]$  то вақти  $t=80$  ва бо суръати ҳаракати  $v=0.19$  гузаронида шуда, дар расмҳои 37–41 нишон дода шудаанд. Чунонки аз расми 37 бармеояд, новобаста аз ларзишҳои назарраси интеграли энергия дар худуди  $E=(0.92\div 0.32)$ , арзиши миёна устувор бοқӣ мемонад -  $E_{cp}=-0.62$  бо дақиқии дараҷаи  $10^{-3}$ . Интеграли шумораи зарраҳо низ рафтори шабехро нишон медиҳад (расми 38), ки ин ба ташаккули соҳтори устувори диссипативӣ ишора мекунад.



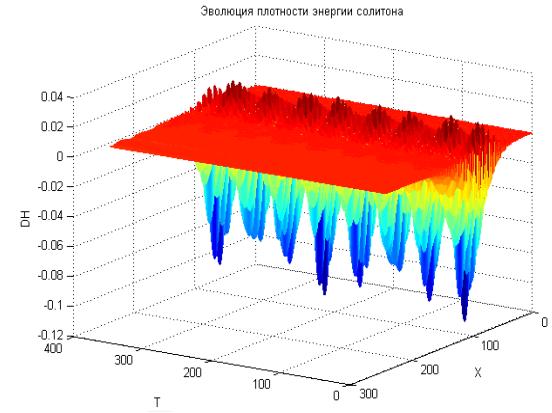
**Расми 37. – График, ки вобастагии интеграли энергияи солитонро аз вақт бо дарназардошти таъсири хомӯшшавӣ, воридшавии энергия ва суръати ҳаракат  $v=0.19$  инъикос мекунад**



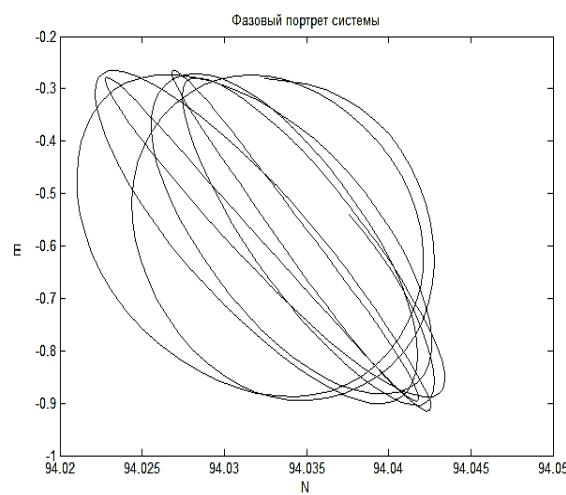
**Расми 38. – График вобастагии интеграли шумораи зарраҳои солитон аз вақт бо дарназардошти таъсири хомӯшшавӣ, воридшавии энергия ва суръати ҳаракат  $v = 0.19$**



**Расми 39. – Динамикаи эволютсияи шумораи зарраҳои солитон бо дарназардошти хомӯшшавӣ, воридшавии энергия ва суръати ҳаракат  $v=0.19$**



**Расми 41. – Эволютсияи зичии энергияи солитон бо дарназардошти хомӯшшавӣ, воридшавии энергия ва суръати ҳаракат  $v=0.19$**



**Расми 41. – Масири фазогии солитон, ки вобастагии интеграли энергияро аз интеграли шумораи зарраҳо инъикос мекунад**

Ин натицаҳо имконпазир будани мавҷудияти бризери диссипативии дарозумр ва, эҳтимолан, устуори беохирро ҳангоми  $t \rightarrow \infty$  тасдиқ меқунанд, ки дар натиҷаи ҷуброни мақсадноки талафоти энергия тавассути воридшавии беруна дар гармоникаҳои басомади худи бризер ба вуҷуд меояд. Масири фазогӣ (расми 41) тасдиқ меқунад, ки соҳтори ташаккулӯфта ба бризери диссипативии давраи ниҳоӣ мувофиқат меқунад. Моделсозии ададӣ динамикаи устуори бризериро бо ҷуброни талафоти диссипативӣ ва ҳаракати равон (поступательное) намоиш медиҳад [2-М, 9-М, 10-М, 24-М, 27-М, 31-М].

**Дар боби панҷум** усулҳои моделсозии математии ҳалҳои бисёрголитонии MBFШ баррасӣ мешаванд. Диққати асосӣ ба динамика, устуорӣ ва ҳамтаъсирии ҷунин ҳалҳо дар речаҳои гуногуни физикӣ равона шудааст. Роҳҳои таҳлили назариявӣ ва моделсозии ададӣ пешниҳод мегарданд, ки имкони омӯзиши эволютсияи конфигуратсияҳои бисёрголитониро бо дарназардошти таъсироти ғайрихаттӣ, ҳомӯшшавӣ ва воридшавии беруна фароҳам месозанд. Нишон дода мешавад, ки ҳалҳои бисёрголитонии MBFШ метавонанд рафтори мураккаб зоҳир қунанд, аз ҷумла динамикаи бризерӣ ва ташаккули соҳторҳои маҳдудшудаи устуворро дар шароити муайянни параметрҳои система. Натиҷаҳои бадастомада, ки дар корҳои муаллиф [1-М, 2-М, 6-М, 7-М, 12-М, 14-М, 15-М, 17-М, 19-М, 26-М, 28-М, 41-М, 45-М] пешниҳод шудаанд, самаранокии усулҳои пешниҳодшударо тасдиқ намуда, ба омӯзиши динамикаи ғайрихаттии системаҳои бисёргомпонентӣ, ки дар соҳаҳои оптика, спинtronика ва технологияҳои қвантий аҳамияти амалӣ доранд, саҳм мегузоранд.

**Параграфи якуми боби панҷум** ба моделсозии интиқоли иттилоот дар системаҳои сесатҳии спинӣ (кутритҳо) баҳшида шудааст, ки ҳамчун унсурҳои умебахш барои ҳисоббарориҳои қвантий баррасӣ мешаванд [92, 110, 111, 131]. Ҷунин системаҳо ба таври мусоид тавассути ҳолатҳои когерентии умумии гурӯҳи SU(3) тасвир карда мешаванд, ки шакли зеринро мегиранд:

$$|\varphi\rangle = \frac{1}{\sqrt{1+|\varphi_1|^2+\sqrt{|\varphi_2|^2}}} \{|0\rangle + |\varphi_1|1\rangle + |\varphi_2|2\rangle\}, \quad (17)$$

дар ин чо  $|0\rangle$  – ҳолати вакуумй (ё истинодй) мебошад, ва  $\varphi_1$  ва  $\varphi_2$  – амплитудаҳои эҳтимолияти қарор доштани система дар яке аз ҳолатҳои ангехташуда мебошанд. Динамикаи интиқоли сигнал миёни кутритҳо тавассути МВФШ тасвир карда мешавад:

$$\begin{aligned} i\varphi_{1t} - \varphi_{1xx} + u(x, t)\varphi_1 &= 0, \\ i\varphi_{2t} - \varphi_{2xx} + u(x, t)\varphi_2 &= 0 \end{aligned} \quad (18)$$

бо потенсиали

$$u(x, t) = 2\varepsilon(|\varphi_1(x, t)|^2 - b^2) - \lambda|\varphi_2(x, t)|^2 \quad (19)$$

ва шартҳои канории

$$|\varphi_1|_{|x| \rightarrow \infty} = b, \quad |\varphi_2|_{|x| \rightarrow \infty} = b. \quad (20)$$

Чунин муодила ҳамчунин барои моделсозии системаҳои магнитй бо спини  $S=1$  дар таҳлили  $SU(3)$  истифода мешавад. Энергетикаи система тавассути гамилтониан муайян карда мешавад:

$$H = \int (|\varphi_{1x}|^2 + |\varphi_{2x}|^2 + u(x, t)(|\varphi_1|^2 + |\varphi_2|^2)) dx, \quad (21)$$

бо нигоҳдории шумораи зарраҳо:

$$N = \int (|\varphi_1|^2 + |\varphi_2|^2) dx. \quad (22)$$

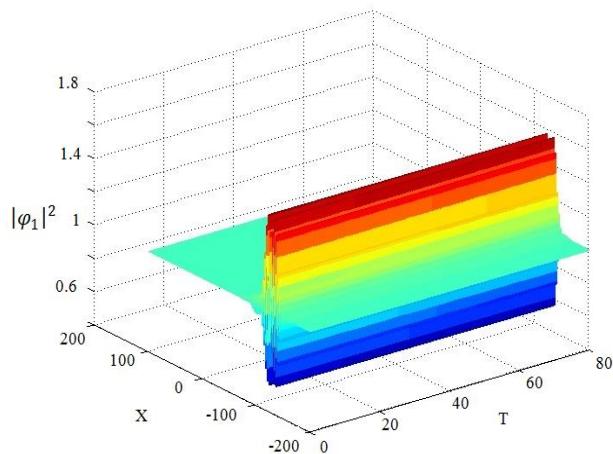
Барои тавсифи интиқоли иттилоот, ҳалли бисёрсолитонии системаҳои (18) истифода мешавад, ки тавассути усули интегралгирии давраи ниҳой соҳта шудааст [26, 77]. Ҳалли система шакли зеринро дорад:

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= b \left( 1 + \frac{e^{i\omega_1(x, t)}}{k - \kappa_1} \psi_1(x, t) + \frac{e^{i\omega_2(x, t)}}{k - \kappa_2} \psi_2(x, t) \right) e^{ik(x+kt)}, \\ \varphi_2 &= \gamma_1 \psi_1 + \gamma_2 \psi_2, \end{aligned} \quad (23)$$

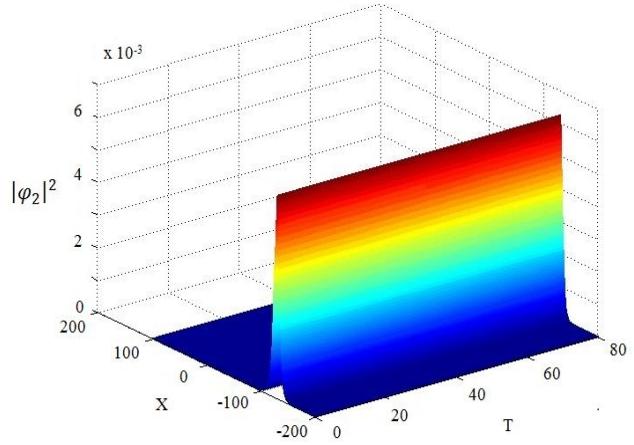
ки дар он  $\psi_1, \psi_2$  - функсияҳои алгебро-геометрӣ мебошанд ва параметрҳои онҳо тавассути комбинатсияҳои  $\alpha_i, \beta_i, \kappa_i, C_{ij}$  муайян карда шудаанд (тафсилот дар [77] оварда шудаанд).

Моделсозии ададӣ бо истифода аз схемаи фарқии дараҷаи дуюм анҷом дода шудааст, ки нигоҳдории энергия ва шумораи зарраҳоро бо дақиқии дараҷаи  $\approx 10^{-4} - 10^{-5}$  таъмин мекунад. Дар таҷрибаҳо параметрҳои  $b = 1, \alpha_1 = 0.69, \alpha_2 = 0.9, \beta_1 = 0.096, \beta_2 = 0.01, \gamma_1 = 1, \gamma_2 = 1, \lambda = 1, k1 = 1$  истифода шуда,

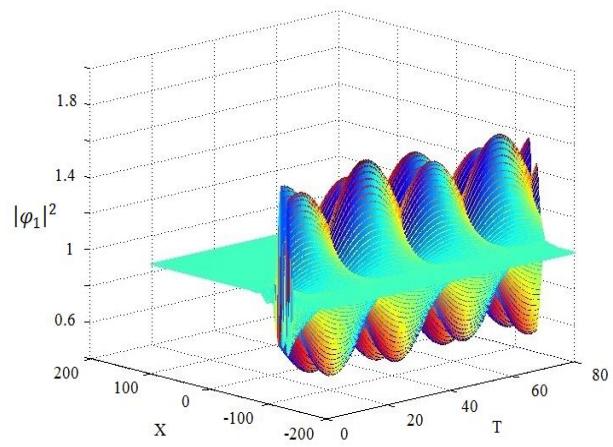
моделсозӣ дар интервали  $[-200, 200]$  то вақти  $t=80$  [45-М]. Дар силсилаи аввалини таҷрибаҳо, солитон ҳамчун соҳтори беҳаракат муайян карда шудааст. Компонентай  $\varphi_1$  ҳалеро дар шакли дусолитонии модулидашуда дар заминаи конденсатӣ намоиш медиҳад, дар ҳоле ки  $\varphi_2$  соҳтори яқсолитониро дар заминаи тривиалий (доимӣ) ташкил медиҳад. Энергияи алоқа байни компонентҳо тақрибан 12%-ро ташкил медиҳад ва динамикаи вақтии назаррас мушоҳида намешавад (ниг. расмҳои 42, 43). Дар ҷараёни моделсозии эволютсия, ҳал ба бризери динамикӣ — соҳтори маҳдудшудае бо модулятсияи дохилии равшан ва динамикаи хоси худ — табдил мёёбад (ниг. расмҳои 42–43).



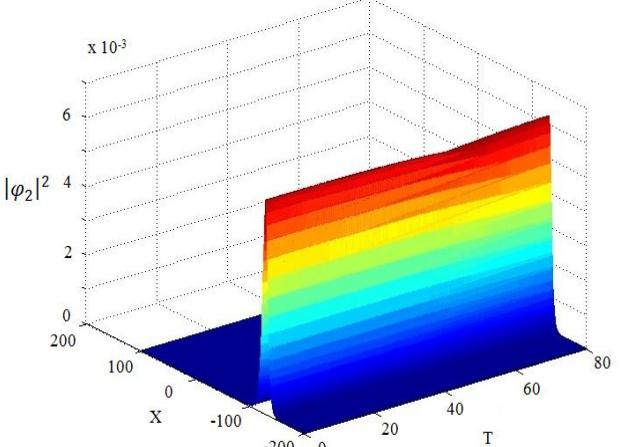
**Расми 42.** – Графикҳое, ки эволютсияи зичии шумораи зарраҳо барои компонентай яқумро ( $|\varphi_1|^2$ ) инъикос мекунанд



**Расми 43.** – Графикҳое, ки эволютсияи зичии шумораи зарраҳо барои компонентай дуюмро ( $|\varphi_2|^2$ ) нишон медиҳанд



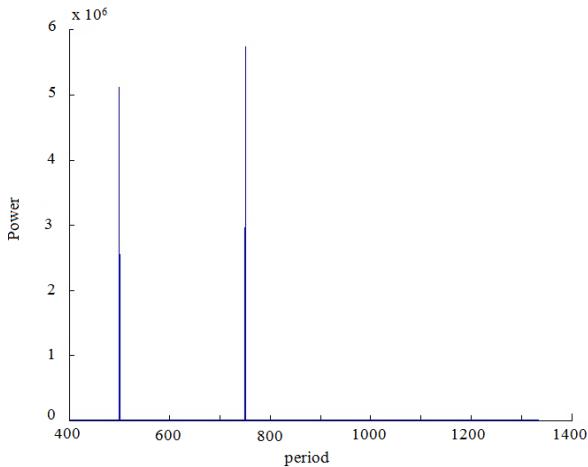
**Расми 44.** – Графикҳое, ки эволютсияи зичии шумораи зарраҳо барои компонентай яқумро ( $|\varphi_1|^2$ ) дар ҷараёни ҳаракат тасвир мекунанд



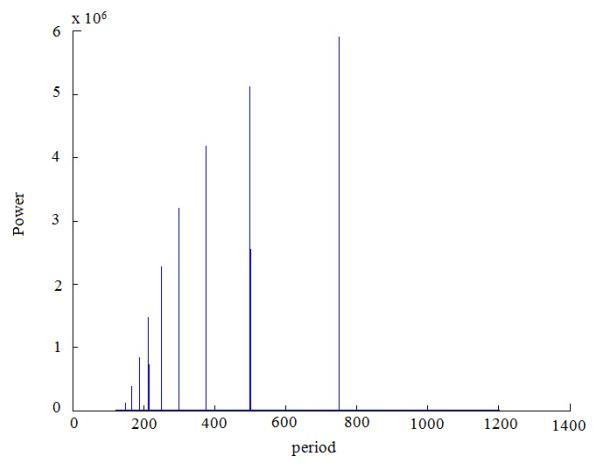
**Расми 45.** – Графикҳои эволютсияи зичии шумораи зарраҳои компонентай дуюм ( $|\varphi_2|^2$ ) ҳангоми суръати гайрисифрӣ

Алоқа байни компонентҳои  $\varphi_1$  ва  $\varphi_2$  нигоҳ дошта мешавад ва энергияи ҳамтаъсирӣ ба дараҷае тақрибан 16 % мерасад, ки ин ба устуровии бризери ташаккулёфта дар шароити ҳаракат ишора мекунад. Таҳлили Фурье-и модулятсияи фазоӣ (ниг. расмҳои 46а, 46б) мавҷудияти ду гармоникаи асосиро ошкор мекунад, ки ба ҳалҳои бризерии муодилаи (18) мутаносиб мебошанд, инчунин мавҷудияти аъзои спектралии иловагӣ, ки бо суръати ғайрисифри ҳаракат алоқаманданд.

а)

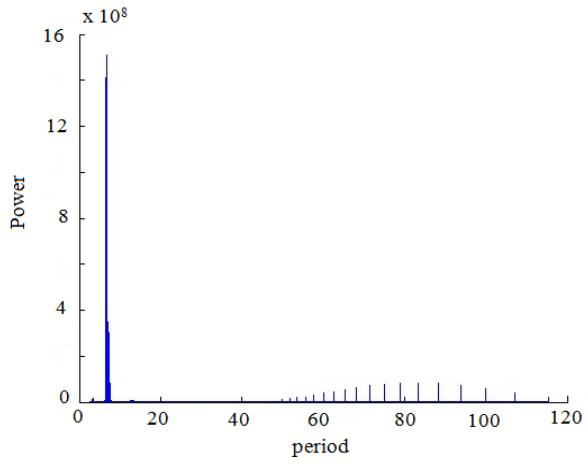


б)

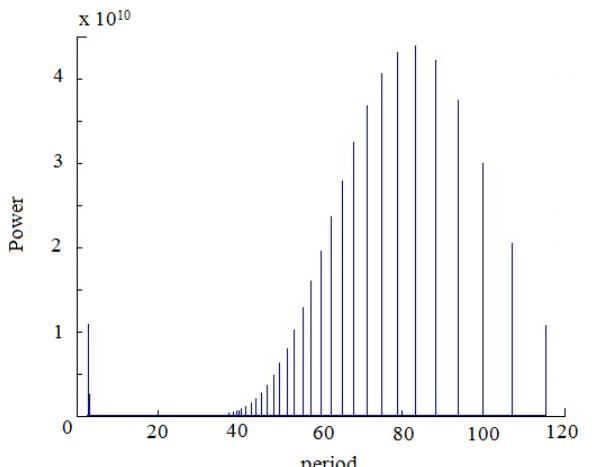


**Расми 46. – Таҳлили Фурье-и модулятсияи фазоии зичии энергияи солитон (а – барои солитони беҳаракат, б – барои солитони ҳаракаткунанда)**

а)



б)



**Расми 47. – Таҳлили Фурье-и модулятсияи вақтии зичии энергия (а – барои солитони беҳаракат, б – ҳангоми суръати ҳаракат  $v=0.2$ )**

Таҳлили модулятсияи вақтии солитони беҳаракат (расми 47а) мавҷудияти речай асосии ларзиширо бо гармоникаҳои ҳамрадиф (сателлитӣ) ва ҷузъи сусттаъсири бризериро нишон медиҳад, дар ҳоле ки бо зиёд шудани суръат

тақвияти چузъи бризерӣ мушоҳида мешавад, ки онро афзоиши қуллаҳои басомади паст ҳамроҳӣ мекунад (расми 47б). Чунин сохторҳо устуории баланд зоҳир намуда, қобилияти нигоҳ доштани хусусиятҳои асосиро дар муҳитҳои бисёркомпонентай ҳамтаъсиркунанда нишон медиҳанд [6-М, 41-М].

**Дар параграфи дуюм** системае аз MBFШ бо шакли зерин баррасӣ мешавад:

$$\begin{aligned} i \varphi_{1t} - \varphi_{1xx} + u(x, t)\varphi_1 &= 0 \\ i \varphi_{2t} - \varphi_{2xx} + u(x, t)\varphi_2 &= 0 \end{aligned} \quad (24)$$

бо потенсиали худмуҳтор дар шакли

$$u(x, t) = \bar{\varphi}_1\varphi_2 + \varphi_1\bar{\varphi}_2 . \quad (25)$$

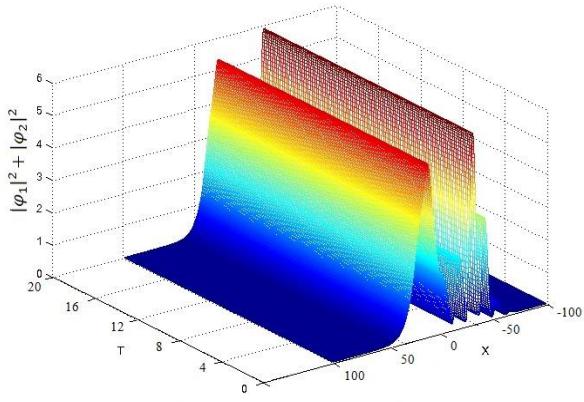
Чунин намуди потенциал дар физикаи ҳолати конденсатӣ, оптикаи ғайриҳатӣ, физикаи плазма ва назарияи квантии ферромагнетизм барои системаҳо бо спини  $S=1$  пайдо мешавад [1, 3, 78, 87, 88, 104–106, 109, 129]. Ҳалли бисёрсолитонии системаи (24), ки бо усули интегралгирии алгебро-геометрии давраи ниҳоӣ бадаст оварда шудааст [26], шакли зеринро дорад:

$$\begin{aligned} \varphi_i &= A_i e^{i(q_1 x + w_1 t)} \cosh(\beta_1(x + v_1 t) + b_i) + \\ &+ B_i e^{i(q_2 x + w_2 t)} \cosh(\beta_2(x + v_2 t) + a_i) / (B_1 \cosh(\beta^+(x + v^+ t) + h_1) + \\ &+ \cosh(\beta^-(x + v^- t) + h_2) + B_3 \cos(qx + wt + w_{01})) \end{aligned} \quad (26)$$

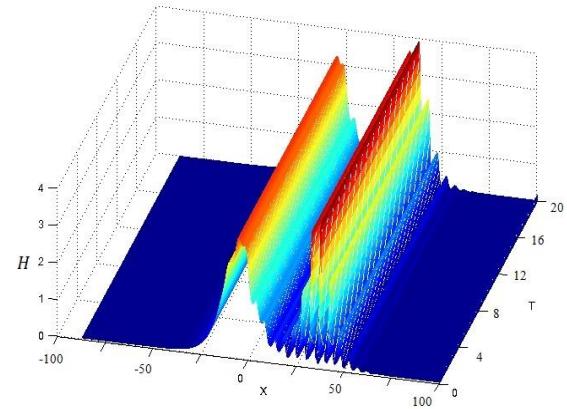
ки комбинатсияи функцияҳои гиперболикӣ ва тригонометрӣ, инчунин параметрҳои модулятсия ва тағирии ҷойгиршавиро дарбар мегирад ва ба шартҳои канории тривиалий ҷавобгӯ мебошад [2, 34, 36, 71, 103]. Барои таҳлили динамикаи ин ҳал, алгоритми аддии маҳсус таҳия карда шудааст, ки ба асоси схемаи фарқии ошкори сеқабатаи дараҷаи дуюм аз рӯи вақт ва фазо асос ёфта, шартҳои устуории  $\tau \leq \frac{h^2}{4}$ ро қонеъ мекунад. Нигоҳдории интегралҳои ҳаракат тавассути

$$N = \int (|\varphi_1|^2 + |\varphi_2|^2) dx, \quad E = \int \frac{1}{2} (|\varphi_{2x}|^2 + |\varphi_{2x}|^2) + u(x, t)(|\varphi_1|^2 + |\varphi_2|^2) dx. \quad (27)$$

назорат карда шуд.

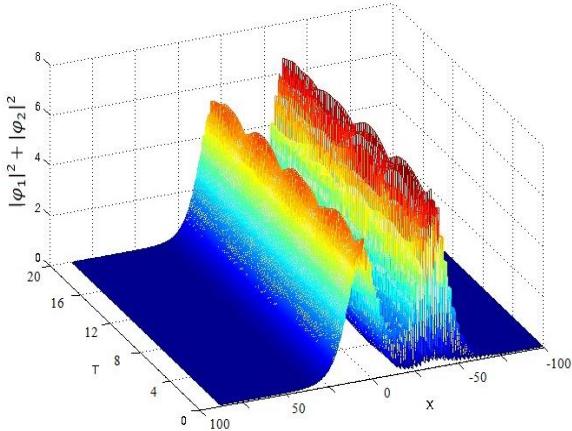


**Расми 48. – Графикҳои эволютсияи зичии шумораи зарраҳо ( $|\varphi_1|^2 + |\varphi_2|^2$ )**

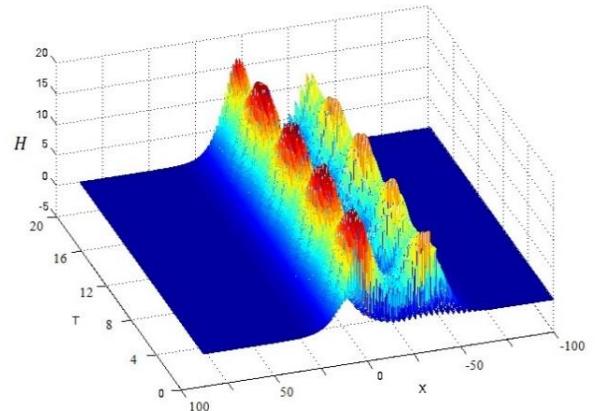


**Расми 49. – Графикҳои эволютсияи зичии энергияи солитон**

Дар аввалин таҷрибаи ададӣ, ҳангоми суръати гурӯҳии сифрӣ ( $v=0$ ), ҳалли (26) соҳтори устувору статикӣ нишон дод дар интервали вақтии  $t \in [0, 20]$ . Динамикаи дохилии бризерӣ мушоҳида нашуд. Тақсимоти зичии энергия ва шумораи зарраҳо тағйир наёфтанд (ниг. расмҳои 48, 49). Дар таҷрибаи дуюм, ҳангоми суръати ғайрисифрӣ ( $v \neq 0$ ), ангезиши бисёрсолитонӣ ба бризери динамикӣ табдил ёфт. Дар интегралҳои энергия ва шумораи зарраҳо модулятсияҳои фазоӣ зоҳир шуданд (ниг. расмҳои 48, 49).



**Расми 50. – Графикҳои эволютсияи зичии шумораи зарраҳо ҳангоми суръати ҳаракат  $v=0.24$ .**



**Расми 51. – Графикҳои эволютсияи зичии энергияи солитони ҳаракаткунанда**

Соҳтори бисёрречай ҳал дар натиҷаи ҳамтаъсирии байни компонентҳои бризер, ки аз ҳаракат бармеояд, тақвият меёбад. Энергияи алоқа байни компонентҳо дар сатҳи таҷрибан 15 % арзёбӣ гардид, ки ба ҳамbastагии қавии динамикӣ ишора мекунад. Ин натиҷаҳо ба гуногуншаклии соҳтор ва мураккабии

ҳалҳои бисёрсолитонӣ таъкид намуда, эҳтимолияти татбиқи онҳоро дар тасвири динамикаи системаҳои ғайрихаттии бисёркомпонентӣ нишон медиҳанд [7-М, 41-М, 45-М].

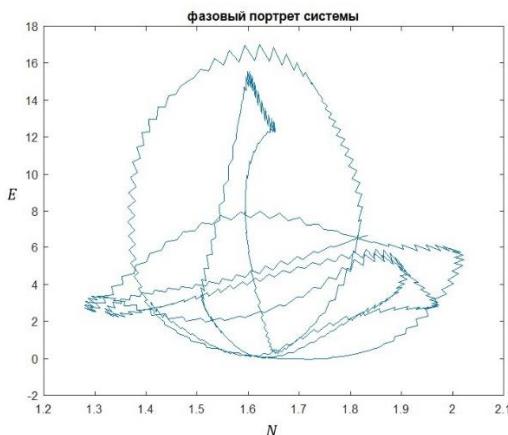
**Дар параграфи сеюми боби мазкур** динамикаи ҳалҳои бисёрсолитонии МВҒШ бо потенсиали худмухтор (25) дар шароити воридшавии беруна ва таъсироти диссипативӣ таҳқиқ мешавад. Системаи асосии муодилаҳо шакли (24)-ро дорад ва ҳалли бисёрсолитонии он бо (26) ифода мешавад. Барои баҳодиҳии ҳусусияти консервативии схемаи ададӣ, интегралҳои шумораи зарраҳо ва энергияи умумӣ истифода шудаанд (ниг. формулаи (26)). Модели тағйирёфта, ки таъсири воридшавии беруна ва ҳомӯшшавиро ба назар мегирад, тавассути системаи зерин муайян карда мешавад:

$$\begin{aligned} i \varphi_{1t} - \varphi_{1xx} + u(x, t)\varphi_1 &= (\varepsilon_1 - \varepsilon_2|\varphi_1|^2)\varphi_1 + \varepsilon_3\varphi_{1xx} - (\varepsilon_0/T) \sum_{n=1}^3 e^{(in\omega_0 t)} \\ i \varphi_{2t} - \varphi_{2xx} + u(x, t)\varphi_2 &= (\varepsilon_1 - \varepsilon_2|\varphi_2|^2)\varphi_2 + \varepsilon_3\varphi_{2xx} - (\varepsilon_0/T) \sum_{n=1}^3 e^{(in\omega_0 t)} \end{aligned} \quad (28)$$

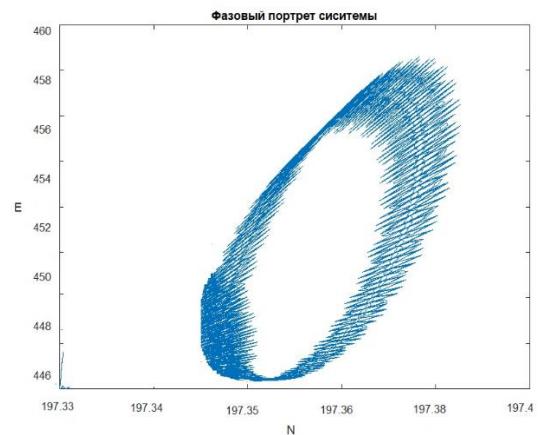
дар он  $\varepsilon_j$  ( $j = 0, 1, 2, 3$ ) – параметрҳои ҳомӯшшавӣ ва воридшавии энергия мебошанд [102],  $\omega_0 = \omega$ ,  $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$ . Барои моделсозии ададӣ схемаи сеқабатаи фарқӣ

дар шаблони панҷнӯқтӣ истифода шудааст, ки шарти устуворӣ  $\tau \leq \frac{h^2}{4}$  -ро таъмин мекунад. Натиҷаҳои бадастомада барои суръати  $v=0.24$  ва параметрҳои  $k_1 = 1$ ,  $\alpha_1 = 0.49$ ,  $\alpha_2 = 1$ ,  $\beta_1 = 0.086$ ,  $\beta_2 = 0.087$ ,  $\lambda = 1$ ,  $\gamma_1 = 1.84$ ,  $\gamma_2 = 1.84$ ,  $\varepsilon_0 = 0.5$ ,  $\varepsilon_1 = 0.5$ ,  $\varepsilon_2 = 0.16$ ,  $\varepsilon_3 = 0.01$  дар расмҳои 52–55 оварда шудаанд. Тавре ки дар расмҳои 52 ва 53 дида мешавад, масирҳои фазогӣ минтақаи маҳдуди фазои ҳолатиро зич пур мекунанд ва соҳтореро ташкил медиҳанд, ки барои «аттрактори ациб» хос мебошад. Ҳамзамон, интегралҳои ҳаракат бо дақиқии баланд нигоҳ дошта мешаванд, ки устувории ҳалро тасдиқ мекунад (расмҳои 54–55). Энергияи алоқа байни компонентҳои бризер тақрибан 14 %-ро ташкил медиҳад, ки ба ҳамтаъсии шадид ва устувории соҳтори бризер ҳамчун объекти динамикӣ ишора мекунад. Чунин рафттор тавозуни нозук байни ғайрихаттӣ, ҳомӯшшавӣ ва воридшавии берунаро инъикос мекунад, ки дар натиҷа маҳдудшавии солитон нигоҳ

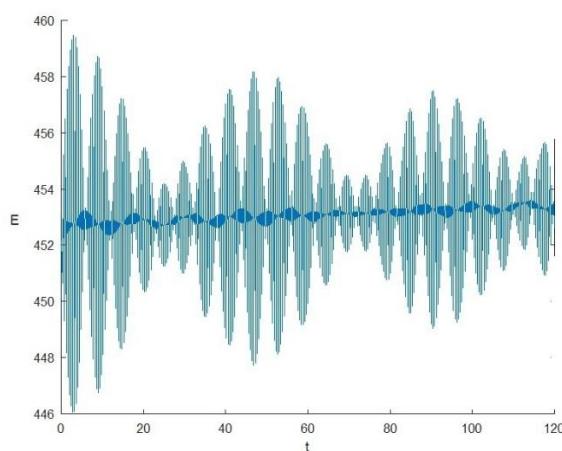
дошта шуда, динамикаи дохилии сершиддат рушд мекунад. Ин натицаҳо ба қобилияти истифодаи бризерҳои диссипативӣ барои интиқол ва коркарди идорашавандай иттилоот дар системаҳои мураккаби бисёркомпонентӣ ишора мекунанд [12-М].



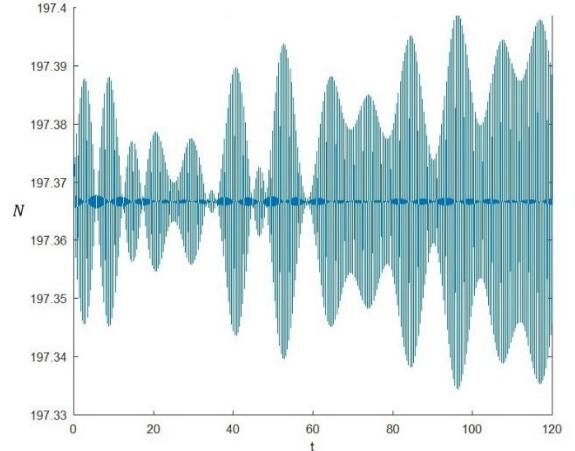
**Расми 52.** – Масири фазогии солитон, ки вобастагии интеграли энергияро дар маркази солитон аз интеграли шумораи зарраҳо дар маркази он инъикос мекунад



**Расми 53.** – Масири фазогии система, ки вобастагии интеграли энергияро аз интеграли шумораи зарраҳо бо дарназардошти хомӯшшавӣ ва воридшавии берунаи майдонҳо дар шароити суръати  $v=0.24$  тасвир мекунад



**Расми 54.** – Интеграли энергияи солитон (бо дарназардошти хомӯшшавӣ ва воридшавии берунаи майдонҳо ҳангоми суръати ҳаракат  $v=0.24$ )



**Расми 55.** – Интеграли шумораи зарраҳои солитон (бо дарназардошти хомӯшшавӣ ва воридшавии берунаи майдонҳо ҳангоми суръати ҳаракат  $v=0.24$ )

Дар параграфи чоруми боби мазкур масъалаи идоракуни интегриши ғайрихаттии маҳдудшуда дар системаҳои физикии диссипативӣ бо ҳадафи таъмин намудани устуворӣ ва мавҷудияти тӯлонии набзи солитонҳои диссипативӣ дар системаи МВФШ бо шакли (24) ва бо потенсиали худмухтор (25)

баррасӣ мегардад. Ҳамчун ҳалли асосӣ, ифодаи (26) мавриди таҳлил қарор мегирад, ки дар доираи усули алгебро-геометрӣ бадаст оварда шудааст [26]. Бо истифода аз моделсозии ададӣ, ҳалҳои бисёрголитонӣ барои ҳолати ангезиши беҳаракат ва ҳамчунин дар шароити ҳаракати поступатсионӣ бадаст оварда шудаанд [7-М]. Силсилаи минбаъдаи таҷрибаҳои ададӣ ба омӯзиши эволютсияи ин ҳалҳо бо дарназардошти воридшавии беруна ва хомӯшшавӣ бахшида шудааст, ба монанди кори Нозаки ва Бекки барои CMFШ бо узви кубӣ [126]. Ба фарқ аз усуле, ки дар [12-М] пешниҳод шудааст, дар ин параграф тарзи дигаре барои ворид намудани чунин таъсирот ба системаи MBFШ (24) истифода мешавад, ки он ба усулҳои баёншуда дар коргоҳи [22-М] асос ёфтааст, ки динамикаи соҳторҳои когерентиро дар муодилаи Гинзбурга–Ландау таҳқиқ кардааст. Дар натиҷа, шакли тағйирёфтаи MBFШ чунин мешавад:

$$\begin{aligned} i\varphi_{1t} - \varphi_{1xx} + u(x, t)\varphi_1 + \nu|\varphi_1|^4\varphi_1 &= i\delta\varphi_1 + i\varepsilon|\varphi_1|^2\varphi_1 + i\beta\varphi_{1xx} + i\mu|\varphi_1|^4\varphi_1 \\ i\varphi_{2t} - \varphi_{2xx} + u(x, t)\varphi_2 + \nu|\varphi_2|^4\varphi_2 &= i\delta\varphi_2 + i\varepsilon|\varphi_2|^2\varphi_2 + i\beta\varphi_{2xx} + i\mu|\varphi_2|^4\varphi_2 \end{aligned} \quad (29)$$

бо потенсиали худмухтор (25), ки дар он  $\nu, \delta, \varepsilon, \beta$  ва  $\mu$  мутаносибан параметрҳои хомӯшшавӣ ва воридшавии майдони берунӣ мебошанд. Дар ҷараёни таҷрибаҳои ададӣ барои баҳодиҳии рафтори система ва назорати устуворӣ, аз интегралҳои импулс, шумораи зарраҳо ва энергияи умумии система

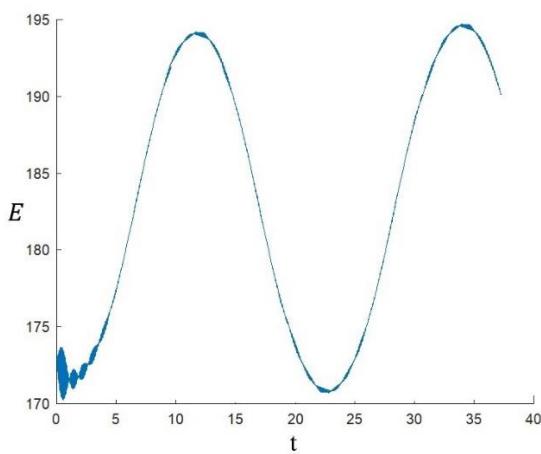
$$P = \frac{i}{2} \int_{-\infty}^{\infty} (\bar{\varphi}_{1x} + \bar{\varphi}_{2x})(\varphi_1 + \varphi_2) - (\varphi_{1x} + \varphi_{2x})(\bar{\varphi}_1 + \bar{\varphi}_2) dx, \quad (30)$$

$$N = \int (|\varphi_1|^2 + |\varphi_2|^2) dx, \quad (31)$$

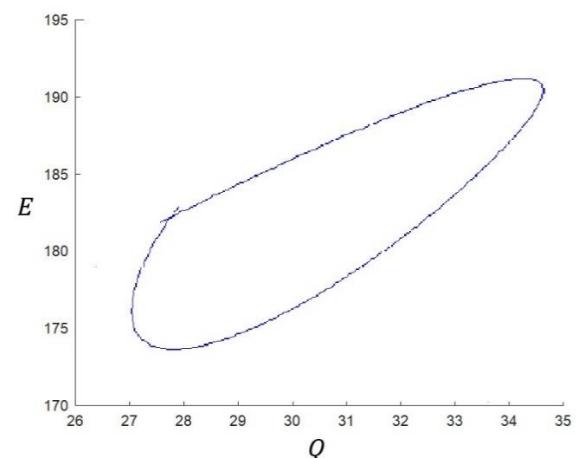
$$E = \int \frac{1}{2} (|\varphi_{1x}|^2 + |\varphi_{2x}|^2) + u(x, t)(|\varphi_1|^2 + |\varphi_2|^2) dx. \quad (32)$$

истифода шудааст. Моделсозии ададӣ нишон медиҳад, ки солитонҳои набздор дар натиҷаи тавозуни байни хомӯшшавӣ, воридшавии беруна ва ҳамтаъсири гайрихаттӣ ташаккул меёбанд. Намунаҳои солитони набздор бо як давра дар расмҳои 56-57 барои параметрҳои зерин пешниҳод шудаанд:  $k_1 = 1, \alpha_1 = 0.36, \alpha_2 = 0.9, \beta_1 = 0.086, \beta_2 = 0.087, \lambda = 1, \gamma_1 = 1.5, \gamma_2 = 1.5, \nu = -1, \mu = -0.4, \varepsilon = -0.6, \delta = 0.6, \beta = 0.15$  моделсозӣ дар интервали  $[-100, 100]$  то замони  $t=40$  гузаронида шудааст. Моделсозии ададии MBFШ (29) бо потенсиали худмухтор дар ҳолати хомӯшшавӣ, воридшавӣ ва суръатҳои гуногуни ҳаракат нишон медиҳад, ки

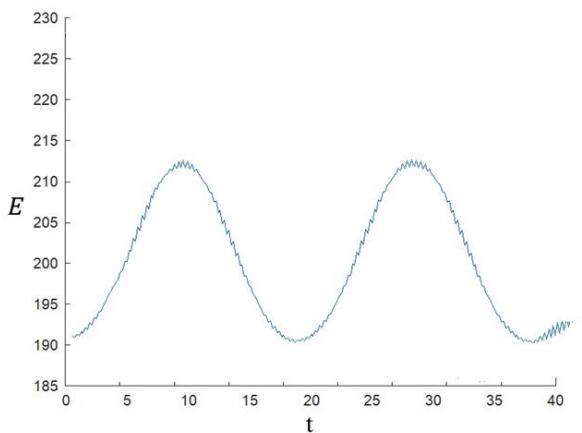
система қобилияти нигоҳ доштани солитонҳои набздори устувор бо як даваро дорад (ниг. расмҳои 54, 55). Ҳангоми суръати муайяншудаи ҳаракат  $v=0.11$ , солитонҳои набздор рафтори устувор нишон медиҳанд, ки ин бо нигоҳ доштани интегралҳои ҳаракат бо дақиқии баланд, ташаккули давраи ніхой, маҳдудшавии фазой ва бифуркатсияи дукарата шудани давра тасдиқ мегардад. Чунин хусусиятҳо мавҷудияти ангезишҳои маҳдудшудаи устуворро дар шароити тавозуни динамикий нишон медиҳанд (ниг. расмҳои 56, 57), ки барои соҳторҳои диссипативии идорашаванда дар муҳитҳои ғайрихаттӣ хос мебошанд [8, 14-М, 45-М].



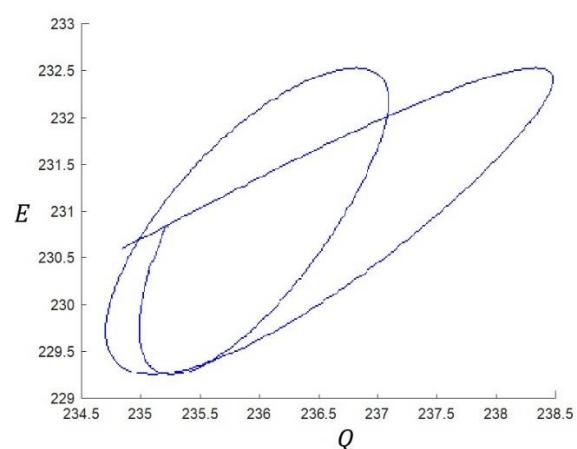
**Расми 56. – Интеграли энергияи солитон**



**Расми 57. – Масири фазогии система, ки вобастагии интеграли шумораи зарраҳоро аз интеграли энергия инъикос меқунад**



**Расми 58. – Интеграли энергияи солитон ҳангоми суръати гайрисифри ҳаракат**



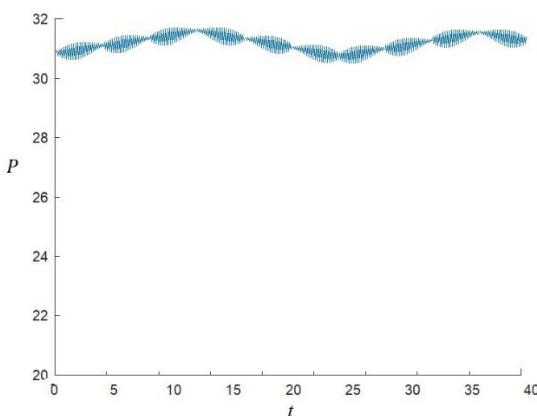
**Расми 59. – Масири фазогии система, ки вобастагии интеграли шумораи зарраҳоро аз интеграли энергияи солитон ҳангоми суръати ҳаракат  $v=0.11$  нишон медиҳад**

**Дар параграфи охирини боби мазкур** раванди ташаккули солитонҳои хаотикӣ тавассути таҳлили бифуркатсияҳо бо набзҳои сершумор баррасӣ мегардад.

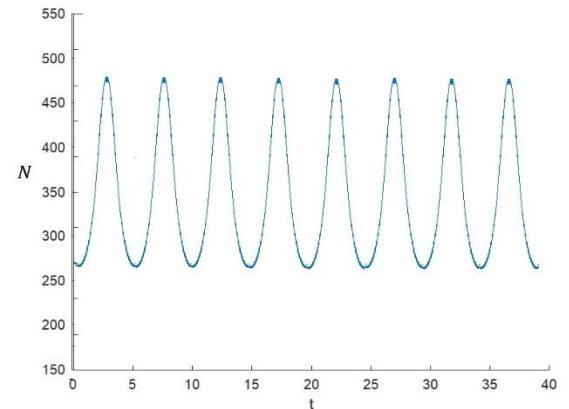
Барои ин, усули ворид кардани хомӯшшавӣ ва воридшавии беруна истифода мешавад, ки ба таври монанд дар муодилаи Свифт–Хоенберг ба кор рафтааст [23-М]. Ин усул нисбат дода мешавад ба МВФШ бо шакли (24) ва бо потенсиали худмухтор (25), ки шакли зеринро мегирад:

$$\begin{aligned} i\varphi_{1t} - \varphi_{1xx} + u(x,t)\varphi_1 + \nu|\varphi_1|^4\varphi_1 &= \\ = i\delta\varphi_1 + i\varepsilon|\varphi_1|^2\varphi_1 + i\beta\varphi_{1xx} + i\mu|\varphi_1|^4\varphi_1 + is\varphi_{1xxxx} \\ i\varphi_{2t} - \varphi_{2xx} + u(x,t)\varphi_2 + \nu|\varphi_2|^4\varphi_2 &= \\ = i\delta\varphi_2 + i\varepsilon|\varphi_2|^2\varphi_2 + i\beta\varphi_{2xx} + i\mu|\varphi_2|^4\varphi_2 + is\varphi_{2xxxx} \end{aligned} \quad (33)$$

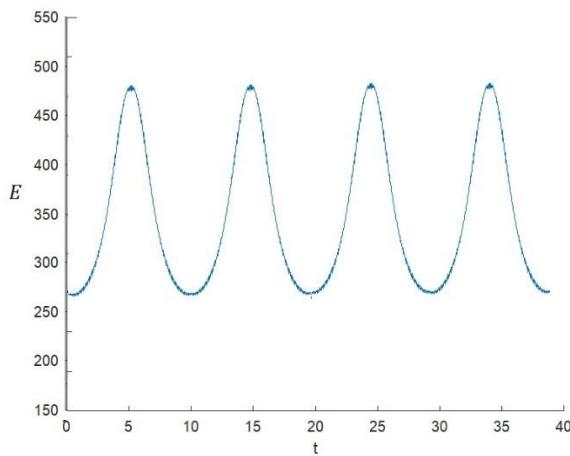
ки дар он  $\nu, \delta, \varepsilon, \beta, \mu$  ва  $s$  параметрҳои хомӯшшавӣ ва воридшавии майдони беруна мебошанд [38, 52]. Ҳал ба шакли (26) интихоб карда мешавад. Дар таҷрибаҳои ададӣ суръати ҳаракати солитон ба қадри  $v=0.13$  муайян карда шудааст, ва барои назорати хусусияти консервативии схемаи ададӣ, интегралҳои импулс (30), шумораи зарраҳо (31) ва энергияи умумии система (32) пайгири мешуданд, ки бо дақиқии баланд нигоҳ дошта мешуданд:  $\frac{\Delta P}{P} \sim 10^{-5} - 10^{-6}$ ,  $\frac{\Delta Q}{Q} \sim 10^{-5} - 10^{-6}$ ,  $\frac{\Delta E}{E} \sim 10^{-6} - 10^{-7}$ .



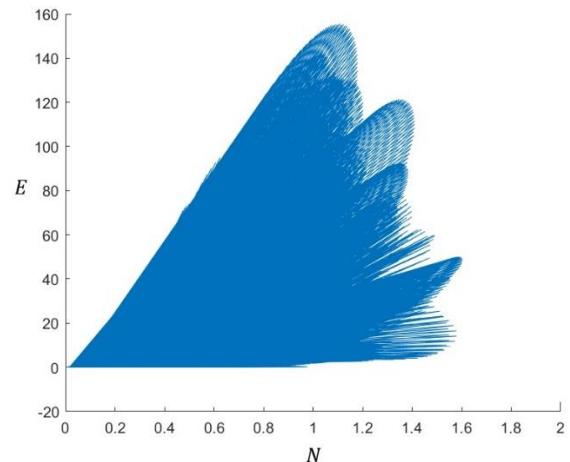
**Расми 60. – Интеграли импулси солитон**



**Расми 61. – Интеграли шумораи зарраҳои солитон**



**Расми 62. – Интеграли энергияи солитон**



**Расми 63. – Масири фазогии система, ки вобастагии зичии шумораи зарраҳоро аз зичии энергияи солитон инъикос мекунад**

Моделсозии ададӣ ҳангоми суръати ҳаракат  $v=0.13$  нишон медиҳад, ки солитон шакли худро ба таври даврӣ тағиیر медиҳад, аммо дар натиҷаи тавозуни динамикӣ байни воридшавии беруна ва хомӯшшавӣ маҳдудшуда боқӣ мемонад. Ҳамзамон, интеграли энергия дар ҳудуди қобили қабул нигоҳ дошта мешавад (ниг. расмҳои 60–62). Таҳлили масири фазогӣ (расми 63) нишон медиҳад, ки дар ҳолати параметрҳои муайян система ба ҳолате бо динамикаи хаотикӣ тамоюл дорад, ки ин раванди ташаккули атTRACTори ацибро инъикос менамояд [8, 15-М].

## ХУЛОСАҲО

Натиҷаҳои бадастомада дар кори мазкур хоси муаллиф буда, аҳамияти илмӣ ва амалии назаррас доранд ва ҷанбаҳои техникию таҳқиқотии илмиро дарбар мегиранд, ки дар зер муфассал шарҳ дода мешаванд:

Қисмати техникӣ (таҳлили аддии масъалаҳои гузошташуда ва моделсозии компьютерӣ):

- Аппроксиматсия барои МСҒШ ва МВҒШ бо дарназардошти сатҳи чоруми гайрихаттӣ таҳия гардидааст; Маҷмӯи воситаҳои барномавӣ барои моделсозии ададӣ таҳия шудааст, ки имкон медиҳад ҳалҳои бисёрысолитонӣ бо дарназардошти хомӯшшавӣ, майдонҳои магнитии беруна ва суръати ғайрисифри ҳаракат таҳқиқ шаванд; ин маҷмӯа дар муҳити Matlab амалӣ карда шудааст;

- Барои ҳисобҳои ададӣ як усули ададии маҳсус таҳия ва татбиқ карда шудааст, ки ба схемаи фарқии ошкори сеқабатаи навъи «leap-frog» асос ёфта, шарти устуворӣ  $\tau \leq \frac{h^2}{4}$  -ро (чое ки  $\tau$  - қадами вақт,  $h$  - қадами координат) қонеъ менамояд;

- Маҷмӯи воситаҳои барномавӣ барои ҳисобҳои итератсионии параметрҳои ҳалҳои системаи муодилаҳои алгебравӣ таҳия гардидааст;

- Моделҳои ададие сохта шудаанд, ки шароити гуногуни марзиро ба назар мегиранд;

- Ҳисобҳои санчишӣ ва озмоиши комплекси барномавии таҳияшуда дар асоси ҳалҳои маълум барои моделҳои эволютсионии ғайрихаттӣ гузаронида шудаанд [36-М – 41-М].

Қисмати илмӣ-тадқиқотӣ:

- Моделҳои ададии нав таҳия шудаанд, ки барои таҳлили динамика ва устуории ҳалҳои дусолитонаи МСФШ бо шартҳои марзии коҳишёбанда истифода мешаванд [1-М, 2-М, 7-М, 18-М, 20-М];

- Усуле таҳия ва амалӣ карда шудааст, ки ворид кардани параметрҳои воридшавӣ ва хомӯшшавиро ба МСФШ бо шартҳои марзии конденсатӣ имконпазир мегардонад, ки он барои моделсозии ададии солитонҳои дисипативии ҳаракаткунанда ва ташаккули солитони хаотикӣ истифода мешавад [1-М, 2-М, 10-М, 11-М, 18-М, 28-М, 30-М];

- Моделҳои ададии таҳияшуда имконият медиҳанд, ки ҳалҳои дусолитонаи событ ва устуори МСФШ барои ҳолатҳои бо потенсиали ҷозибавӣ ва дуркунанда дар мавриди шартҳои гуногуни марзӣ сохта шаванд [2-М, 5-М, 23-М, 24-М, 26-М, 27-М, 42-М];

- Усуле таҳия ва моделсозӣ шудааст, ки хомӯшшавӣ ва воридшавии энергияро барои таҳлили ададии эволютсияи сохторҳои дисипативӣ дар МСФШ бо потенсиали дуркунанда ба ҳисоб мегирад. Дар натиҷа, бори аввал сохторҳои когерентии устувору дарозумр бадаст оварда шуданд [2-М, 4-М, 8-М, 11-М, 13-М, 20-М, 41-М];

- Модели такмилёфтаи МСФШ ҳосил шудааст, ки аз муодилаи Гинзбурга–Ландау бо вучуди потенсиали ҷозибавӣ фарқ мекунад ва инчунин таъсири

хомӯшшавӣ ва воридшавии берунаро ба назар мегирад. Бо моделсозии ададӣ раванди ташаккули солитонҳои диссипативии нодир ва дарозумр таҳқиқ гардидааст [2-М, 9-М, 18-М, 21-М, 40-М];

- Усуле моделсозӣ шудааст, ки барои таҳлили динамикаи мураккаби ангезишҳои маҳдудшуда дар МСФШ бо потенсиали худмухтори ҷозибавӣ истифода мешавад. Дар он ҳам хомӯшшавии ҳаттӣ ва ғайрихаттӣ, ва ҳам воридшавии энергия дар басомадҳои кратии басомади бризер ба назар гирифта шудаанд. Нишон дода шудааст, ки барои бризерҳои диссипативии дарозумр ҷуброни дақиқи талафоти диссипативӣ тавассути воридшавии беруна дар басомадҳои кратии басомади динамикаи онҳо хос аст [2-М, 11-М, 20-М, 28-М, 40-М];

- Моделҳои аддии паҳншавии ангезиши бисёрголитонӣ дар системаҳо бо спинҳои  $S>1/2$ , ки тавассути муодилаи вектории ғайрихаттии Шрёдингер бо потенсиали худмухтор тасвир мешаванд, бадаст оварда шудаанд. Ин моделҳо имкони дарёфти ҳалҳои устувори дусолитониро фароҳам оварданд [7-М, 12-М, 14-М, 19-М, 20-М, 29-М, 30-М, 40-М];

- Раванди мубодилаи иттилоот байни битҳои қвантий бо истифода аз MBFШ моделсозӣ гардидааст. Моделҳои аддие бадаст оварда шудаанд, ки имкони интиқоли сигналро дар системаҳои седараҷай дар шакли бризерҳо нишон медиҳанд [6-М, 17-М, 20-М, 25-М, 39-М];

- Моделҳои аддии таҳлили ҳалҳои бисёрголитонии MBFШ бо потенсиали худмухтор ҳам дар ҳолати беҳаракат ва ҳам дар ҳолати ҳаракаткунанда бадаст оварда шудаанд, ки мавҷудияти динамикаи бризериро нишон медиҳанд [2-М, 6-М, 7-М, 12-М, 14-М, 29-М, 32-М, 35-М, 40-М];

- Усули алтернативии ворид намудани хомӯшшавӣ ва воридшавии беруна ба MBFШ бо потенсиали худмухтор моделсозӣ шудааст, ки ба усули ба муодилаи Гинзбурга–Ландау монанд асос ёфта, барои тавсифи динамикаи соҳторҳои когерентӣ пешбинӣ мегардад. Ин таҳқиқ имкони муайянсозии шароити ташаккули ангезишҳои маҳдуди диссипативии дарозумрро фароҳам овардааст [7-М, 14-М, 17-М, 19-М, 29-М, 30-М, 32-М, 39-М];

- Масъалаи омӯзиши ҳолатҳои маҳдудшудаи МВФШ бо дарназардошти хомӯшшавӣ ва воридшавӣ дар ҳолати суръати ғайрисифрӣ ҳал карда шудааст. Параметрҳое муайян шудаанд, ки дар онҳо бифуркатсияи дукарата шудани давра, ташаккули солитони набздор ва атTRACTОРҲОИ АСИБ ба вучуд меоянд [2-М, 7-М, 12-М, 14-М, 15-М, 17-М, 29-М, 30-М, 33-М, 34-М, 35-М, 43-М].

## ТАВСИЯҲО

Ҳамин тавр, натиҷаҳои тадқиқоти мазкур на танҳо дарки асосии динамика ва устувории солитонҳои диссипативиро дар системаҳои скалярӣ ва вектории ғайрихаттӣ амиқтар мегардонанд, балки дурнамои нави истифодаи амалиашонро низ фароҳам месозанд:

- Натиҷаҳои бадастомада метавонанд дар таҳияи технологияҳои марбут ба нахи оптикаӣ ва системаҳои лазерӣ истифода шаванд. Солитонҳои диссипативӣ ташаккули бастаҳои нурии набздори устувор, идоракунии раванди оптикаи ғайрихаттӣ ва татбиқи онро дар системаҳои коммуникатсионӣ таъмин мекунанд;

- Дар соҳаи физикаи мухитҳои конденсӣ, солитонҳои диссипативӣ ҳамчун модели соҳторҳои маҳдудшуда хидмат намуда, метавонанд барои тавсифи динамика ва ҳамтаъсии ангезишҳо дар конденсатҳои Бозе–Эйнштейн истифода шаванд, ки ба дарки равандҳои худташкилёбӣ дар чунин системаҳо мусоидат менамояд;

- Қонуниятҳои муайяншудаи ташаккул ва эволютсияи соҳторҳои когерентӣ дар системаҳо бо спини баланд асоси таҳияи усулҳои идоракунии кубитҳои серзинавиро фароҳам меоранд. Ин равзанаи навро барои амалӣ намудани ҳисоббарориҳои квантии мураккаб ва моделсозии квантӣ мекушояд;

- Натиҷаҳои тадқиқот метавонанд дар соҳаи спінtronика барои таҳияи дастгоҳҳои каммасрафи насли нав истифода шаванд. Идоракунии динамикаи солитонӣ дар системаҳои баландспинӣ имкон медиҳад, ки унсурҳои устувор ва идорашаванда барои нигоҳдорӣ ва интиқоли иттилоот соҳта шаванд;

- Ҳолатҳои когерентии спинӣ, ки дар ин таҳқиқот тавсиф ёфтаанд, дақиқии баланди ченкуниро таъмин мекунанд, ки онҳоро ба як воситаи мухими таҳияи сенсорҳо ва технологияҳои ченкуни муосири квантӣ табдил медиҳад;

- Маълумоти бадастомада нишон медиҳанд, ки идоракуни динамикаи сохторҳои диссипативӣ тавассути тағйири параметрҳои система, аз қабили шиддати воридшавӣ ва дараҷаи хомӯшшавӣ имконпазир аст. Ин хусусият дар ҳалли масъалаҳои идоракуни раванди ғайрихаттӣ дар системаҳои мураккаби бисёркомпонентӣ татбиқ мешавад;
- Тадқиқот имконпазир будани интиқоли сигналҳоро дар системаҳои седараҷай дар шакли бризерҳо тасдиқ менамояд, ки он паҳншавии самараноки иттилоотро бо нигоҳ доштани устуворӣ ва хусусиятҳои калидӣ дар шароити ҳамтаъсири ғайрихаттӣ таъмин менамояд.

Ҳамин тариқ, натиҷаҳои тадқиқоти мазкур дарки амиқи равандҳои динамикӣ ва устувории солитонҳои диссипативиро дар системаҳои скалярӣ ва вектории ғайрихаттӣ таъмин намуда, дурнамои васеъи истифодаи амалиашонро дар соҳаҳои гуногуни илмӣ ва технологӣ фароҳам месозанд.

# РЎЙХАТИ АДАБИЁТ

## А) Рўйхати манбаъҳои истифодашуда

- [1] **Абдуллоев, X.O.** Общие динамические уравнения в пространстве  $SU(2S+1)/SU(2S)\times U(1)$  и легкоосный магнетик со спином  $S=3/2$  [Текст] / X.O. Абдуллоев, А.Т. Максудов, X.X. Муминов // Физика твердого тела. — 1992. — Т. 34, Вып. 2. — С. 429–432.
- [2] **Абдуллоев, X.O.** Решение нелинейного уравнения Шредингера с учётом самосогласованных потенциалов [Текст] / X.O. Абдуллоев, А.Т. Максудов, М.С. Курбониён // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. — 2017. — Т. 60, № 1–2. — С. 50–56.
- [3] **Абдуллоев, X.O.** Системы уравнений для ферромагнетиков с обменной и одноионной анизотропией [Текст] / X.O. Абдуллоев, А.Т. Максудов, X.X. Муминов // Физика твердого тела. — 1992. — Т. 34, Вып. 2. — С. 544–547.
- [4] **Абловиц, М.** Солитоны и метод обратной задачи [Текст] / М. Абловиц, X. Сигур. — М.: Книга по требованию, 2012. — 478 с.
- [5] **Абловиц, М.** Солитоны и нелинейные уравнения: введение [Текст] / М. Абловиц, X. Сигур. — Филадельфия: SIAM, 1981. — 420 с.
- [6] **Амосов, А. А.** MATLAB и численные методы / А. А. Амосов, А. С. Тулупов. — М.: БИНОМ, 2012. — 240 с.
- [7] **Андреев, А. Ф.** Динамика спиновых систем / А. Ф. Андреев, И. А. Лукьянов. — М.: Физматлит, 2003. — 384 с.
- [8] **Ахмедиев, Н.** Диссипативные солитоны [Текст] / Н. Ахмедиев, А. Анкевич. — М.: Физматлит, 2008. — 504 с.
- [9] **Белова, Т.И.** Солитоны и их взаимодействия в классической теории поля [Текст] / Т.И. Белова, А.Е. Кудрявцев // УФН. — 1997. — Т. 167, № 4. — С. 377–406.
- [10] **Беляев, А. А.** Методы математического моделирования и их применение / А. А. Беляев. — СПб.: Политехника, 2007. — 292 с.
- [11] **Боголюбский, И.Л.** Сравнительный анализ устойчивости одномерных и сферически-симметричных солитонов скалярного поля с самодействием  $\lambda\phi^4$  [Текст] / И.Л. Боголюбский // ТМФ. — 1980. — Т. 43. — С. 378–385.
- [12] **Буллаф, Р.** Солитоны [Текст] / Р. Буллаф, Ф. Кодри (ред.). — М.: Мир. — 1983. — 408 с.
- [13] **Гаврилов, С. П.** Постановка задачи и методы математического моделирования / С. П. Гаврилов, В. И. Казаков. — СПб.: Лань, 2016. — 420 с.
- [14] **Гальперин, Ю. М.** Взаимодействие электронов и спиновые состояния в кристаллах / Ю. М. Гальперин, В. Л. Гинзбург. — М.: Наука, 1982. — 368 с.
- [15] **Грехов, И. В.** Нелинейные волны в активных средах / И. В. Грехов, А. В. Тарасов. — СПб.: Наука, 2005. — 280 с.

- [16] **Гилатов, А. Р.** Численные методы в MATLAB / А. Р. Гилатов. — Уфа: Изд-во УГАТУ, 2015. — 270 с.
- [17] **Гилатов, А. Р.** Численные методы в инженерных расчетах на MATLAB / А. Р. Гилатов. — Казань: Фен, 2017. — 320 с.
- [18] **Гилатов, А. Р.** Численные методы и математическое моделирование в MATLAB / А. Р. Гилатов. — Уфа: Изд-во УГАТУ, 2018. — 280 с.
- [19] **Гилатов, А. Р.** Практикум по MATLAB: вычислительная математика и численные методы / А. Р. Гилатов. — СПб.: Лань, 2019. — 360 с.
- [20] **Годунов, С. К.** Численные методы математического моделирования / С. К. Годунов. — Новосибирск: Наука, 2005. — 456 с.
- [21] **Давыдов, А.С.** Солитоны в молекулярных системах [Текст] / А.С. Давыдов. — Киев: Наукова думка, 1984. — 200 с.
- [22] **Додд, Р.** Солитоны и нелинейные волновые уравнения [Текст] / Р. Додд, Дж. Эйблс, Дж. Гибbon, X. Morris. — M.: Мир, 1988. — 450 с.
- [23] **Дразин, П.Г.** Солитоны: введение [Текст] / П.Г. Дразин, Р.С. Джонсон. — Кембридж: Cambridge University Press, 1989. — 256 с.
- [24] **Дубровин, Б.А.** Интегрируемые системы [Текст] / Б.А. Дубровин, И.М. Кричевер, С.П. Новиков // Динамические системы — 4. Итоги науки и техники. Серия: Современные проблемы математики. Фундаментальные направления. — М.: ВИНИТИ, 1985. — Т. 4. — С. 179–277.
- [25] **Дубровин, Б.А.** О некоторых нелинейных моделях [Текст] / Б.А. Дубровин, И.М. Кричевер, Т.Г. Маланюк, В.Г. Маханьков // Физика элементарных частиц и атомного ядра. — 1988. — Т. 19. — С. 252–276.
- [26] **Дубровин, Б.А.** Точные решения нестационарного уравнения Шредингера с самосогласованными потенциалами [Текст] / Б.А. Дубровин, Т.М. Маланюк, И.М. Кричевер, В.Г. Маханьков // ЭЧАЯ. — 1988. — Т. 19, В. 3. — С. 579–621.
- [27] **Джонсон, М.** Спиновые волны в магнитных системах / М. Джонсон. — М.: Мир, 1973. — 320 с.
- [28] **Забусский, Н.** Солитоны и нелинейные волны [Текст] / Н. Забусский, М. Крускал // Computational Physics. — 1965. — Т. 1. — С. 261–277.
- [29] **Зайцев, Г. М.** Математическое моделирование: методы и алгоритмы / Г. М. Зайцев, И. В. Князев. — М.: Высшая школа, 2012. — 384 с.
- [30] **Захаров, В.Е.** Коллапс ленгмюровских волн [Текст] / В.Е. Захаров // ЖЭТФ. — 1972. — Т. 62. — С. 1745–1759.
- [31] **Захаров, В.Е.** Теория солитонов: Метод обратной задачи [Текст] / В.Е. Захаров, С.В. Манаков, С.П. Новиков, Л.П. Питаевский. — М.: Наука, 1980. — 320 с.
- [32] **Земляная, В.** Численный анализ движущихся солитонов в нелинейном уравнении Шредингера с параметрической накачкой и диссиpацией [Текст] / В. Земляная, И.В. Барашенков // Математическое моделирование. — 2005. — Т. 17, № 1. — С. 65–78.

- [33] **Иванов, Г.Г.** Скачки сохранения и точные решения в нелинейной сигма-модели [Текст] / Г.Г. Иванов // ТМФ. — 1983. — Т. 57, № 1. — С. 45–54.
- [34] **Калиткин, Н.Н.** Численные методы [Текст] / Н.Н. Калиткин; под ред. А.А. Самарского. — М.: Наука, 1978. — 512 с.
- [35] **Камень, А. В.** Численные методы в MATLAB / А. В. Камень, Н. А. Воронцов. — СПб.: Питер, 2010. — 288 с.
- [36] **Кариман, В.** Спиновые волны [Текст] / В. Кариман, Е. Маслов // ЖЭТФ. — 1971. — № 73. — С. 537–545.
- [37] **Кетов, С.В.** Введение в квантовую теорию струн и суперструн [Текст] / С.В. Кетов. — Новосибирск: Наука, 1990. — 368 с.
- [38] **Кившарь, Ю.С.** Оптические солитоны [Текст] / Ю.С. Кившарь, Г.П. Агравал. — М.: Физматлит, 2005. — 648 с.
- [39] **Коновалов, В. Н.** Магнетизм систем с высокими спинами / В. Н. Коновалов. — М.: Наука, 1991. — 320 с.
- [40] **Коткин, Г.Л.** Компьютерное моделирование физических процессов с использованием MATLAB [Текст] / Г.Л. Коткин, В.С. Черкасский. — Новосибирск: НГТУ, 2001. — 173 с.
- [41] **Кошляков, Н. С.** Основы постановки задач математического моделирования / Н. С. Кошляков. — М.: МГТУ, 2018. — 340 с.
- [42] **Кочин, Н. Е.** Основы математического моделирования / Н. Е. Кочин. — М.: Наука, 1987. — 368 с.
- [43] **Кричевер, И.М.** Методы алгебраической геометрии в теории нелинейных уравнений [Текст] / И.М. Кричевер // Успехи математических наук. — 1977. — Т. 32, вып. 6. — С. 183–208.
- [44] **Кричевер, И.М.** Функциональный анализ и его приложения [Текст] / И.М. Кричевер. — 1977. — Т. 20. — С. 42.
- [45] **Кряжев, А. В.** Численные методы решения дифференциальных уравнений / А. В. Кряжев. — М.: Лань, 2013. — 528 с.
- [46] **Кудрявцев, Н.А.** Аналитическая теория нелинейных дифференциальных уравнений [Текст] / Н.А. Кудрявцев. — Москва–Ижевск: ИКИ, 2004. — 360 с.,
- [47] **Кудрявцев, Н.А.** Справочник по нелинейным уравнениям математической физики [Текст] / Н.А. Кудрявцев, В.Ф. Зайцев. — М.: Физматлит, 2002. — 432 с.
- [48] **Курамаев, И. Б.** Численное моделирование диссипативных структур в нелинейных средах / И. Б. Курамаев, А. В. Жуков // Журнал экспериментальной и теоретической физики. — 2017. — Т. 151, № 6. — С. 1245–1252.
- [49] **Ландау, Л.Д.** Теория поля [Текст] / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. — М.: Наука, 1973. — 456 с.
- [50] **Ландау, Л.Д., Лифшиц Е.М.** Электродинамика сплошных сред [Текст] / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. — М.: Наука, 1982. — 197 с.
- [51] **Лапидус, Л.** Численные методы для инженеров и ученых / Л. Лапидус, Г. Пинчес. — М.: Мир, 1984. — 672 с.

- [52] **Максудов, А.Т.** Об одной системе уравнений в теории спиновых волн [Текст] / А.Т. Максудов, Х.О. Абдуллоев, Х.Х. Муминов // Доклады Академии наук Таджикской ССР. — 1991. — Т. 34, № 8. — С. 64–68.
- [53] **Малоземов, А.**, Доменные стенки в материалах с цилиндрическими магнитными доменами [Текст] / А. Малоземов, Дж. Слонзуски. — М.: Мир, 1982. — 348 с.
- [54] **Марчук, Г.И.** Методы вычислительной математики и моделирования / Г. И. Марчук. — Новосибирск: Наука, 1984. — 476 с.
- [55] **Маханьков, В.Г.** Нелинейное уравнение Шредингера с некомпактной изогруппой [Текст] / В.Г. Маханьков, О.К. Пашаев // Теоретическая и математическая физика. — 1982. — Т. 53, № 1. — С. 55–67.
- [56] **Маханьков, В.Г.** Модель Скирма: нуклоны, дибарионы, ядра [Текст] / В.Г. Макханков // ФЭЧАЯ. — 1989. — Т. 20, вып. 2. — С. 401–439.
- [57] **Маханьков, В.Г.** Нелинейная динамика анизотропного легкоплоскостного магнетика со спином S=1 [Текст] / В.Г. Маханьков, Х.О. Абдуллоев, Х.Х. Муминов, А.Т. Максудов // Препринт Объединенного института ядерных исследований, Е 17-90-298. - Дубна, 1990. — 45 с.
- [58] **Маханьков, В.Г.** Солитоны и численный эксперимент [Текст] / В.Г. Маханьков // ЭЧАЯ. — 1983. — Т. 14, в. 1. — С. 123–180.
- [59] **Моррисон, Дж.** Численные методы: введение в алгоритмы, программирование и вычисления / Дж. Моррисон. — М.: ДМК Пресс, 2011. — 352 с.
- [60] **Муминов, Х.Х.** Вопросы теории нелинейных явлений в анизотропном магнетике с учётом мультипольных моментов [Текст]: Автореф. дисс. на соискание уч. ст. докт. наук. — Душанбе, 1996.
- [61] **Муминов, Х.Х.** Новый тип двухсолитонных решений векторного нелинейного уравнения Шрёдингера со смешанными граничными условиями [Текст] / Х. Х. Муминов, Х. О. Абдуллоев, А. Т. Максудов // Журнал технической физики. — 1993. — Т. 63, № 3. — С. 180–185.
- [62] **Муминов, Х.Х.** О соответствии квантовых и классических моделей в теории конденсированных сред [Текст] / Х.О. Абдуллоев, Х.Х. Муминов, А. Максудов // Материалы всесоюзного семинара «Межчастичные взаимодействия в растворах». — 1990. — С. 51–58.
- [63] **Муминов, Х.Х.** Динамика взаимодействий двумерных топологических солитонов в O(3) нелинейной векторной сигма-модели [Текст] / Х. Х. Муминов, Ф. Ш. Шокиров // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. — 2010. — Т. 53. — № 9. — С. 679–685.
- [64] **Муминов, Х.Х.** Новые двумерные бризерные решения O(3) векторной нелинейной сигма-модели [Текст] / Х.Х. Муминов, Ф.Ш. Шокиров // Современные методы теории краевых задач: Материалы Воронежской весенней математической школы «Понтрягинские чтения – XXII». — Воронеж: ВГУ, 2011. — С. 120–123.
- [65] **Муминов, Х.Х.** О существовании и устойчивости двумерных топологических солитонов в модели изотропного классического

- антиферромагнетика Гейзенберга [Текст] / Х.Х. Муминов // Докл. АН Республики Таджикистан. — 2002. — Т. XLV, № 1. — С. 21–27.
- [66] **Муминов, Х.Х.** Пульсирующие солитоны и законы новой теории поля [Текст] / Х.Х. Муминов, Ш.Ф. Шокиров // Автоматика и вычислительная техника. — 2004.
- [67] **Муминов, Х.Х.** Распределение плотности энергии движущихся бризеров  $O(3)$  векторной нелинейной сигма-модели [Текст] / Х.Х. Муминов, Ф.Ш. Шокиров // Современные методы прикладной математики, теории управления и компьютерных технологий (ПМПУКТ-2013): сборник трудов VI Международной конференции. — Воронеж: Издательство полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2013. — С. 163–165.
- [68] **Муминов, Х.Х.** Численное исследование свойств новых одномерных бризероподобных решений нелинейного уравнения Шредингера [Текст] / Х.Х. Муминов, Ш.Ф. Шокиров // Докл. АН Республики Таджикистан. — 2004. — Т. XLVI, № 9–10. — С. 50–55.
- [69] **Муминов, Х.Х.** Численное моделирование эволюции многосолитонных решений скалярного нелинейного уравнения Шредингера с конденсатными граничными условиями [Текст] / Ш. Ф. Мухамедова, Х. Х. Муминов, М. Асгари-Ларими // Учёные записки. — 2018. — № 3 (46). — С. 18–22.
- [70] **Муминов, Х.Х.** Чисто магнонные возбуждения в модели классического ферромагнетика Гейзенберга [Текст] / Х.Х. Муминов // Докл. АН Республики Таджикистан. — 2004. — Т. XLVI, № 9–10. — С. 45–50.
- [71] **Островский, В.С.** О нелинейной динамике сильноанизотропных магнетиков со спинами  $S = 1$  [Текст] / В.С. Островский // Журнал экспериментальной и теоретической физики. — 1986. — Т. 91, № 5. — С. 1690–1701.
- [72] **Паттерсон, Д.** Введение в математическое моделирование / Д. Паттерсон. — М.: Мир, 1999. — 312 с.
- [73] **Переломов, А.М.** Решения типа инстантонов в киральных моделях [Текст] / А.М. Переломов // УФН. — 1981. — Т. 134, вып. 4. — С. 577–609.
- [74] **Питаевский, Л.П.** Физическая кинетика [Текст] / Л.П. Питаевский, Е.М. Лифшиц. — М.: Наука, — 1980. — 448 с.
- [75] **Раджараман, Р.** Солитоны и инстантоны в квантовой теории поля [Текст] / Р. Раджараман; пер. с англ. — М.: Мир, 1985. — 416 с.
- [76] **Райнер, Л.** Квантовая теория поля [Текст] / Л. Райнер. — Волгоград: Издательство «Платон», 1998. — 512 с
- [77] **Рахимов, Ф.К.** Двухсолитонные решения скалярного нелинейного уравнения Шрёдингера с конденсатными граничными условиями [Текст] / Ф.К. Рахимов, Х.О. Абдуллоев, А.Т. Максудов, Х.Х. Муминов. — Журнал технической физики, 1995. — Т. 65, В. 6. — С. 191–196.

- [78] **Рахимов, Ф.К.** Неубывающие двухсолитонные решения СНУШ с различными условиями самосогласования [Текст] / Ф.К. Рахимов. — Тезисы конф. мол. ученых РТ, Душанбе, 1993. — С. 26.
- [79] **Ребби, К.** Солитоны [Текст] / К. Ребби // УФН. — 1980. — Т. 130, вып. 2. — С. 329–356.
- [80] **Рихтмайер, Р.** Разностные методы решения краевых задач [Текст] / Р. Рихтмайер, К. Мортон. — М.: Мир, 1972. — 420 с.
- [81] **Рыскин, Н.М.** Нелинейные волны [Текст] / Н.М. Рыскин, Д.М. Трубецков. — М.: Наука, 2000. — 272 с.
- [82] **Самарский, А.А.** Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры [Текст] / А.А. Самарский, А.П. Михайлов. — М.: Физматлит, 2001. — 320 с.
- [83] **Самарский, А.А.** Методы решения сеточных уравнений [Текст] / А.А. Самарский, Е.С. Николаев. — М.: Наука, 1977. — 592 с.
- [84] **Самарский, А.А.** Устойчивость трехслойных проекционно-разностных схем [Текст] / А.А. Самарский, П.Н. Вабищевич // Математическое моделирование. — 1986. — Т. 8, № 9. — С. 74–84
- [85] **Самарский, А.А.** Численные методы [Текст] / А.А. Самарский, А.В. Гулин. — М.: Наука, 1989. — 432 с.
- [86] **Склянин, Е.К.** О некоторых задачах теории функционалов и их приложениях [Текст] / Е.К. Склянин // Записки научных семинаров ЛОМИ. — 1980. — Т. 95. — С. 55-64.
- [87] **Славнов, Н.А.** Одномерный двухкомпонентный бозе-газ и алгебраический анзац Бете [Текст] / Н.А. Славнов. — Теоретическая и математическая физика, 2015. — Т. 183, № 3. — С. 409–433.
- [88] **Тикадзуми, С.** Физика ферромагнетизма. Магнитные свойства вещества [Текст] / С. Тикадзуми. — Москва: Мир, 1983. — 304 с.
- [89] **Тихонов, А.Н.** Уравнения математической физики и математическое моделирование / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. — М.: Наука, 2004. — 560 с.
- [90] **Тураев, Д.В.** Диссипативные солитоны в системах с дискретной симметрией / Д. В. Тураев, С. К. Турицын // Физика плазмы. — 1998. — Т. 24, № 3. — С. 234–242.
- [91] **Фаддеев, Л.Д.** Гамильтонова система уравнений, описывающая динамику спинов [Текст] / Л.Д. Фаддеев, Л.А. Тахтаджян // Теоретическая и математическая физика. — 1977. — Т. 28, № 1. — С. 18–24.
- [92] **Фарахманд, Э.Я.** Презентация квантовых вычислений, основанных на многоуровневой квантовой системе с помощью ядерного магнитного резонанса (ЯМР) [Текст] / Э.Я. Фарахманд, Х.Х. Муминов // Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук. — 2014. — № 1–2 (130). — С. 84–91.
- [93] **Флетчер, Ч.** Вычислительные методы в динамике сплошных сред / Ч. Флетчер. — М.: Мир, 1991. — 464 с.

- [94] **Фомин, С.В.** Численные методы решения задач математической физики / С. В. Фомин, П. В. Гребенников. — М.: Высшая школа, 2005. — 368 с.
- [95] **Федягин, В.К.** Некоторые аспекты теории солитонов [Текст] / В.К. Федягин // Теоретическая и математическая физика. — 1981. — Т. 46, № 1. — С. 42–52.
- [96] **Фэйргрис, Д.** Численные методы для инженеров и ученых: практическое руководство / Д. Фэйргрис. — М.: ДМК Пресс, 2017. — 464 с.
- [97] **Хансен, С.** Численные методы с примерами в MATLAB / С. Хансен. — М.: ДМК Пресс, 2017. — 352 с.
- [98] **Цвелик, А.М.** Квантовая теория поля в физике конденсированного состояния [Текст] / А.М. Цвелик; пер. с англ. — М.: Физматлит, 2004. — 320 с
- [99] **Пресс, У.Х.** Численные рецепты: искусство научных вычислений / У. Х. Пресс, С. А. Тьюколски, У. Т. Веттерли, Б. П. Фланнери. — М.: Мир, 1992. — 1056 с.
- [100] **Чепмен, С.Дж.** MATLAB: программирование и применение / С. Дж. Чепмен. — 4-е изд. — М.: ДМК Пресс, 2021. — 928 с.
- [101] **Шварц, А.С.** Квантовая теория поля и топология [Текст] / А.С. Шварц. — М.: Наука, 1989. — 400 с.
- [102] **Abdulloev, Kh.O.** [Text] / Kh.O. Abdulloev, A.T. Maksudov, Kh. Muminov // Physica Solid State. — 1992. — Vol. 34. — P. 544.
- [103] **Abdulloev, Kh.O.** [Text] / Kh.O. Abdulloev, M. Aguero, A.V. Makhankov // Proceedings of the IV International Workshop «Solitons and Applications». — Singapore: World Scientific, 1990.
- [104] **Bogolubskaya, A.A.** 2D Topological solitons in the gauged easy-axis Heisenberg antiferromagnet model [Text] / A.A. Bogolubskaya, I.L. Bogolyubsky // Phys. Lett. B. — 1997. — Vol. 395. — P. 269.
- [105] **Bogolyubsky, I.L.** Relativistic soliton stability in a classical  $\phi^4$  field theory [Text] / I.L. Bogolyubsky, E.P. Zhidkov, Yu.V. Katyshev, V.G. Makhankov, A.A. Rastorguev // JINR-P2-9673. — Apr 1976. — 21 p.
- [106] **Bogolyubsky, I.L.** Three-dimensional topological solitons in the lattice model of a magnet with competing interactions [Text] / I.L. Bogolyubsky // Phys. Lett. A. — 1988. — Vol. 126. — P. 511–514.
- [107] **Brusch, L.** Modulated amplitude waves and defect formation in the one-dimensional complex Ginzburg–Landau equation [Text] / L. Brusch, A. Torcini, M. van Hecke, M.G. Zimmermann, M. Bär // Physica D. — 2001. — Vol. 160. — P. 127–148.
- [108] **Burzlaff, J.** CP<sup>2</sup> soliton scattering: simulations and mathematical underpinning [Text] / J. Burzlaff, W.J. Zakrzewski // Nonlinearity. — 1996. — Vol. 9. — P. 1317–1324.
- [109] **Colin, T.** A numerical model for light interaction with a two-level atom medium [Text] / T. Colin, B. Nkonga // Physica D: Nonlinear Phenomena. — 2004. — Vol. 188, No. 1–2. — P. 92–118.

- [110] **Drexler, K.E.** Engines of Creation: The Coming Era of Nanotechnology [Text] / K. E. Drexler. — Doubleday, 1986. — ISBN 0-385-19973-2.
- [111] **Drexler, K.E.** Nanosystems: Molecular Machinery, Manufacturing and Computation [Text] / K. E. Drexler. — New York: John Wiley & Sons, 1992. — ISBN 0-471-57547-X.
- [112] **Elphick, C.** Dynamics of dissipative structures [Text] / C. Elphick, A. Hagberg, B.A. Malomed, E. Meron // Physics Letters A. — 1997. — Vol. 230. — P. 33–38.
- [113] **Fordy, A.** Nonlinear equations and integrable systems [Text] / A. Fordy, P. Kulish // Communications in Mathematical Physics. — 1988. — Vol. 89. — P. 427–438.
- [114] **Heisenberg, W.** Zur Quantentheorie des Magnetismus [Text] / W. Heisenberg // Metallwirtschaft. — 1930. — V. 9. — P. 843–847.
- [115] **Ishimori, Y.** Multivortex solutions of a two-dimensional nonlinear wave equation [Text] / Y. Ishimori // Progress of Theoretical Physics. — 1984. — Vol. 72. — P. 33–37.
- [116] **Kosevich, A.M.** Magnetic solitons [Text] / A.M. Kosevich, A.S. Kovalev, A.V. Ivanov // Phys. Rep. — 1990. — Vol. 194. — P. 117–238.
- [117] **Kundu, A.** Dynamical Models Describing the Interaction of Elementary Excitations in One-Dimensional Systems [Text] / A. Kundu, V.G. Makhankov, O. Pashaev // Physica D. — 1984. — Vol. 11, No. 3. — P. 375–396.
- [118] **Laedke, E.** Nonlinear Wave Dynamics in Plasma [Text] / E. Laedke, K. Spatschek // Physical Review Letters. — 1978. — Vol. 41, No. 21. — P. 1432–1435.
- [119] **Landau, L.D.** [Text] / L.D. Landau, E.M. Lifshitz // Collection of Manuscripts. — Moscow: Nauka, 1969.
- [120] **Makhankov, V. G.** Solitons and Their Applications [Text] / V.G. Makhankov, S.I. Slavov // In: Proceedings of the IVth International Workshop "Solitons and Applications" / Eds. V.G. Makhankov, V.K. Fedyanin, O.K. Pashaev. — Singapore: World Scientific, 1990. — P. 107.
- [121] **Makhankov, V.G.** [Text] / V.G. Makhankov, R.V. Myrzakulov // Physica Scripta. — 1986. — Vol. 34. — P. 163.
- [122] **Makhankov, V.G.** Non-linear effects in quasi-one-dimensional models of condensed matter theory [Text] / V.G. Makhankov, V.K. Fedyanin // Physics Reports. — 1984. — Vol. 104. — P. 1–86.
- [123] **Makhankov, V.G.** Soliton Phenomenology [Text] / V.G. Makhankov — Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1990. — 500 p.
- [124] **Maruno, K.** Exact soliton solutions of the one-dimensional complex Swift-Hohenberg equation [Text] / K. Maruno, A. Ankiewicz, N. Akhmediev // Physica D: Nonlinear Phenomena. — 2003. — Vol. 176. — P. 44–66.
- [125] **Nicolis, G.** Self-Organization in Nonequilibrium Systems — From Dissipative Structures to Order Through Fluctuations [Text] / G. Nicolis, I. Prigogine. — Wiley, NY, 1977. — 491 p.

- [126] **Nozaki, K.** Chaos in a Perturbed Nonlinear Schrödinger Equation [Text] / K. Nozaki, N. Bekki // Modern Physics Letters B. — 1983. — V. 50, No. 17. — P. 1227–1229.
- [127] **Nozaki, K.** Stochastic Instability of Sine-Gordon Solitons [Текст] / K. Nozaki // Physical Review Letters. — 1982. — Vol. 49, № 26. — P. 1883–1885.
- [128] **Rajaraman, R.** Solitons and Instantons [Text] / R. Rajaraman. — North-Holland, Amsterdam, 1982. — 409 p.
- [129] **Salamin, Y.I.** Covariant electron dynamics in two interfering laser beams: analysis of the vacuum beat wave accelerator [Text] / Y.I. Salamin // Physics Letters A. — 2000. — Vol. 270, No. 3–4. — P. 115–121.
- [130] **Thacker, H.B.** Quantum field theories derived from integrable lattice models [Text] / H.B. Thacker // Reviews of Modern Physics. — 1982. — Vol. 53. — P. 253–285.
- [131] **Wolf, S.A.** Spintronics: A Spin-Based Electronics Vision for the Future [Text] / S.A. Wolf, et al. // Science. — 2001. — Vol. 294, Issue 5546. — P. 1488–1495.
- [132] **Yajima, N.** Formation and Interaction of Sonic-Langmuir Solitons: Inverse Scattering Method [Text] / N. Yajima, M. Oikawa // Progress of Theoretical Physics. — 1976. — Vol. 56, No. 6. — P. 1719–1739.
- [133] **Zakharov, V. E.** What is Integrability? [Text] / Edited by V. E. Zakharov. — Berlin: Springer-Verlag, 1991. — 276 p.
- [134] **Zakharov, V.E.** Exact theory of two-dimensional self-focusing and one-dimensional self-modulation of waves in nonlinear media [Text] / V.E. Zakharov, A.B. Shabat // Soviet Physics JETP. — 1972. — Vol. 34. — P. 62–69.
- [135] **Zemlyanaya, E.V.** Oscillatory instabilities of gap solitons in periodic systems [Text] / I.V. Barashenkov, E.V. Zemlyanaya // SIAM J. Appl. Maths. — 2004. — Vol. 64, № 3. — P. 800–817.
- [136] **Zemlyanaya, E.V.** Soliton interaction in a parametrically driven nonlinear Schrödinger equation [Text] / I.V. Barashenkov, E.V. Zemlyanaya // Phys. Rev. Lett. — 1999. — Vol. 83. — P. 2568–2571.

## **Б) Феҳристи интишороти муаллиф доир ба мавзуи диссертатсия**

### **Монографияҳо:**

- [1-М] **Мухамедова, Ш.Ф.** Формирование когерентных структур в нелинейных диссилативных средах: монография / X.X. Муминов, Ш.Ф. Мухамедова // -Худжанд: Издательство Дабир. - 2021. – 182 С. ISBN 978-999-75-75-51-7
- [2-М] **Мухамедова, Ш.Ф.** Математическое моделирование многосолитонных решений скалярных и векторных нелинейных уравнений Шрёдингера: монография / Ш.Ф. Мухамедова, Ф.К. Рахими

// Худжанд: Издательство Дабир. - 2024. – 205 С. ISBN 978-99985-66-70-5

**Мақолаҳое, ки дар маҷаллаҳои тақризшаванда нашр шудаанд ва аз ҷониби КОА назди Президенти Ҷумҳурии Тоҷикистон ва КОА Вазорати маориф ва илми Федератсияи Русия тавсияшуда ба табъ расидаанд:**

- [3-М] **Мухамедова, Ш. Ф.** Диссипативные солитоны уравнения Свифта-Хоенберга / X. X. Муминов, Ш. Ф. Мухамедова // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. – 2015. – Т. 58, № 12. – С. 1091-1095.
- [4-М] **Мухамедова, Ш. Ф.** Численное моделирование эволюции многосолитонных решений скалярного нелинейного уравнения Шредингера с потенциалом отталкивания [Текст] / Ш. Ф. Мухамедова, X. X. Муминов // Учёные записки. — 2018. — № 2 (45). — С. 6–12.
- [5-М] **Мухамедова, Ш. Ф.** Численное моделирование эволюции двухсолитонного решения скалярного нелинейного уравнения Шредингера с притягивающим потенциалом [Текст] / Ш. Ф. Мухамедова, X. X. Муминов // Известия Академии наук Республики Таджикистан. — 2017. — № 3 (168). — С. 44–51.
- [6-М] **Мухамедова, Ш.Ф.** Численное моделирование распространения сигнала в трёхуровневых системах квантовых вычислений в рамках многосолитонных решений векторного нелинейного уравнения Шредингера [Текст] / X. X. Муминов, Ш. Ф. Мухамедова, М. Асгари-Ларими // Известия Академии наук Республики Таджикистан. Отделение физико-математических, химических, геологических и технических наук. — 2017. — № 4(169). — С. 40–55.
- [7-М] **Мухамедова, Ш. Ф.** Численное моделирование многосолитонного решения векторного нелинейного уравнения Шредингера с самосогласованным потенциалом  $\bar{\phi}_1\phi_2 + \phi_1\bar{\phi}_2$  [Текст] / Ш. Ф. Мухамедова, X. X. Муминов, М. Асгари-Ларими // Известия Академии наук Республики Таджикистан. — 2018. — № 1 (170). — С. 33–49.
- [8-М] **Мухамедова, Ш.Ф.** Диссипативные бризеры скалярного нелинейного уравнения Шредингера с отталкивающим потенциалом [Текст] / X. X. Муминов, Ш. Ф. Мухамедова // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. — 2019. — Т. 62, № 1-2. — С. 70–77.
- [9-М] **Мухамедова, Ш.Ф.** Диссипативные солитоны бризерного типа скалярного нелинейного уравнения Шрёдингера с притягивающим потенциалом [Текст] / X. X. Муминов, Ш. Ф. Мухамедова // Известия Академии наук Республики Таджикистан. Отделение физико-математических, химических, геологических и технических наук. — 2019. — № 1(174). — С. 104–124.

- [10-М] **Мухамедова, Ш.Ф.** Некоторые особенности формирования и эволюции диссипативных бризеров скалярного нелинейного уравнения Шрёдингера [Текст] / X. X. Муминов, Ш. Ф. Мухамедова // Известия Академии наук Республики Таджикистан. Отделение физико-математических, химических, геологических и технических наук. — 2019. — № 3(176). — С. 20–31.
- [11-М] **Мухамедова, Ш.Ф.** О бризерах скалярного нелинейного уравнения Шредингера [Текст] / X. X. Муминов, Ш. Ф. Мухамедова // Известия Академии наук Республики Таджикистан. Отделение физико-математических, химических, геологических и технических наук. — 2019. — № 4(177). — С. 49–62.
- [12-М] **Мухамедова, Ш.Ф.** Диссипативные солитоны векторного нелинейного уравнения Шредингера с самосогласованным потенциалом при наличии подкачки [Текст] / X. X. Муминов, Ш. Ф. Мухамедова // Известия Академии наук Республики Таджикистан. Отделение физико-математических, химических, геологических и технических наук. — 2020. — № 2(179). — С. 7–19.
- [13-М] **Мухамедова, Ш.Ф.** Диссипативные солитоны скалярного нелинейного уравнения Шрёдингера [Текст] / X. X. Муминов, Ш. Ф. Мухамедова // Известия Академии наук Республики Таджикистан. Отделение физико-математических, химических, геологических и технических наук. — 2020. — № 3(180). — С. 80–97.
- [14-М] **Мухамедова, Ш.Ф.** Генерация пульсации диссипативных солитонов векторного нелинейного уравнения Шредингера с самосогласованным потенциалом [Текст] / X. X. Муминов, Ш. Ф. Мухамедова // Известия Академии наук Республики Таджикистан. Отделение физико-математических, химических, геологических и технических наук. — 2020. — № 3(180). — С. 55–79.
- [15-М] **Мухамедова, Ш.Ф.** Странный аттрактор в векторном нелинейном уравнении Шредингера [Текст] / X. X. Муминов, Ш. Ф. Мухамедова // Ученые записки Худжандского государственного университета им. академика Б. Гафурова. Серия: Естественные и экономические науки. — 2021. — Т. 57, № 2. — С. 35–42.
- [16-М] **Мухамедова, Ш.Ф.** Математическое моделирование эволюции диссипативных бризеров в нелинейном скалярном уравнении Шрёдингера с отталкивающим потенциалом [Текст] / Ш. Ф. Мухамедова // Известия Национальной академии наук Таджикистана. Отделение физико-математических, химических, геологических и технических наук. — 2024. — № 3(196). — С. 51–66.

- [17-М] **Мухамедова, Ш. Ф.** Устойчивость диссипативных солитонов в скалярном нелинейном уравнении Шрёдингера [Текст] / Ш.Ф. Мухамедова // Ученые записки Худжандского государственного университета им. академика Б. Гафурова. Серия: Естественные и экономические науки. — 2024. — Т. 70, № 3. — С. 32–43.
- [18-М] **Мухамедова, Ш. Ф.** Когерентные структуры векторного нелинейного уравнения Шрёдингера с самосогласованным потенциалом / Ш.Ф. Мухамедова, Ё.М. Мухсинов // Ученые записки Худжандского государственного университета им. академика Б. Гафурова. Серия: Естественные и экономические науки. — 2024. - Т. 71, № 4 - С. 24–43.
- Мақола ва фишурдаҳои асосии интишорот дар дигар нашрияҳо:**
- [19-М] **Мухамедова, Ш.Ф.** Многосолитонные решения скалярного нелинейного уравнения Шрёдингера [Текст] / Ш.Ф. Мухамедова и др. // Фундаментальная и прикладная наука: состояние и тенденции развития: монография. — Петрозаводск: МЦНП «Новая наука», 2023. — С. 299-313.: ил. — Коллектив авторов. ISBN 978-5-00174-887-8
- [20-М] **Мухамедова, Ш.Ф.** Диссипативные солитоны бризерного типа скалярного нелинейного уравнения Шрёдингера с притягивающим потенциалом [Текст] / Ш.Ф. Мухамедова и др. // Цифровизация как драйвер роста науки и образования: монография. — Петрозаводск: МЦНП «Новая наука», 2020. — С. 242–262.: ил. — Коллектив авторов. DOI 10.46916/18012021-2-978-5-00174-089-6
- [21-М] **Мухамедова, Ш. Ф.** Формирование когерентных структур комплексного уравнения Гинзбурга–Ландау [Текст] / Ш. Ф. Мухамедова, X. X. Муминов // X Международная научно-практическая интернет-конференция «Проблемы и перспективы развития науки в начале третьего тысячелетия в странах СНГ». — 2013. — С. 159–161.
- [22-М] **Мухамедова, Ш.Ф.** Формирование когерентных структур в комплексном уравнении Свифта–Хоенберга [Текст] / X. X. Муминов, Ш. Ф. Мухамедова // LII Всероссийская конференция по проблемам динамики, физики частиц, физики плазмы и оптоэлектроники: тезисы докладов, Москва, 17–19 мая 2016 года / Российский университет дружбы народов. – Москва: Российский университет дружбы народов (РУДН), 2016. – С. 52-55.
- [23-М] **Мухамедова, Ш.Ф.** Численное моделирование эволюции двухсолитонного решения скалярного нелинейного уравнения Шредингера с притягивающим потенциалом [Текст] / X. X. Муминов, Ш. Ф. Мухамедова, M. Асгари-Ларими // LIV Всероссийская

конференция по проблемам динамики, физики частиц, физики плазмы и оптоэлектроники: материалы конференции, Москва, 14–18 мая 2018 года / Российский университет дружбы народов. — Москва: Российский университет дружбы народов (РУДН), 2018. — С. 67–70.

- [24-М] **Мухамедова, Ш.Ф.** Диссипативные солитоны бризерного типа скалярного нелинейного уравнения Шрёдингера с притягивающим потенциалом [Текст] / X. X. Муминов, Ш. Ф. Мухамедова // Материалы XI международной научно-теоретической конференции, посвящённой 70-летию образования Таджикского национального университета и 70-летию доктора физико-математических наук, профессора Юнуси Махмадюсуф Камарзод. — Душанбе, 27–28 декабря 2018 г. — С. 180–185.
- [25-М] **Мухамедова, Ш.Ф.** О распространении сигнала в трёхуровневых системах квантовых вычислений [Текст] / X. X. Муминов, Ш. Ф. Мухамедова // Материалы VI Международной конференции «Современные проблемы физики», посвящённой 110-летию академика Академии наук Республики Таджикистан С.У. Умарова и 90-летию академика Академии наук Республики Таджикистан А.А. Адхамова. - Душанбе, «Эр-граф». – 2018. - С.62-66. ISBN 978-99975-67-83-3.
- [26-М] **Мухамедова, Ш.Ф.** Диссипативные солитоны бризерного типа скалярного нелинейного уравнения Шрёдингера с притягивающим потенциалом [Текст] / Ш. Ф. Мухамедова // Материалы Республиканская научно-практическая конференция на тему «Математическое и компьютерное моделирование физических процессов». – Душанбе. - 25 октября 2019г. - С. 86-90.
- [27-М] **Мухамедова, Ш.Ф.** Численное моделирование двухсолитонного решения скалярного нелинейного уравнения Шредингера с притягивающим потенциалом [Текст] / Ш. Ф. Мухамедова // Сборник статей республиканской научно-практической конференции на тему «Современные пути защиты информации в процессе развития информационно-коммуникационных технологий», посвященной годам 2020–2040 — «Десятилетие изучения и развития естественных, точных и математических наук в области науки и образования Республики Таджикистан». – Душанбе. - 24-25 апреля 2020 года. - С. 23-29.
- [28-М] **Мухамедова, Ш.Ф.** Бризерная динамика многосолитонных решений скалярного нелинейного уравнения Шредингера с конденсатными граничными условиями [Текст] / X. X. Муминов, Ш. Ф. Мухамедова // Материалы LVI Всероссийской конференция по проблемам динамики,

физики частиц, физики плазмы и оптоэлектроники. Российский университет дружбы народов. — Москва. - 18-22 мая 2020 г. С. 126-130 ISBN 978-5-209-10695-1.

- [29-М] **Мухамедова, Ш.Ф.** Диссипативные солитоны векторного нелинейного уравнения Шрёдингера с самосогласованным потенциалом  $\bar{\varphi}1\varphi2+\varphi1\bar{\varphi}2$  при наличии подкачки [Текст] / X. X. Муминов, Ш. Ф. Мухамедова // Материалы VII Международной конференции «Современные проблемы физики». Душанбе: изд-во «Дониш». – 2020. - С. 308-312
- [30-М] **Мухамедова, Ш.Ф.** Пульсирующие солитоны векторного нелинейного уравнения Шредингера с самосогласованным потенциалом [Текст] / Ш.Ф. Мухамедова, X.X. Муминов // Материалы международной научно-практической конференции, посвященной «Десятилетию изучения и развития естественных, точных и математических наук в области науки и образования». — Худжанд, 18 мая 2021 года. — С. 151–156.
- [31-М] **Мухамедова, Ш.Ф.** Диссипативные солитоны скалярного нелинейного уравнения Шрёдингера [Текст] / X. X. Муминов, Ш. Ф. Мухамедова // Материалы LVII Всероссийской конференции по проблемам динамики, физики частиц, физики плазмы и оптоэлектроники. Москва. – РУДН. - 17–21 мая 2021 г. – С. 23-28.
- [32-М] **Мухамедова, Ш.Ф.** Формирование странного аттрактора в векторном нелинейном уравнении Шрёдингера [Текст] / X.X. Муминов, Ш.Ф. Мухамедова // IV Международная научно-практическая конференция «Scientific community: interdisciplinary research» — Busse Verlag GmbH (Гамбург, Германия), 18–19 мая 2021.
- [33-М] **Мухамедова, Ш.Ф.** Формирование странного аттрактора в векторном нелинейном уравнении Шрёдингера [Текст] / X.X. Муминов, Ш.Ф. Мухамедова // LVIII Всероссийская конференция по проблемам динамики, физики частиц, физики плазмы и оптоэлектроники Россия, г. Москва, РУДН. 23-27 мая 2022 г.
- [34-М] **Мухамедова, Ш.Ф.** Странный аттрактор в векторном нелинейном уравнении Шрёдингера [Текст] / Ш.Ф. Мухамедова // Международный научно-практический журнал ENDLESS LIGHT in SCIENCE. — 17 Декабря 2022. Алматы, Казахстан — № 17. – С. 258-264. ISSN: 2709-1201
- [35-М] **Мухамедова, Ш.Ф.** Бифуркация диссипативных солитонов в векторном нелинейном уравнении Шредингера [Текст] / Ш.Ф. Мухамедова // Материалы LIX Всероссийской конференции по

проблемам динамики, физики частиц, физики плазмы и оптоэлектроники. — Москва: Российский университет дружбы народов, 2022. — С. 145–152.

[36-М] **Мухамедова, Ш.Ф.** Численное моделирование эволюции двухсолитонного решения скалярного нелинейного уравнения Шрёдингера с притягивающим потенциалом [Текст] / Ш.Ф. Мухамедова // Материалы международной научно-практической конференции «Математика в современном мире». — Худжанд: ТГУПБП. - 2024. — С. 112–118.

[37-М] **Mukhamedova, Sh.F.** Chaotic dynamics of solitons in classical Heisenberg antiferromagnet model [Text] / Sh.F. Mukhamedova, Kh.Kh. Muminov // Mathematical Modeling and Computational Physics 2013, Joint Institute for Nuclear Research, Laboratory of Information Technologies, Dubna, Moscow Region, Russia. — July 8–12, 2013. — Р. 134-142

**Шаҳодатномаҳо дар бораи бақайдгирии давлатии  
мұchtамаъи таҳияшудаи барномаҳои компьютерӣ**

[38-М] **Мухамедова, Ш. Ф.** Пакет компьютерных программ для численного моделирования формирования когерентных структур в двумерном комплексном уравнении Гинзбурга–Ландау [Текст] / X.X. Муминов, Ш.Ф. Мухамедова // Свидетельство о регистрации информационного ресурса. Национальный патентно-информационный центр Министерства экономического развития и торговли Республики Таджикистан. — № 4271300257. — 15.03.2013.

[39-М] **Мухамедова, Ш. Ф.** База данных программ численного моделирования комплексного уравнения Свифта–Хоенберга [Текст] / X.X. Муминов, Ш.Ф. Мухамедова // Свидетельство о регистрации информационного ресурса. Национальный патентно-информационный центр Министерства экономического развития и торговли Республики Таджикистан. — № 4291600330. — 27.01.2016.

[40-М] **Мухамедова, Ш. Ф.** База данных для моделирования распространения локализованного лазерного пучка в фотонных кристаллах [Текст] / X.X. Муминов, Ш.Ф. Мухамедова // Свидетельство о регистрации информационного ресурса. Национальный патентно-информационный центр Министерства экономического развития и торговли Республики Таджикистан. — № 4201700360. — 18.12.2017.

[41-М] **Мухамедова, Ш. Ф.** База данных для моделирования поведения Бозе–Эйнштейновского конденсата [Текст] / X.X. Муминов, Ш.Ф. Мухамедова // Свидетельство о регистрации информационного ресурса. Национальный патентно-информационный центр

Министерства экономического развития и торговли Республики Таджикистан. — № 4201700362. — 18.12.2017.

- [42-М] **Мухамедова, Ш. Ф.** База данных для численного моделирования эволюции многосолитонных решений скалярного нелинейного уравнения Шрёдингера с потенциалом отталкивания [Текст] / X.X. Муминов, Ш.Ф. Мухамедова // Свидетельство о регистрации информационного ресурса. Национальный патентно-информационный центр Министерства экономического развития и торговли Республики Таджикистан. — № 1202000471. — 26.02.2021.
- [43-М] **Мухамедова, Ш. Ф.** База данных для численного моделирования эволюции двухсолитонного решения скалярного нелинейного уравнения Шрёдингера с притягивающим потенциалом [Текст] / X.X. Муминов, Ш.Ф. Мухамедова // Свидетельство о регистрации информационного ресурса. Национальный патентно-информационный центр Министерства экономического развития и торговли Республики Таджикистан. — № 1202000472. — 26.02.2021.
- [44-М] **Мухамедова, Ш. Ф.** База данных для численного моделирования распространения сигнала в трёхуровневых системах квантовых вычислений в рамках многосолитонных решений векторного нелинейного уравнения Шрёдингера [Текст] / X.X. Муминов, Ш.Ф. Мухамедова, Х.М. Содикова // Свидетельство о регистрации информационного ресурса. Национальный патентно-информационный центр Министерства экономического развития и торговли Республики Таджикистан. — № 1202000473. — 26.02.2021.



## АННОТАЦИЯ

**диссертации Мухамедовой Шоиры Файзуллоевны на тему «Формирование и динамика когерентных структур в нелинейных диссипативных системах со спинами  $S \geq 1/2$ », на соискание учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»**

**Ключевые слова:** нелинейные эволюционные уравнения, квантовые спиновые системы, разностные схемы, диссипативные системы, когерентные структуры, солитон, бризер, диссипативные солитоны, хаотические солитоны

**Целью исследования** является разработка теоретических моделей и методов анализа формирования и динамики когерентных структур в нелинейных диссипативных системах со спинами  $S \geq 1/2$ , а также выявление ключевых механизмов, определяющих их поведение и свойства в условиях нелинейных взаимодействий, диссипации и подкачки.

**Объектами исследования** являются устойчивые когерентные структуры нелинейных диссипативных системах, а также квантовые системы с высоким значением спина.

**Предметом исследования** являются процессы формирования, эволюции и взаимодействия когерентных структур, таких как диссипативные солитоны, в нелинейных диссипативных ферромагнитных системах со спинами  $S \geq 1/2$ .

**Научная новизна** исследования заключается в разработке новых математических моделей и методов, описывающих: динамику когерентных структур в нелинейных диссипативных системах с высокими значениями спина, включая многосолитонные решения скалярных и векторных версий нелинейного уравнения Шрёдингера; эволюцию многосолитонных решений с учетом диссипации и внешней подкачки, что позволило выявить механизмы формирования и устойчивости локализованных возбуждений; влияние осциллирующих внешних полей на стабильность и динамику солитонных решений в нелинейных диссипативных системах; формирование теоретической базы для описания нелинейных диссипативных систем с высокими спинами, открывающей новые возможности для изучения взаимодействий когерентных структур и солитонов; алгоритмы, численные схемы и программные комплексы, обеспечивающие возможность точного численного моделирования эволюции когерентных структур в нелинейных эволюционных уравнениях в условиях диссипации и внешнего воздействия.

## АННОТАЦИЯ

**диссертации Мухамедовой Шоиры Файзуллоевны на тему «Формирование и динамика когерентных структур в нелинейных диссипативных системах со спинами  $S \geq 1/2$ », представленной на соискание учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»**

**Ключевые слова:** нелинейные эволюционные уравнения, квантовые спиновые системы, разностные схемы, диссипативные системы, когерентные структуры, солитон, бризер, диссипативные солитоны, хаотические солитоны

**Целью исследования** является разработка теоретических моделей и методов анализа формирования и динамики когерентных структур в нелинейных диссипативных системах со спинами  $S \geq 1/2$ , а также выявление ключевых механизмов, определяющих их поведение и свойства в условиях нелинейных взаимодействий, диссипации и подкачки.

**Объектами исследования** являются устойчивые когерентные структуры нелинейных диссипативных системах, а также квантовые системы с высоким значением спина.

**Предметом исследования** являются процессы формирования, эволюции и взаимодействия когерентных структур, таких как диссипативные солитоны, в нелинейных диссипативных ферромагнитных системах со спинами  $S \geq 1/2$ .

**Научная новизна** исследования заключается в разработке новых математических моделей и методов, описывающих: динамику когерентных структур в нелинейных диссипативных системах с высокими значениями спина, включая многосолитонные решения скалярных и векторных версий нелинейного уравнения Шрёдингера; эволюцию многосолитонных решений с учетом диссипации и внешней подкачки, что позволило выявить механизмы формирования и устойчивости локализованных возбуждений; влияние осциллирующих внешних полей на стабильность и динамику солитонных решений в нелинейных диссипативных системах; формирование теоретической базы для описания нелинейных диссипативных систем с высокими спинами, открывающей новые возможности для изучения взаимодействий когерентных структур и солитонов; алгоритмы, численные схемы и программные комплексы, обеспечивающие возможность точного численного моделирования эволюции когерентных структур в нелинейных эволюционных уравнениях в условиях диссипации и внешнего воздействия.

## АННОТАЦИЯ

**ба диссертатсияи Муҳамедова Шоира Файзуллоевна дар мавзӯи «Ташаккул ва динамикаи сохторҳои когерентӣ дар системаҳои диссипативии ғайрихаттӣ бо спинҳои  $S \geq 1/2$ », ки барои дарёфти дараҷаи илмии доктори илмҳои физикаю математика аз рӯи ихтисоси 05.13.18 – «Амсилаҳозии математикӣ, методҳои ададӣ ва мұчтамаъи барномаҳо» пешниҳод шудааст**

**Калимаҳои қалидӣ:** муодилаҳои эволюционии ғайрихаттӣ, системаҳои квантии спинӣ, схемаи фарқӣ, системаҳои диссипативӣ, сохторҳои когерентӣ, солитон, бризер, солитонҳои диссипативӣ, солитонҳои хаотикӣ.

**Мақсади таҳқиқот** таҳияи моделҳои назариявӣ ва усулҳои таҳдил барои ташаккул ва динамикаи сохторҳои когерентӣ дар системаҳои диссипативии ғайрихаттӣ бо спинҳои  $S \geq 1/2$ , инчунин муайян намудани механизмҳои асосӣ, ки рафтор ва хусусиятҳои онҳоро дар шароити мутақобилаи ғайрихаттӣ, хомӯшшавӣ ва дамкунӣ муайян мекунанд.

**Объекти таҳқиқот** ин сохторҳои когерентии устувор дар системаҳои диссипативии ғайрихаттӣ, инчунин системаҳои квантии бо спинҳои баланд мебошад.

**Предмети таҳқиқот** равандҳои ташаккул, эволюсия ва таъсири мутақобилаи сохторҳои когерентӣ, аз ҷумла солитонҳои диссипативӣ, дар системаҳои ферромагнитии диссипативии ғайрихаттӣ бо спинҳои  $S \geq 1/2$  ташкил медиҳад.

**Навгонии илмии таҳқиқот** дар таҳияи моделҳои нави математикӣ ва усулҳо ифода меёбанд, ки чунин равандҳоро тавсиф мекунанд: динамикаи сохторҳои когерентӣ дар системаҳои диссипативии ғайрихаттӣ бо спинҳои баланд, аз ҷумла ҳалли бисёрсолитонии навъи скалярӣ ва вектории муодилаи ғайрихаттии Шрёдингер; эволюсияи ҳалли бисёрсолитонӣ бо назардошти хомӯшшавӣ ва дамкунии беруна, ки механизмҳои ташаккул ва устувории ангезаҳои маҳдуд муайян мекунад; таъсири майдонҳои оссилятсионии беруна ба устуворӣ ва динамикаи ҳалли солитонии системаҳои диссипативии ғайрихаттӣ; ташаккули заминаи назариявӣ барои тавсифи системаҳои диссипативии ғайрихаттии дори спинҳои баланд, ки имкониятҳои нави омӯзиши ҳамтаъсирии сохторҳои когерентӣ ва солитонҳоро фароҳам меорад; алгоритмҳо, схемаҳои ададӣ ва маҷмӯи барномавӣ, ки имкон медиҳанд моделсозии дақиқи эволюсияи сохторҳои когерентӣ дар муодилаҳои эволюционии ғайрихаттии дар шароити хомӯшшавӣ ва таъсири беруна анҷом дода шавад.

## ANNOTATION

**for the dissertation of Shoira Faizulloevna Mukhammedova on the topic  
"Formation and Dynamics of Coherent Structures in Nonlinear Dissipative  
Systems with Spins  $S \geq 1/2$ ", submitted for the degree of Doctor of Physical and  
Mathematical Sciences in the specialty 05.13.18 – " Mathematical modeling,  
numerical methods and software packages"**

**Keywords:** nonlinear evolutionary equations, quantum spin systems, difference schemes, dissipative systems, coherent structures, soliton, breather, dissipative solitons, chaotic solitons

**The objective of this research** is to develop theoretical models and analytical methods for the formation and dynamics of coherent structures in nonlinear dissipative systems with spins  $S \geq 1/2$ , as well as to identify key mechanisms that determine their behavior and properties under conditions of nonlinear interactions, dissipation, and external pumping.

**The objects of the research** are stable coherent structures in nonlinear dissipative systems and quantum systems with high spin values.

**The subject of the research** is the processes of formation, evolution, and interaction of coherent structures, such as dissipative solitons, in nonlinear dissipative ferromagnetic systems with spins  $S \geq 1/2$ .

**The scientific novelty** of the research lies in the development of new mathematical models and methods describing: the dynamics of coherent structures in nonlinear dissipative systems with high spin values, including multisoliton solutions of scalar and vector versions of the nonlinear Schrödinger equation; the evolution of multisoliton solutions considering dissipation and external pumping, which allowed identifying the mechanisms of formation and stability of localized excitations; the influence of oscillating external fields on the stability and dynamics of soliton solutions in nonlinear dissipative systems; the formation of a theoretical basis for describing nonlinear dissipative systems with high spins, opening up new opportunities for studying the interactions of coherent structures and solitons; algorithms, numerical schemes, and software complexes, enabling accurate numerical modeling of the evolution of coherent structures in nonlinear evolutionary equations under dissipation and external influence.