УДК 517.917

На правах рукописи

Нусайриев Мастибек Алиёрбекович

ПОСТРОЕНИЕ ИНВАРИАНТНЫХ МНОГООБРАЗИЙ СИСТЕМ РАЗНОСТНЫХ УРАВНЕНИЙ

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук по специальности
05.13.18 - Математическое моделирование, численные методы и
комплексы программ

Д У Ш А Н Б Е - 2 0 1 9

Работа выполнена в Таджикском техническом университете
имени академика М.С.Осими

НАУЧНЫЙ РУКОВОДИТЕЛЬ:	**Курбаншоев Сафарали Завкибекович** доктор физико-математических наук, профессор
ОФИЦИАЛЬНЫЕ ОППОНЕНТЫ:	**Исмати Мухамадджон** доктор физико-математических наук, профессор кафедры математики в экономике Института предпринимательства и сервиса **Одинаев Раим Назарович** кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Математическое и компьютерное моделирование» Таджикского национального университета
ВЕДУЩАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ	Таджикский государственный педагогический университет им. С.Айни

Защита состоится 12 09 2019 г. в 14 00 часов на заседании диссертационного совета 6D.КОА-013 на механико математическом факултете Таджикского национального университета по адресу: 734027, г. Душанбе, ул.Буни-Хисорак, корпус 17, аудитория 203.

С диссертацией можно ознакомиться в центральной научной библиотеке Таджикского национального университета или на сайте: http://www.tnu.tj

Автореферат разослан“____” ____________ 2019 г.

Учёный секретарь диссертационного совета,
кандидат физико-математических наук,
доцент **Садуллоев Р.И.**

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Во многих областях естествознания широко используются нелинейные дифференциальные и разностные уравнения. Стремление к более точному математическому описанию физических явлений, как правило, приводит к усложнению уравнений и увеличению их порядка. Лишь немногие из нелинейных уравнений, описывающих реальные физические процессы, допускают точное решение.

В работах А.Пуанкаре[1] и А.М.Ляпунова[2] были разработаны качественные методы исследования свойства решений системы разностных уравнений, использование которых не требовало полного интегрирования исследуемых систем. С увеличением порядка рассматриваемых систем разностных уравнений задачи качественного исследования значительно усложняется. Поэтому уже в работах А.Пуанкаре и А.М.Ляпунова стали разрабатываться новые методы, позволяющие понижать порядок исследуемых систем с помощью объединения в одно целое множества различных решений. Совокупность этих методов получила впоследствии название теории интегральных многообразий (ИМ).

В теории дифференциальных уравнений большую роль играют интегральные многообразия решений, введенные в работах А.Пуанкаре, А.М.Ляпунова, Н.Н.Боголюбова, Ю.А.Митропольского[3]. Идеи А.Пуанкаре и А.М.Ляпунова впоследствии были существенно развиты Н.Н.Боголюбовым и Ю.А.Митропольским. После работ Н.Н.Боголюбовым и Ю.А.Митропольского, начиная с 1957 года, теория интегральных многообразий получила свое развитие в работах советских ученых: А.А.Андронова[4], Дж.Биркгофа[5], К.Г.Валеева[6], Ю.Л.Далецкого и М.Г.Крейна[7], Н.П.Еругина[8], К.В.Задирака[9]а также и зарубежными учеными Я.Курцвейль,[10] Х.Массера и Х.Шеффер[11], Ю.Мозер[12] и др.

В диссертационной работе предлагается изучение свойств интегральных многообразий разностных уравнений с аналитическими правыми частями. Разработаны новые способы построения интегральных многообразий для разностных уравнений. Кроме этого, в диссертации разработана прикладная

[1] Пуанкаре А. Новые методы небесной механики. Изб. тр.I-III-М.: наука, 1971-1972-Т.1-2-400с.
[2] Ляпунов А.М. Общая задача об устойчивости движения. -М.-Л.: Гостехиздат, 1950.-383с.
[3] Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Метод ИМ в теории дифф-ых уравнений Тр.Всесо- юзн.матем.съезда, 2. Л.:Наука, 1964. С. 432-437.
[4] Андронов А.А. Собрание трудов.- М.: Изд-во АН ССР, 1956, 537с.
[5] Биркгоф Дж. Д. Динамические системы. -М.-Л.:ОГИЗ, 1941, 320с.
[6] Валеев К.Г. Расщепление спектра матриц.- Киев: Вища шк.,1986. 272с.
[7] Далецкий Ю.Л., Крейн М.Г. Устойчивость решений дифференциальных уравнений в банаховом пространстве - М.:Наука, 1970, 534с.
[8] Еругин Н.П. Методы А.М.Ляпунова и вопросы устойчивости в целом. Прикл.мат.и мех.,1953.-17, №4 с.389-400.
[9] Задирака К.В. Об ИМ системы дифференциальных уравнений, содержащей малый Докл.АНССР.-1957.-115, 4.-с.646-649.
[10] Курцвейль Я. Инвариантные многообразия дифференциальных систем. Дифференц. урвнения.-1968.-4, 5.-с. 785-797.
[11] Массера Х. Шеффер Х. Линейные дифференциальные уравнения и функционалые пространства.-М.: Мир, 1970.-456с.
[12] Мозер Ю. О кривых, инвариантных при отображениях кольца, сохраняющих площадь сб.перев. Математика.-1962.-6, 5.-с.51-67.

сторона вопроса-получены аналитические свойства функции, определяющие оптимальное управление, решения уравнения Беллмана.

В дальнейшем метод интегральных многообразий развивался в следующих направлениях:

-развитие идей теории интегральных многообразий для исследования новых классов систем уравнений, в частности, для исследования систем нелинейных разностных уравнений (Я. Курцвейль, A. Halanay[13] и др.);

-для систем нелинейных разностных уравнений, описывающих быстрые и медленные движения (Ю.И.Неймарк[14], J.Hally[15], Al.Kelly[16]);

-построение теории интегральных многообразий, не укладывающихся в рамке теории возмущений (В.А.Плисс,[17] А.М.Самойленко[18] и др.);

-развитие идей теории интегральных многообразий для исследования новых классов систем уравнений, в частности, для исследования систем нелинейных функционально-разностных уравнений (Я. Курцвейль, А Халанай , К.Г.Валеев, С.З.Курбаншоев[19] и др.);

-развитие и применение метода интегральных многообразий для решения прикладных задач (В.И.Зубов[20], А.С.Бакай[21], К.Г.Валеев, С.З.Курбаншоев[22] и др.).

Цель работы. Целью работы является построение интегральных многообразий решений для нелинейных разностных уравнений с аналитическими правыми частями в применение к решению задач численного синтеза оптимального управления.

Задачи работы. В соответствии с паставленной целью выделяются следующие задачи:

- построить теории интегральных многообразий для систем разностных уравнений с аналитическими правыми частями;

- получить оценки радиуса сходимости полученных разложений нелинейных проекторов, определяющих интегральных многообразий решений;

- получить аналитические решения уравнения Беллмана;

---

13 Halanay A. An invariant surface for some linear singulary perburted systems with time lag. A.Halanay, - J. Deff., egs. 1966, т. 2, 1, P.33-46.

14 Неймарк Ю.И. Гуртовник А.С., Исследование интегрального тороидального многообразия в критическом случае: .-1971.-№7.-с. 967-972.

15 Hally J.K.Areraging Methods for Differential Eguations with Retarded Arguments and a small parametrs. Differential Eguations, 1966.-2, P.57-73.

16 Kelly AL. On The Lyapunov subcentr manifold. -jn: J. Math. Anal., Appl., 1967,-18.-P.472-478.

17 Плисс В.А. Нелокальные проблемы теории колебаний. - м.-Л. наука, 1964.-368с.

18 Самойленко А.М. О Сохранении инвариантного тора при возмущении Изв.АНССР.Сер.мат.,-1970.-34.-с. 1219-1240.

19 Курбаншоев С.З. Об аналитических многообразиях решений систем функциональных уравнений Укр.мат.журн.,1991.-43, 4.-с.151-154.

20 Зубов В.И. Математические методы исследования систем автоматического регулирования Л: Судпромгиз, 1959.-324с.

21 Бакай А.С. Вопросы теории нелинейных колебаний и их применении в физике. -Харьков.-142с №14, 1971.

22 Курбаншоев С.З. Аналитические интегральные многообразия -Душанбе: Дониш, 191.-375с.

- применен теория интегральных многообразий для численного синтеза оптимальных управлений нелинейных систем разностных уравнений.

Методы исследования. Основу диссертации составляет изложение теории разностных уравнений с аналитическими правыми частями. Уравнениями этих типов наиболее часто описывается поведение управляемых систем. Объектом исследования являются: системы нелинейных разностных уравнений с аналитическими правыми частями; системы разностных уравнений в банаховом пространстве; непрерывные и дискретное системы управлений.

Научная новизна. Настоящая работа является исследований теории интегральных многообразий и синтез оптимального управления. В ней решена научная проблема построения теории интегральных многообразий нелинейных систем разностных уравнений с аналитической правой частью в применении к решению задач оптимального управления:
- построить инвариантные многообразия нелинейных систем разностных уравнений в банаховом пространстве;

- разработан и применен метод голоморфных интегральных многообразий для решения задач устойчивости движения и синтеза оптимального управления нелинейных систем разностных уравнений;

- разработаны методы получения необходимых и достаточных условий оптимальности;
- применена теория интегральных многообразий для численного синтеза оптимальных управлений нелинейных систем разностных уравнений;
- разработаны конструктивные способы построения оптимальных многообразий.

Положения, выносимые на защиту:
- доказательство теоремы устойчивости решений разностных уравнений, способ заданные интегральных многообразий и построении линейных проекторов систем разностных уравнений;
- доказательство теоремы о существование нелинейные оператора Грина и нелинейных проекторов систем разностных уравнений;
- построении инвариантных многообразий систем разностных уравнений, оценка решений краевой задачи;
- численный синтез оптимальных регуляторов, уравнение Беллмана и синтеза оптимального регулятора;
- численный синтез оптимальных регуляторов для нелинейных систем разностных уравнений.

Теоретическая и практическая ценность. Результаты, сформулированные в диссертации, имеют теоретическое и практическое значение. Они представляют собой дальнейшее развитие теории интегральных многообразий и теории оптимального управления. Полученные в ней результаты могут быть использованы при построении методов решения прикладных задач, теории разностных уравнений, дифференциально-разностных уравнений.

Результаты работы могут быть использованы при построение методов решения прикладных задач, при исследование вопросов устойчивости
различных задачах теории автоматического регулирования, при построении нелинейных проекторов позволяющих производить расщепление многомерных динамических систем, для построений функций Ляпунова, при исследовании колебаний в системах с распределенными параметрами, при изучении спецкурсов в вузах Республики Таджикистан.

Личный вклад соискателя. Все представленные в диссертации результаты получены автором. Автору принадлежит построении теория интегральных многообразий систем разностных уравнений с аналитическими правыми частями. Построены инвариантные многообразия нелинейных систем разностных уравнений в банаховом пространстве. Получены оценки радиуса сходимости нелинейных проекторов, определяющих интегральных многообразий решений. Найдены аналитические решения уравнения Беллмана. Применена теория интегральных многообразий для численного синтеза оптимальных управлений нелинейных систем разностных уравнений.

Апробация работы. Основные результаты диссертации были доложены на: VI-ой международной научно-практической конференции «Перспективы развития науки и образования», посвященной 20-летию 16 сессии Верховного совета Республики Таджикистан (16-17 ноября 2012 г.); на международной научной конференции «Современные проблемы математики и ее преподавания», посвященной 35-летию университета и 20-летию кафедры Алгебры и геометрии (Кургантюбе 10-11-май 2013 г.); на международной научной конференции «Современные проблемы теории функций и дифференциальных уравнений», посвященной 85-летию академика АН Республики Таджикистан Л.Г. Михайлова (Душанбе,17-18 июня 2013 г.); на международной научной конференции, «Современные проблемы математики и ее преподавания» (Худжанд, 28-29 июня 2014 г.); на научной конференции посвященной 70-летию Кулябский государственный университет имени Абуабдуллох Рудаки (Куляб 2015 г.); на международной научной конфренции, посвященной 80-летию член-корреспондента АН Республики Таджикистан, доктора физико-математических наук, профессора Стеценко Владислава Яковлевича (Душанбе, 27-28 апреля 2015 г.); на международной научной конференции посвященной 75-летию доктора физико-математических наук, профессора М. Исмати (Душанбе 23 мая 2015 г.); на международной научной конференции, посвященной 75-летию доктора физико-математических наук профессора Собирова Темура Сафаровича (Душанбе, 29-30 октября 2015 г.); на республиканской научно-теоретической конференции (Душанбе, 02 апреля 2016 г.); на республиканская научно-практическая конференция МИС и С (Душанбе, 5-6 мая 2017 г.); на международной научно-практической конференция Филиал Воронежского Государственного технического университета г. Борисоглебске (12-13 мая 2017 г.); на международной научной конференции, посвященной 25-летию 16 сессии верховного Совета Республики Таджикистан Кургантюбе, (27-28 октября 2017 г.); на международной конференции современные проблемы математики и ее приложения, посвященная 70-летию со дня рождения Академика АН РТ, профессора Илолова Мамадшо Илоловича (14-15 марта 2018 г.); на международной научно-теоретической конференции посвященной 70-летию образования Таджикского национального университета и 70-летию доктора физико-математических наук, профессора Юнуси Махмадюсуфа Камарзода (Душанбе 27-28-декабря 2018 г.).

Выступления на кафедрах: а) Высшая математики ТТУ имени академика М.С.Осими, б) Математики и физики РТСУ, в) Гуманитарных и общетехнический дисциплин БНТУ-ТТУ, г) инфармационной технологии ДФНИТУ МИС и С.

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в работах [1А-20А] научных статьях и тезисах, список которых приведен в конце автореферата. Подстановку задач принадлежат научному руководителю профессору С.З. Курбаншоеву, а формулировки задач и их доказательства принадлежать автору.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, списка цитированной литературы, состоящего из 76 наименований, занимает 103 страниц машинописного текста и 4 рисунков. Для удобства в диссертации применена сквозная нумерация теорем, лемм, следствий и формул.

Краткое содержание работы. Приводим краткое содержание диссертации с указанием основных результатов. Во введении приводится краткая характеристика изучаемой проблемы и основные результаты работы.

В главе I изложена теория интегральных многообразий систем разностных уравнений.

Результаты §1.1 носят вспомогательный характер. В нем рассматривается способы задания интегральных многообразий, основные определения и примеры интегральных многообразий.

Пусть задана система m разностных уравнений:

$$X(t+1)=F(t,X(t)),\ X=(x_1,...,x_m), \tag{1}$$

где $F(t,X)$ - вектор-функция непрерывная и дифференцируемая по всем аргументам в области D:

$$\{0<x_j<\infty,\ -\infty<t<\infty\}\ (j=1,...,m).$$

Введем $k-$мерный вектор

$$G(t,X)=\{g_1(t,X),...,g_k(t,X)\}, \tag{2}$$

где $g_i(t,X)$ $(j=1,...,m)$ непрерывные, дифференцируемые и независимые в области D функции.

О п р е д е л е н и е. 1. *Будем говорить, что система $k-$уравнений*

$$G(t,X)=0 \tag{3}$$

определяет интегральное многообразие G решений системы (1) *размерности $m-k$, если в силу системы уравнений* (3) *выполнены равенства*

$$G(t+1,F(t,X))-G(t,X)=0. \tag{4}$$

Таким образом, если хотя бы одна из точек $t=t_0$, $X=X_0$ любого решения

$$X=X_n\equiv X(t_0+n)\ (n=0,\pm1,\pm2,...) \tag{5}$$

системы разностных уравнений (1) принадлежит интегральному многообразию G, то и все точки $t=t_0+n$, $X=X_n^0$ принадлежат интегральному многообразию G.

Примеры интегральных многообразий.

1.Рассмотрим уравнение

$$\frac{dX}{dt}=F(t,X), \tag{6}$$

где $X\in E^m$, $t\in R$. Принимая кривую G_0 за область начальных значений решений уравнения (6) в $(m+1)-$ мерном пространстве (t,X) проведем через каждую точку G_0 решение уравнения (6). В результате получим цилиндр, параллельный оси (t), порожденный решениями уравнения (6), в основании которого лежит орбита G_0.

Любое решение $X(t)$ уравнения (3), начальное значение $X(t_0)=X_0$ которого принадлежит орбите G_0, будет совпадать с одним из решений, порождающих цилиндр G. Цилиндр G является двумерным интегральным многообразием уравнения (6) в $(m+1)-$ мерном пространстве (t, X) $E^m \times R$. Его параметрическое представление имеет вид

$$G = \{(t, X) \mid X = X^0(\psi) \;\; 0 \le \psi \le 2\pi, \;\; t \in R\}.$$

2. Пусть некоторое не автономное уравнение

$$\frac{dX}{dt} = F(t, X), \tag{7}$$

где X, $F - m$- векторы имеют отличное от постоянного периодическое решение

$$X = X^0(\omega t) \tag{8}$$

с периодом 2π.

Очевидно, уравнение (7) будет также обладать двупараметрическое семейство решение

$$X = X^0(\omega t + \varphi, a) = X^0(\psi, a) \;\; \psi = (\omega t + \varphi), \tag{*}$$

$$X^0(\psi + 2\pi, a) = X^0(\psi, a),$$

зависящим от двух произвольных постоянных φ, a. Орбита (*) определяет двумерное интегральное многообразие уравнения (7), параметрическое представление которого содержит две произвольные постоянные φ, a.

Для уравнения (7) локальным интегральным многообразием будет кусок орбиты $X^0(\psi, a)$. Вся орбита является обычным интегральным многообразием.

3. Система дифференциальных уравнений

$$\frac{dx}{dt} = -x + \mu y cost, \quad \frac{dy}{dt} = y + \mu x sint \tag{9}$$

имеет интегральное многообразие, описываемое уравнением

$$x = \mu \frac{cost}{2} y - \frac{\mu^3}{8} sint \cdot cos^2 t y + O(\mu^4). \tag{10}$$

Рассмотрим систему дифференциальных уравнений порядка n

$$\frac{dx_s}{dt} = f_s(t, x_1, x_2, ..., x_n) \; (s = 1, 2, ..., n). \tag{11}$$

Предположим, что для правых частей выполнены условия теоремы существования и единственности решения в достаточно малой окрестности произвольной точки $(t, x_1, x_2, ..., x_n)$ расширенного фазового пространства и любые решения продолжимо на всю ось.

1. Неявный способ задания интегральных многообразий.

Полагаем, что известна полная система интегралов

$$\varphi_s(t, x_1, x_2, ..., x_n) = c_s \;\; (s = 1, ..., n) \tag{12}$$

системы дифференциальных уравнений (11).

Неявные уравнения интегрального многообразия системы (12) определяется в виде

$$h_i(t, x_1, ..., x_n) = 0 \; (i = 1, ..., g) \tag{**}$$

размерности $n - g$. Дифференцируя уравнения (**) в силу системы уравнений

(11), получим уравнений

$$\frac{dh_i}{dt} = \frac{\partial h_i}{\partial t} + \sum_{k=1}^{n} \frac{\partial h_i}{\partial x_k} f_k = 0 \quad (i = 1,..., g),$$

которые должны быть выполнены на интегральном многообразии (**).

2. Параметрический способ задания. Введем новые переменные $z_1,..., z_{n-g}$ по формулам

$$x_s = \psi_s(t, z_1,..., z_{n-g}) \; (s = 1,..., n). \tag{13}$$

Независимые функции $\psi_s(s = 1,..., n)$ было $n - g -$ независимых функций.

3. Канонический способ задания. Дополним систему функций $v_s = h_s(t, x_1,..., x_n)(s = 1,..., n)$ до полной системы n независимых функций. Замена переменных

$$v_s = h_s(t, x_1,..., x_n) \quad (s = 1,..., n) \tag{14}$$

приводит систему дифференциальных уравнений (11) к специальной канонической форме

$$\frac{dv_s}{dt} = \eta_s(t, v_1,..., v_g, v_{g+1},..., v_n) \; (s = 1,..., n), \tag{15}$$

которая будет иметь интегральное многообразие размерности $n - g$, определяемое уравнениями

$$v_1 = 0,..., v_g = 0.$$

В §1.2 рассматривается построение нелинейных проекторов системы разностных уравнений, а также определение и понятие решений системы линейных разностных уравнений.

Приведем определение интегрального многообразия этих уравнений.

Пусть задана система m разностных уравнений

$$X(t+1) = F(t, X(t)), \quad X = (x_1,..., x_m), \tag{16}$$

где вектор-функция $F(t, X)$ непрерывная и дифференцируемая по всем аргументам в области D

$$D = \{o < x_j < \infty, -\infty < t < \infty\} \; (j = 1,..., m). \tag{17}$$

Рассмотрим систему линейных разностных уравнений

$$X_{n+1} = A(n)X_n, detA(n) \neq 0 \; (n = 0, \pm1, \pm2,...). \tag{18}$$

О п р е д е л е н и е 2. *Будем говорить, что система линейных разностных уравнений* (18) *является экспоненциально дихотомичной, если любое решение* $X = X_n$ *системы* (18) *однозначно представимо в виде суммы решений* (18)

$$X_n = X_{1,n} + X_{2,n} \; (n = 0, \pm1, \pm2,...). \tag{19}$$

Доказана следующая теорема

Теорема 1. *Пусть для системы линейных разностных уравнений* (18) *выполнены условия ограниченности коэффициентов на всей оси* n

$$\|A(n)\| \leq \alpha, \; \|A^{-1}(n)\| \leq \alpha \; (n = 0, \pm1, \pm2,....).$$

Для того, чтобы для системы

$$X_{n+1} = A(n)X_n + F_n, \ \|F\| \le q \ \ (n = 0, \pm1, \pm2, ...), \ (g = const)$$

существовало ограниченное на всей оси решение X_n $(n = 0, \pm1, \pm2, ...)$, *необходимо и достаточно, чтобы данная система была экспоненциально дихотомична.*

Рассмотрим теперь существования ограниченное на всей оси решение системы нелинейных разностных уравнений

$$X_{n+1} = A(n)X_n + \mu F(n, X_n) \ (n = 0, \pm1, \pm2, ...), \tag{20}$$

где вектор $F(n, X_n)$ удовлетворяет условиям

$$\|F(n,0)\| \le f = const, \tag{21}$$

$$\|F(n, X) - F(n, Y)\| \le L\|X - Y\| \qquad (n = 0, \pm1, \pm2, ...).$$

Предполагаем, что система линейных разностных уравнений

$$X_{n+1} = A(n)X_n \ (n = 0, \pm1, \pm2, ...), \tag{22}$$

экспоненциально дихотомична. Полученные выводы сформулируем в виде теоремы

Теорема 2. *Пусть для системы линейных разностных уравнений* (22) *существует матрица Грина* $G(n,s)$. *Если вектор* $F(n, X)$ *в системе* (20) *удовлетворяет условиям* (21)*, то при условии* $|\mu| gL < 1$ *система разностных уравнений* (20) *имеет ограниченное на всей оси решение*

$$X_n^* = \lim_{k \to \infty} X_n^{(k)} \ (n = 0, \pm1, \pm2, ...), \tag{23}$$

Теорема 3. *Пусть система линейных разностных уравнений* (23) *экспоненциально дихотомична. Если выполнено условие*

$$|\mu| g \sup_n \|B_n\| < 1 \ (n = 0, \pm1, \pm2, ...), \tag{24}$$

то система линейных разностных уравнений

$$X_{n+1} = A(n)X_n + \mu B_n X_n$$

будет также экспоненциально дихотомична.

В § 1.3 рассматривается нелинейный оператор Грина. Пусть система разностных уравнений

$$X_{n+1} = A(n)X_n + \mu F(n, X_n), \ F(n,0) \equiv 0 \ (n = 0, \pm1, \pm2, ...) \tag{25}$$

экспоненциально дихотомична при $\mu = 0$, а вектор-функции $F(n, X)$ удовлетворяет условию Липшица (21). При $|\mu| gL < 1$ рассмотрим вспомогательную систему разностных уравнений

$$H(n+1, k, X, \mu) = A(n)H(n, k, X, \mu) + \mu F(n, H(n, k, X, \mu)) + X\delta_{n+1,k}, \tag{26}$$

где $\delta_{n+1,k} - \delta -$ функция Дирака. Систему разностных уравнений (26) можно свести к системе суммарных уравнений

$$H(n, k, X, \mu) = G(n, k-1)X + \mu \sum_{s=-\infty}^{\infty} G(n, s)F(s, H(s, k, X, \mu)) \tag{27}$$

$$(s - n, s - k = 0, \pm1, \pm2, ...).$$

Основным результатом этого параграфа является следующая

Теорема 4. *Если для системы нелинейных разностных уравнений (25) выполнено условие* $|\mu| gL < 1$, *то существует нелинейный оператор Грина* $H(n,k,X,\mu)$, *удовлетворяющий системе суммарных уравнений (27), и выражения* $P_j(n,X,\mu)\ (j=1,2)$ *являются нелинейными проекторами.*

Вторая глава состоит из трех параграфов, и в ней рассматривается построение инвариантных многообразий системы разностных уравнений.
В данной главе излагается способ выделения асимптотического семейства решений, когда строятся не сами решения, а описывающее их разностное уравнение.

В первом параграфе второй главы рассматривается оценка решений операторных разностных уравнений.
Рассматривается операторное разностное уравнение

$$X_{n+1} = X_n + hF(nh, X_{n-1}),\ F(n,h,0) \equiv 0, \quad (28)$$
$$(n = 0, \pm 1, \pm 2, ...; h > 0),$$

где $F(nh, X) -$ нелинейный оператор отображающий некоторое банахово пространство B в себя.
Предположим, что вектор-функция $F(nh, X)$ удовлетворяет условию Липшица

$$\|F(nh, X) - F(nh, Y)\| \le L\|X - Y\|,\ X, Y \in \mathrm{B}, \quad (29)$$

и условию ограниченности

$$\|F(nh, 0)\| \le M \quad (M = const). \quad (30)$$

Будем искать инвариантное многообразие решений, опысиваемое операторным разностным уравнением следующего вида

$$X_{n+1} = X_n + hG(nh, X_n, h), \quad (31)$$

где $G(nh, X, h) -$ нелинейный оператор, отображающий некоторое банахово пространство B в себя. Будем предполагать, что оператор $G(nh, X, h)$ удовлетворяет условию Липшица и условию ограниченности

$$\|G(nh, X, h) - G(nh, Y, h)\| \le \xi(h)\|X - Y\|, \quad (32)$$
$$\|G(nh, 0, h)\| \le M_1 = const,\ X, Y \in \mathrm{B}.$$

В этом параграфе доказана следующая

Лемма 1. *Пусть* $X_n, Y_n -$ *два различных решения операторного разностного уравнения (31). Тогда справедлива оценка*

$$(1 - h\xi(h))^k \|X_n - Y_n\| \le \|X_{n+k} - Y_{n+k}\| \le (1 + h\xi(h))^k \|X_n - Y_n\|. \quad (33)$$
$$(k = 1, 2, ...).$$

Во втором параграфе второй главы рассматривается построение инвариантных многообразий. Основным результатом этого параграфа является следующая

Теорема 5. *Пусть для операторного разностного уравнения (28) выполнены условия (29),(30). Если выполнено условие*

$$h \le (4L)^{-1}, \quad (34)$$

то при всех значениях n, X $(n = 0, \pm 1, \pm 2, ...)$ последовательные приближения $G_k(nh, X, h)$ $(k = 0,1,2,...)$ сходятся к оператору $G(nh, X, h)$, удовлетворяющему условию (32), где

$$\xi(h) = 2L(1 + \sqrt{1 - 4hL})^{-1}. \tag{35}$$

Теорема 6. *Пусть* ξ^* − *наименьший положительный корень уравнения*

$$\varphi(\xi) = \xi.$$

Если $0 < h < h_0$, *то последовательность* $G_k(nh, X, h)$ $(k = 0,1,2,...)$, *для любого* $X \in \mathrm{B}$, *сходится равномерно по* n, X, h *в любой области* $\|X\| \le \rho$ $(\rho = const)$ *к оператору* $G(nh, X, h)$, *удовлетворяющему условию Липшица с постоянной* $\xi(h)$, *определяемой выражением (33). При этом операторное разностное уравнение (32) определяет инвариантное многообразие решения уравнения (29).*

Теорема 7. *Если при заданном значении* $0 < h < h_0$ *существует положительное число* $\xi(h)$, *удовлетворяющее неравенств* $\varphi(\xi) < \xi, L(1 - h\xi)^{-1} < \xi$, *то существует вспомогательное разностное уравнение (32), все решения которого удовлетворяют уравнению (29). При этом оператор* $G(nh, X, h)$ *удовлетворяет условиям (33).*

В §2.3 получена оценка решений краевой задачи для решения разностного уравнения

$$X_{n+1} = X_n + hF(nh, X_{n-1}). \tag{36}$$

Основным результатом данного параграфа является теорема 8 и полученное следствие 1 из нее.

Теорема 8. *Пусть для разностного уравнения (36) выполнены условия (28), (29) и* $0 < h < h_0$. *Если* $X_n, \overline{X}_n$ − *два различных решения уравнения (36), совпадающих при* $n = N$, *то для разности этих решений справедлива оценка*

$$\|X_n - \overline{X}_n\| \le (1 - h\xi_0)^n hL\xi_0 \left(1 - \frac{L}{\xi_0(1 - h\xi_0)}\right)^{-1} \|X_{-1} - \overline{X}_{-1}\| \tag{37}$$

$$(-1 \le n \le N - 1),$$

где ξ_0 *любое решение неравенства*

$$\xi_0 - \frac{L}{1 - h\xi_0} > 0 \ (0 < 1 - h\xi_0 < 1).$$

С л е д с т в и е 1. *При выполнении условия* $0 < h < h_0$ *для разностного уравнения (37) при заданных граничных значениях* X_0, X_N *существует единственное решение* X_n $(n = 1,2,..., N - 1)$ *краевой задачи.*

Центральное место в диссертации занимает третья глава где изучается численный синтез оптимальных регуляторов. В этой главе описывается принцип оптимального многообразия, который позволяет осуществить синтез оптимального управления для нелинейных систем разностных уравнений с аналитическими правыми частями.

В §3.1 доказана аналитичность решения уравнения Беллмана. Ищем закон оптимального управления $Z_n = Z(n, X_n, \mu)$ для системы m нелинейных разностных векторных уравнений

$$X_{n+1} = AX_n + BZ_n + \mu F_n(n, X_n, Z_n, \mu),\ F_n(n,0,0,\mu) \equiv 0, \tag{38}$$
$$X_{n_0} = X^0\ (n = 0, \pm 1, \pm 2, ...),$$

при котором минимизируется значение функционала

$$I_n = \frac{1}{2}\sum_{k=n}^{\infty}[X_k^* Q_k X_k + Z_k^* L_k Z_k + 2\mu\omega_n(k, X_k Z_k, \mu)],\ \omega_n(k,0,0,\mu) \equiv 0. \tag{39}$$

В системе (38) собственные числа $m \times m$ матрицы $A - \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n$ удовлетворяют условиям

$$|\alpha_j| < 1\,(j = 1,2,..., p), |\alpha_i| > 1\,(i = 1,2,..., g)\ (p + q = m), \tag{40}$$

где $B - m -$ мерный вектор, $\mu -$ малый положительный параметр. В функционале (39) матрицы Q_n, L_n имеют порядок $m; Q^* = Q, L^* = L; Q^*, L^* -$ транспонированные векторы, $X - m -$ мерный вектор фазовых координат, $Z - r -$ мерный вектор управлений.

Предположим, что проекции вектор-функции $F(n, X_n, Z_n, \mu)$ являются голоморфными функциями относительно μ и проекций векторов X, Z и дважды дифференцируемы по всем аргументам в области D

$$\|X\| \equiv \max_{1\le j\le n}|x_j| \le R,\ \|Z\| \equiv \max_{1\le S\le r}|z_S| \le R, |\mu| < \mu_0. \tag{41}$$

Используя идею Беллмана[23], закрепим n, X_n и при произвольном управлении $z_n = z$ перейдем к следующей точке $n+1,\ X_{n+1},$ а затем осуществим движение по оптимальному закону $Z_n = Z_{opt}(n, X_n, \mu).$ При этом функционал (39) примет вид

$$I_n = \frac{1}{2}\sum_{k=n}^{\infty}[X_k^* Q_k X_k + Z_k^* L_k Z_k + 2\mu\omega_n(k, X_k Z_k, \mu)] +$$
$$+ V(n+1, AX_n + BZ_n + \mu F_n(n, X_n, Z_n, \mu)). \tag{42}$$

Минимизируя значение I_n по z_n, приходим к равенству

$$V(n, X_n, \mu) = \min_{Z\in D}\{[X_n^* Q_n X_n + Z_n^* L_n Z_n + 2\mu\omega_n(n, X_n, Z_n, \mu)] +$$
$$+ V(n+1, AX_n + BZ_n + \mu F_n(n, X_n, Z_n, \mu))\}, \tag{43}$$

которое можно записать в виде управления

$$\min_{Z\in D}\{V(n+1, AX_n + BZ_n + \mu F_n(n, X_n, Z_n, \mu) - V(n, X_n, \mu) +$$
$$+ X_n^* Q_n X_n + Z_n^* L_n Z_n + 2\mu\omega_n(n, X_n, Z_n, \mu)\} = 0. \tag{44}$$

Уравнение (44) является уравнением Беллмана. Оно определяет выбор

[23] Беллман Р. Динамическое программирование М.: Изд-во иност. лит., I960. - 400 с.

оптимального управления $Z_n = Z$. Введем в рассмотрение строчный вектор

$$Y_n = \frac{DV(n, X_n, \mu)}{DX_n} = (y_1, y_2, ..., y_m). \qquad (45)$$

Предполагая, что при рассматриваемых значениях n, X, Y, μ система уравнений

$$Y_{n+1}\left(B + \mu \frac{DF_n(n, X_n, Z_n, \mu)}{DZ}\right) + Z_n^* L_n + \mu \frac{D\omega_n(n, X_n, Z_n, \mu)}{DZ} = 0, \qquad (46)$$

имеет единственное решение $Z_n = S_n(n, X_n, Y_{n+1}, \mu)$.

Из уравнения Беллмана (44) получим систему разностных уравнений

$$X_{n+1} = AX_n + BS_n + \mu F_n(n, X_n, S_n, \mu),$$

$$Y_n = Y_{n+1}\left(A + \mu \frac{DF_n(n, X_n, S_n, \mu)}{DX_n}\right) + X_n^* Q_n + \mu \frac{D\omega_n(n, X_n, S_n, \mu)}{DX_n}, \qquad (47)$$

$$Z_n = S_n(n, X_n, Y_{n+1}, \mu).$$

Эта система уравнений определяет каноническое преобразование переменных X_n, Y_n в переменные X_{n+1}, Y_{n+1}.

В § 3.2. изучается синтез оптимального управления для линейных систем разностных уравнений с квадратичным минимизируемым функционалом. Применим общую идею интегральных многообразий решений системы разностных уравнений для синтеза оптимального управления в управляемой системе (38) при $\mu = 0$. При этом получим линейную систему разностных уравнений

$$X_{n+1} = AX_n + BZ_n, \dim X = m \qquad (48)$$

с квадратичным минимизируемым функционалом

$$I_n^{(1)} = \frac{1}{2}\sum_{k=n}^{\infty}(X_k^* Q X_k + Z_k^* L Z_k), Q^* = Q, L^* = L, \qquad (49)$$

где $Q, L-$ постоянные векторы размерности *m*. Если оптимальное управление ищется в виде $Z_n = NX_n$, то придем к задаче отыскания минимума выражения

$$I_n^{(1)} = \frac{1}{2} X_n^* \psi(N) X_n, \psi(N) \equiv \sum_{k=0}^{\infty}[(A + BN)^*]^k (Q + N^* LN)(A + BN)^k, \qquad (50)$$

зависящего от матрицы N и вектора X_n. Пусть существует единственная матрица N_1, минимизирующая значение функционала $I_n^{(1)}$ при любых значениях X_n. Обозначим минимальное значение функционала $I_n^{(1)}$ через $V_1(X_n)$, где

$$V_1(X) = \frac{1}{2} X_n^* \psi^{(1)} X, \psi^{(1)} = K(N_1), \psi^{(1)} > 0.$$

Определенно положительная квадратичная форма

$$V(X) = V_1(X)$$

удовлетворяет уравнению Беллмана (44)

$$\min_{Z_n \in D}\left\{V(AX_n + BZ_n) - V(X_n) + \frac{1}{2} X_n^* Q X_n + \frac{1}{2} Z_n^* L Z_n\right\} = 0. \qquad (51)$$

Система уравнений (46), (47) примут вид

$$Y_{n+1}B + Z_n^* L_n = 0, \tag{52}$$

$$X_{n+1} = AX_n - MY_{n+1}^*, Y_n = Y_{n+1}A + X_n^* Q_n, M \equiv BL^{-1}B^*. \tag{53}$$

В § 3.3. исследован численный синтез оптимальных регуляторов для нелинейных систем разностных уравнений. Применим принцип оптимального многообразия для отыскания оптимального управления $U_n = U(n, X_n)$ для системы разностных уравнений

$$X_{n+1} = F(n, X_n, U_n); F(n,0,0) \equiv 0 (n = 0,1,2,...), \tag{54}$$

с минимизируемым функционалом

$$J = \sum_{k=n}^{\infty} \omega(k, X_k, U_k); \omega(k,0,0) \equiv 0 \tag{55}$$

Для этого задаются начальные значения

$$X_{n_k+s_k}, \Psi_{n_k+s_k} \ (s_k \rangle\rangle 1),$$

удовлетворяющие условиям

$$0 < \left\| X_{n_k+s_k} \right\| \le \varepsilon_k ; 0 < \left\| \Psi_{n_k+s_k} \right\| \le \varepsilon_k \ (k = 1,..., N), \tag{56}$$

где ε_k – заданные достаточно малые числа ($\varepsilon_k \approx 10^{-6} \div 10^{-12}$). Затем система разностных уравнений

$$\Psi_n = \Psi_{n+1} \frac{DF(n, X_n, U_n)}{DX_n} + \frac{D\omega(n, X_n, U_n)}{DX_n}, \tag{57}$$

$$X_{n+1} = F(n, X_n, U_n); U_n \equiv \Phi(n, X_n, \Psi_{n+1}).$$

интегрируется назад от значения $n = n_k + s_k$ до значения $n = n_k$. Для этого система уравнений

$$X_{n+1} = F(n, X_n, \Phi(n, X_n, \Psi_{n+1}))$$

численно или аналитически разрешается относительно X_n и представляется в виде

$$X_n = \Phi(n, X_{n+1}, \Psi_{n+1}).$$

Ищутся решения системы разностных уравнений

$$X_{k,n} = \Phi(n, X_{k,n+1}, \Psi_{k,n+1});$$

$$\Psi_{k,n} = \Psi_{k,n+1} \frac{DF(n, X_{k,n}, U_{k,n})}{DX_{k,n}} + \frac{D\omega(n, X_{k,n}, U_{k,n})}{DX_{k,n}}; \tag{58}$$

$$U_{k,n} \equiv \Phi(n, X_{k,n}, \Psi_{k,n+1})$$

с начальными условиями

$$X_{k,n_k+s_k} = X_{n_k+s_k}; \Psi_{k,n_k+s_k} = \Psi_{n_k+s_k} \ (k = 1,..., N).$$

Так как точки $X_{k,n_k}, \Psi_{k,n_k} \ (k = 1,..., N)$ приближенно лежат на оптимальном многообразии, то для синтеза оптимального управления $U_n = U(n, X_n)$ достаточно аппроксимировать вектор-функцию $\Psi_{n+1} = S(n, X_n)$ из приближенных равенств

$$\Psi_{k,n_{k+1}} = S(n_k, X_{k,n_k}) \ (k=1,...,N). \tag{59}$$

Если одновременно с системой разностных уравнений (58) будем интегрировать разностное уравнение

$$z_{k,n} = z_{k,n+1} + \omega(n, X_{k,n,} U_{k,n}); z_{k,n_k+s_k} = 0,$$

то получим приближенные равенства

$$v(n_k, X_{k,n_k}) = z_{k,n_k} \ (k=1,...,N).$$

Таким образом, отыскание оптимального управления $U_n = U(n, X_n)$ сводится к многократному решению системы разностных уравнений (58) и задаче интерполирования. При этом одно решение $X_n = X_{k,n}, \Psi_n = \Psi_{k,n}$ может быть использовано для отыскания нескольких точек интерполяции при различных значениях n. Вышеизложенный метод отыскания оптимального управления проиллюстрируем примером.

П р и м е р 1. Найдем оптимальное управление для уравнения $x_{n+1} = x_n + \mu x_n^2 + u_n$ с минимизируемым функционалом

$$I = \frac{1}{4}\sum_{n=0}^{\infty}\left(x_n^2 + 2\mu x_n^3 + 2u_n^2\right).$$

Система разностных уравнений (57) при $u_n = -\psi_{n+1}$ примет вид

$$x_{n+1} = x_n + \mu x_n^2 - \psi_{n+1}; \psi_n = \frac{1}{2}x_n + \frac{3}{2}\mu x_n^2 + \psi_{n+1}(1+2\mu x_n).$$

Ищем интегральное многообразие этой системы разностных уравнений в виде $\psi_{n+1} = s(x_n)$. Приходим к системе функциональных уравнений

$$x_{n+1} = x_n + \mu x_n^2 - s(x_n); \ s(x_{n-1}) = \frac{1}{2}x_n + \frac{3}{2}\mu x_n^2 + (1+2\mu x_n)s(x_n).$$

Вводя обозначения $x = x_n, y = x_{n+1}$, приходим к уравнениям

$$y = x + \mu x^2 - s(x); \ s(x) = \frac{1}{2}y + \frac{3}{2}\mu y^2 + (1+2\mu y)s(y). \tag{60}$$

При $\mu = 0$ найдем решение $s(x) = 0{,}5x$. Ищем решение системы функциональных уравнений (60) в виде разложения

$$s(x) = 0{,}5x + a\mu x^2 + b\mu^2 x^3 + c\mu^3 x^4 + ...$$

Из первого уравнения системы (60) находим

$$y(x) = 0{,}5x + (1-a)\mu x^2 - b\mu^2 x^3 - c\mu^3 x^4 + ...$$

Обращая этот степенной ряд, определяем

$$x(y) = 2y + 8(a-1)\mu y^2 + (64(a-1)^2 + 16b)\mu^2 y^3 +$$
$$+ (640(a-1)^3 + 320(a-1)b + 16c)\mu^3 y^4 + \ldots .$$

Подставляя найденные разложения в уравнение

$$x + \mu x^2 = \frac{3}{2}y + \frac{3}{2}\mu y^2 + (1+2\mu y)s(y),$$

последовательно определяем коэффициенты $a, b, c, ...,$ находим $s(x)$ и, следовательно, оптимальное управление

$$u_n = -\frac{1}{2}x_n - \frac{13}{14}\mu x_n^2 - \frac{187}{735}\mu^2 x_n^3 + \frac{17972}{21609}\mu^3 x_n^4 + ...$$

П р и м е р 2. Найдем оптимальное управление $U = U(x)$ для нелинейного разностного уравнения $x_{n+1} = x_n + x_n^2 + u_n$ с минимизируемым функционалом

$$I = \frac{1}{4}\sum_{n=0}^{\infty}\left(x_n^2 + 2x_n^3 + 2u_n^2\right).$$

Система уравнений

$$\Psi_{n+1}\frac{DF(n, X_n, U_n)}{DU_n} + \frac{D\omega(n, X_n, U_n)}{DU_n} = 0, \tag{61}$$

$$\Psi_n = \Psi_{n+1}\frac{DF(n, X_n, U_n)}{DX_n} + \frac{D\omega(n, X_n, U_n)}{DX_n},$$

$$X_{n+1} = F(n, X_n, U_n); U_n \equiv \Phi(n, X_n, \Psi_{n+1})$$

примет вид

$$u_n = -\psi_{n+1}; x_{n+1} = x_n + x_n^2 - \psi_{n+1};\ \psi_n = \psi_{n+1}(1 + 2x_n) + \frac{1}{2}(x_n + 3x_n^2).$$

Исключая переменную Ψ_{n+1}, приходим к разностным уравнениям

$$x_n = -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + x_{n+1} - u_n};\ u_{n-1} = -\frac{1}{2}x_n - \frac{3}{2}x_n^2 + u_n(1 + 2x_n).$$

Задавая различные достаточно малые по модулю значения x_0, u_{-1} и используя обратное интегрирование при $n = -1, -2, ..., -N,$ находим точки x_n, u_n, лежащие на оптимальном многообразии.

Полученный график оптимального управления $u = u(x)$ представлен на рис. 1 (пунктирная линия-оптимальное управление, найденное приближенным аналитическим способом в примере 1. при $\mu = 1$).

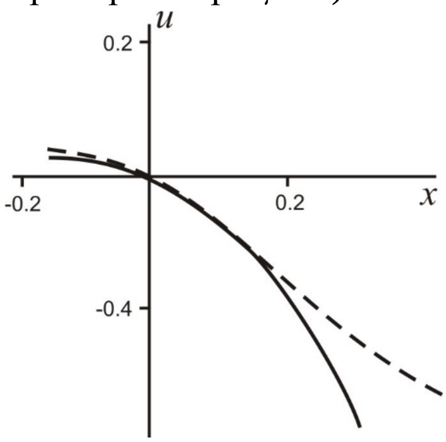


Рис.1.

П р и м е р 3. Рассматривается существенно нелинейное разностное уравнение

$$x_{n+1} = \alpha x_n e^{-\beta x_n^2} + bu_n$$

с минимизируемым функционалом

$$I = \sum_{n=0}^{\infty}\left(x_{n+1}^2 + ru_n^2\right).$$

Система уравнений принимает вид

$$\Psi_{n+1} + 2z_n + \frac{2r}{b^2}(z_n - \alpha x_n e^{-\beta x_n^2}) = 0;$$

$$z_n \equiv \alpha x_n e^{-\beta x_n^2} + bu.$$

Запишем теперь систему разностных уравнений вида (57)

$$x_{n+1} = -\frac{1}{4}\psi_{n+1} + \frac{\alpha}{2}x_n e^{-\beta x_n^2};$$

$$\psi_n = -\frac{2ra}{b^2}(z_n - \alpha x_n e^{-\beta x_n^2})e^{-\beta x_n^2}(1 - 2\beta x_n^2).$$

Из изложенного выше способа вытекает следующий алгоритм численного синтеза оптимального управления u_n. Параметры b и r приняты равными $b = 2$, $r = 4$.

1. Задаем произвольные достаточно малые начальные значения Ψ_{n+1}, x_{n+1}.

2. Вычисляем значение $g_n = \dfrac{2}{\alpha}(x_{n+1} + \dfrac{1}{4}\Psi_{n+1})$.

3. Решаем по методу Ньютону трансцендентное уравнение $x_n e^{-\beta x_n^2} = g_n$, имеющее два положительных корня.

4. Определяем значения ψ_n и u_n по формулам

$$\psi_n = \alpha\left(\frac{1}{2}\Psi_{n+1} + \alpha qn\right)e^{-\beta x_n^2}(1 - 2\beta x_n^2); u_n = -\frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}\Psi_{n+1} + \alpha qn\right)$$

и продолжаем вычисления, начиная с пункта 2 алгоритма.

На рис. 2 приведены графики оптимальных управлений $u = u(x_n)$ при закрепленном значении параметра $\alpha = \sqrt{2}$. Параметр β принимает значения 0,4; 0,1; 0,025; 0; -0,025; -0,1; -0,4 (соответствующие кривые управлений обозначены цифрами). На рис. 3 изображены графики оптимального управления и правой части оптимизированного уравнения при закрепленном значении параметра $\beta = 0{,}1$.

Параметра α принимает значения $\sqrt{2} - 0{,}5; \sqrt{2}; \sqrt{2} + 0{,}5$ (соответствующие кривые обозначены цифрами).

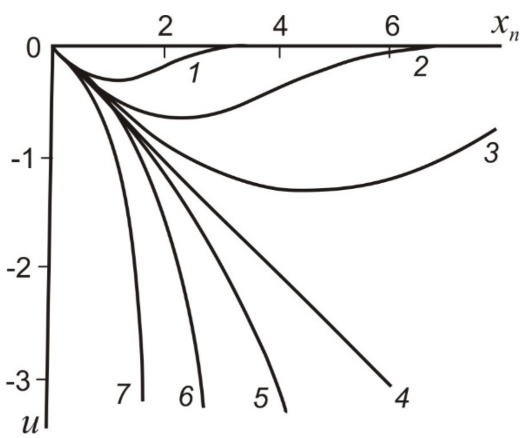


Рис. 2

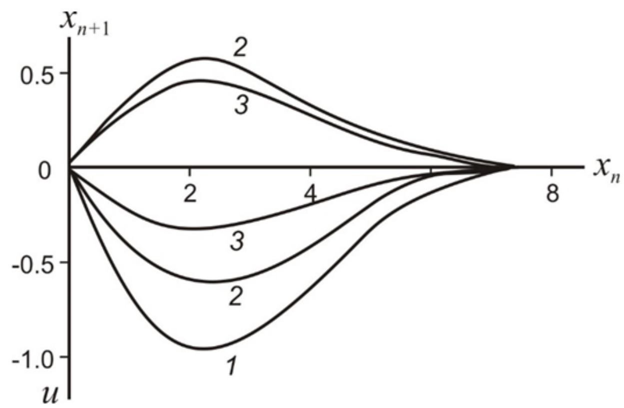


Рис.3

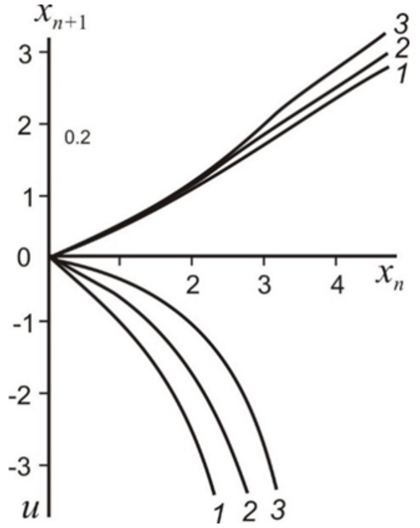


Рис. 4

Аналогичные кривые представлены на рис. 4 при закрепленном значении параметра $\beta = -0{,}1$.

В заключение автор выражает глубокую благодарность своему научному руководителю, профессору С.З.Курбаншоеву за постановку задач и постоянное внимание при работе над диссертацией.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертации получены следующие основные результаты:

Построена теория интегральных многообразий для систем разностных уравнений с аналитическими правыми частями.

Построены инвариантные многообразия нелинейных систем разностных уравнений в банаховом пространстве.

Получены оценки радиуса сходимости полученных разложений нелинейных проекторов, определяющих интегральных многообразий решений.

Получены и даказано аналитические решения уравнения Беллмана.

Разработаны методы получения необходимых и достаточных условий оптимальности.

Разработаны конструктивные способы построения оптимальных многообразий.

Доказано теоремы устойчивости решений разностных уравнений, способ заданные интегральных многообразий и построении линейных проекторов систем разностных уравнений.

Доказано теоремы о существование нелинейные оператора Грина и нелинейных проекторов систем разностных уравнений.

Построена инвариантных многообразий систем разностных уравнений, оценка решений краевой задачи;

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ СОИСКАТЕЛЯ УЧЁНОЙ СТЕПЕНИ

Статьи, опубликованные в рецензируемых журналах, рекомендованных ВАК при Президенте РТ и ВАК Министерства образования и науки РФ:

[1-А] Курбаншоев С. З. Построение оптимальных интегральных многообразий для нелинейных дифференциальных уравнений [Текст] / С. З. Курбаншоев, **М. А. Нусайриев** // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. – Душанбе, 2014. - Т.57. - №11. - С. 807-812. ISSN 0002-3469.

[2-А] Курбаншоев С. З. Построение интегральных многообразии решений линейных систем разностных уравнений уравнений [Текст] / С. З. Курбаншоев, **М. А. Нусайриев** // Вестник Таджикского технического университета. – Душанбе, 2015. - №4. - С.12-15. ISSN 2520-2235.

[3-А] Курбаншоев С. З. Построение матрицы Грина и проекторов систем разностных уравнений [Текст] / С. З. Курбаншоев, **М. А. Нусайриев** // Известия Академии наук Республики Таджикистан. Отделение физико-математических, химических, геологических и технических наук. – Душанбе, 2017. - №4 (169). - С.14-25. ISSN 0002-3485.

Материалы конференций, тезисы докладов:

[4-А] Курбаншоев С. З. О построении аналитических нелинейных проекторов [Текст] / С. З. Курбаншоев, **М. А. Нусайриев** // "Перспективы развития науки и образования" посвященной 20-летию 16 сессии Верховного совета Республики Таджикистан.-Душанбе ТТУ им.акад.Осими (16-17 ноября

2012г.)
[5-А]. Курбаншоев С. З. О построении линейных проекторов [Текст] / С. З. Курбаншоев, **М. А. Нусайриев** // Материалы международной научно-методической конференции Современные проблемы математики и её преподавания посвященной 35-летию университета и 20-летию кафедры Алгебры и геометрии Кургантюбе 10-11-май 2013г С.38-41.
[6-А] **Нусайриев М. А.** О построении инвариантных многообразий для выражденных систем дифференциальных уравнений [Текст] /М.А. Нусайриев, У.Р. Рустамбекова // Современные проблемы теории функций и дифференциальных уравнений. Материалы международной научной конференции посвященной 85-летию академика АН Республики Таджикистан Л.Г. Михайлова Душанбе, 17-18 июня 2013г С.104-106.
[7-А] Курбаншоев С. З. О построении инвариантных многообразий системы разностных уравнений [Текст] / С. З. Курбаншоев, **М. А. Нусайриев** // Международная научная конфренция современные проблемы математики и ее преподования посвященная 20-летию конституции республики таджикистан и 60-летию ученых математиков Худжанд 28-29 июня 2014г С. 309-312.
[8-А] Курбаншоев С. З. Асимптотическое поведение решений операторных уравнений на инвариантных многообразиях [Текст] / С. З. Курбаншоев, **М. А. Нусайриев** // Материалы республиканской научной конференции посвященная 70-летию Кулябского Государственного университета Куляб-2015с С.102-104.
[9-А] **Нусайриев М. А.** Построение интегральных многообразий методом малого параметра [Текст] /М.А. Нусайриев, У.Р. Рустамбекова // Материалы международной научной конфренции, посвященной 80-летию член-корреспондента АН Республики Таджикистан, доктора физико-математических наук, профессора Стеценко Владислава Яковлевича Душанбе, 27-28 апреля 2015г С.131-133.
[10-А] Курбаншоев С. З. О построении интегральных многообразий систем разностных уравнений [Текст] / С. З. Курбаншоев, **М. А. Нусайриев** // Материалы научной конфренции посвященной 75-летию доктора физико-математических наук, профессора М. Исмати Душанбе 23 мая 2015г С 72-73.
[11-А] Курбаншоев С. З. О построении и свойства интегральных многообразий соответствующих решений нелинейных систем разностных уравнений [Текст] / С. З. Курбаншоев, **М. А. Нусайриев** // Материалы республиканской научной конференции Неклассические дифференциальные и интегральные уравнения и их приложения, посвященной 300-летию Гиссара и 50-летию механико математического факультета 25-26 - сентября 2015г. С. 45-47.
[12-А] Садриддинов М. М. Построение матрицы Грина для неоднородной системы дифференциальных уравнений [Текст] / М. М.Садриддинов, **М. А. Нусайриев** // Материалы республиканской научной конференции

Неклассические дифференциальные и интегральные уравнения и их приложения, посвященной 300-летию Гиссара и 50-летию механико математического факультета 25-26 - сентября 2015г. С. 87-89.
[13-А] Курбаншоев С. З. О построении инвариантных многообразий соответствующих решений разностных уравнений [Текст] / С. З. Курбаншоев, **М. А. Нусайриев** // Материалы международной научной конфренции посвященной 75-летию доктора физико-математических наук профессора Собирова Темура Сафаровича Душанбе 29-30 октября 2015г. С.115-117.
[14-А] Курбаншоев С. З. О существовании функции Грина при малых ненулевых значениях параметра регулярно возмущенных операторов [Текст] / С. З. Курбаншоев, **М. А. Нусайриев** // Материалы международной научной конфренции МИС и С 30-31 декабря 2015г С.153-155.
[15-А] **Нусайриев М. А.** Построение проекторов при помощи матрицы Грина [Текст] / М.А. Нусайриев // Материалы республиканской научно-теоретической конференции Душанбе, 02 апреля 2016г С.83-86.
[16-А] Курбаншоев С. З. Формула Грина для систем линейных дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом [Текст] / С. З. Курбаншоев, **М. А. Нусайриев** // Материалы республиканская научно-практическая конференция МИС и С Душанбе, 5-6 мая 2017г С.207-210.
[17-А] Курбаншоев С. З. О построении и свойствах интегральных многообразий систем дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом [Текст] / С. З. Курбаншоев, **М. А. Нусайриев** // Международной научно практической конференция Филиал Воронежского Государственного технического университета г. Борисоглебске 12-13 мая 2017г.
[18-А] Курбаншоев С. З. Об устойчивости решений квазистационарной систем линейных дифференциальных уравнений [Текст] / С. З. Курбаншоев, **М. А. Нусайриев** // Материалы международной научной конференции, посввященной 25-летию 16 сессии верховного Совета Республики Таджикистан Курган-тюбе, 27-28 октября 2017г С.56-57.
[19-А] Курбаншоев С. З. Об асимптотическом поведении интегральных кривых на инвариантных многообразиях систем разностных уравнений [Текст] / С. З. Курбаншоев, **М. А. Нусайриев** // Международная конференции современные проблемы математики и ее приложения посвященная 70-летию со дня рождения Академика АН РТ, профессора Илолова Мамадшо Илоловича 14-15 марта 2018г С.124-126.
[20-А] Курбаншоев С. З. Устойчивости решений квазистационарной систем линейных дифференциальных уравнений [Текст] / С. З. Курбаншоев, **М. А. Нусайриев** // Материалы XI- международной научно-теоретической конференции посвященной 70-летию образования Таджикского национального университета и 70-летию доктора физико-математических наук, профессора Юнуси Махмадюсуфа Камарзода Душанбе, 27-28-декабря 2018г С.158-160.

УДК 517.917

Бо ҳуқуқи дастхат

Нусайриев Мастибек Алиёрбекович

СОХТАНИ БИСЁРШАКЛАҲОИ ИНВАРИАНТИИ СИСТЕМАИ МУОДИЛАҲОИ ФАРҚӢ

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т И

диссертатсия барои дарёфти дараҷаи илмии номзади илмҳои физикаю математика аз рӯи ихтисоси

05.13.18 - Амсиласозии математикӣ, усулҳои ададӣ ва комплекси барномаҳо

Д У Ш А Н Б Е - 2 0 1 9

Диссертатсия дар Донишгоҳи техникии Тоҷикистон ба номи академик Осимӣ М.С. иҷро шудааст

РОҲБАРИ ИЛМӢ:	**Қурбоншоев Сафаралӣ Завқибекович** доктори илмҳои физикаю математика, профессор
МУҚАРРИЗОНИ РАСМӢ:	**Исматӣ Муҳаммадҷон** доктори илмҳои физикаю математика, профессори кафедраи риёзиёт дар иқтисодиёти Донишкадаи соҳибкорӣ ва хизмат
	Одинаев Раим Назарович номзади илмҳои физикаю-математика, дотсенти кафедраи Амсиласозии математикӣ ва компютерӣ
МУАССИСАИ ПЕШБАР:	Донишгоҳи давлатии омузгории Тоҷикистон ба номи С.Айнӣ

Ҳимоя 12-уми сентябри соли 2019 соати 14:00 дар Шӯрои диссертатсионии 6D КОА-013 дар факултети механикаю математикаи Донишгоҳи миллии Тоҷикистон аз руйи нишонии: 734027, ш. Душанбе, кӯчаи Буни-Ҳисорак, бинои 17, синфхонаи 203 баргузор мегардад.

Бо диссертатсия дар китобхонаи маркази Донишгоҳи миллии Тоҷикистон ва тавассути сомонаи http://www.tnu.tj шинос шудан мумкин аст.

Автореферат “____”____________ соли 2019 фиристода шуд.

Котиби илмии Шӯрои диссертатсионӣ,
номзади илмҳои физикаю математика,
дотсент **Садуллоев Р.И.**

ТАВСИФИ УМУМИИ ТАҲҚИҚОТ

Мубрамияти мавзӯи таҳқиқот. Дар соҳаҳои гуногуни илми табиатшиносӣ системаҳои муодилаҳои дифференсиалии ғайрихаттӣ ва муодилаҳои фарқӣ васеъ истифода бурда мешаванд. Барои тасвири математикии зуҳуроти физикиро то андозае аниқ баён намудан ба мураккабии муодила ва баландшавии тартиби муодила оварда мерасонад. Фақат баъзан аз муодилаҳои ғайрихаттӣ, ки дар шакли зуҳуроти физикӣ тасвир шудаанд, ҳалли аниқро медиҳанд.

Дар корҳои А.Пуанкаре[1] ва Ляпунов[2] методҳои асили тадқиқи ҳалли системаҳои муодилаҳои фарқӣ кор карда шудаанд, ки ин метод ҳалли пурраи системаро талаб намекард. Бо баланд будани тартиби системаи муодилаи фарқӣ дида баромадашуда, масъалаи тадқиқи асил хело мураккаб мешавад. Бинобар ин дар корҳои А.Пуанкаре ва А.М.Ляпунов методҳои нав кор карда шудаанд, ки имконияти паст кардани тартиби системаи муодилаҳои фарқӣ медиҳад. Маҷмӯи ин методҳо пай дар пай номи назарияи бисёршаклаҳои интегралиро гирифт.

Дар назарияи муодилаҳои дифференсиалӣ, бисёршаклаҳои интегралие, ки дар корҳои А.Пуанкаре, А.М.Ляпунов, Н.Н.Боголюбов, Ю.А.Митрополский[3]. оварда шудаанд, нақши асосиро мебозанд. Ақидаи А.Пуанкаре ва А.М.Ляпунов пайдарпай катъиян дар корҳои Н.Н.Боголюбов ва Ю.А.Митрополский вусъат ёфтаанд. Баъди корҳои Н.Н.Боголюбов, Ю.А. Митрополский аз соли 1957 сар карда, назарияи бисёршаклаҳои интегралӣ дар корҳои олимони советӣ А.А.Андронов[4], Дж.Биркгоф[5], К.Г.Валеев[6], Ю.Л.Далецкий ва М.Г.Крейн[7], Н.П.Еругин[8], К.В.Задирак[9] ва инчунин дар корҳои олимони хориҷи Я.Курцвейль,[10] Х.Массер ва Х.Шеффер[11], Ю.Мозер[12] инкишоф дода шуд.

Дар кори диссертатсиони хосияти бисёршаклаҳои интегралии муодилаҳои фарқӣ қисми росташон аналатикӣ омухта мешаванд. Тарзҳои нави сохтани бисёршаклаҳои интегралӣ барои муодилаҳои фарқӣ коркард карда мешаванд. Ба ғайр аз ин дар диссертатсия тарафи амалии хосияти аналитикии функсия,

---

[1] Пуанкаре А. Новые методы небесной механики. Изб. тр.I-III-М.: наука, 1971-1972-Т.1-2.
[2] Ляпунов А.М. Общая задача об устойчивости движения. -М.-Л.: Гостехиздат, 1950.-383с.
[3] Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Метод ИМ в теории дифф-ых уравнений Тр.Всесо- юзн.матем.съезда, 2. Л.:Наука, 1964. с. 432-437.
[4] Андронов А.А. Собрание трудов.- М.: Изд-во АН ССР, 1956.-537с.
[5] Биркгоф Дж. Д. Динамические системы. -М.-Л.:ОГИЗ, 1941.-320с.
[6] Валеев К.Г. Расщепление спектра матриц.- Киев: Вища шк.,1986.-272с.
[7] Далецкий Ю.Л., Крейн М.Г. Устойчивость решений дифференциальных уравнений в банаховом пространстве - М.:Наука, 1970,534с.
[8] Еругин Н.П. Методы А.М.Ляпунова и вопросы устойчивости в целом. Прикл.мат.и мех.,1953.-17, №4 с.389-400.
[9] Задирака К.В. Об ИМ системы дифференциальных уравнений, содержащей малый Докл.АНССР.-1957.-115, 4.-с.646-649.
[10] Курцвейль Я. Инвариантные многообразия дифференциальных систем. Дифференц. урвнения.-1968.-4, 5.-с. 785-797.
[11] Массера Х. Шеффер Х. Линейные дифференциальные уравнения и функционалые пространства.-М.: Мир, 1970.-456с.
[12] Мозер Ю. О кривых, инвариантных при отображениях кольца, сохраняющих площадь сб.перев. Математика.- 1962.-6, 5.-с.51-67.

ки идоракунии оптималии ҳалли муодилаи Беллман муайян менамояд, коркард карда шудаанд.

Дар оянда усулҳои бисёршаклаҳои интегралӣ ба самтҳои зерин инкишоф меёбад:

-инкишофи ақидаи назарияи бисёршаклаҳои интегралӣ барои тадқиқи синфҳои нави системаи муодилаҳо, дар ҳолати хусусӣ барои тадқиқи системаи муодилаҳои фарқии ғайрихаттӣ (Я. Курцвейл, А. Halanay[13] ва ғ.);
-барои системаи муодилаҳои фарқии ғайрихаттӣ ки ҳаракати тез ё суст тасвир менамояд (Ю.И.Неймарк[14], J.Hally[15], Al.Kelly[16]);
-сохтани назарияи бисёршаклаҳои интегралӣ, ки дар чаҳорчубаи назарияи ошӯбҳо ҷой намегирад (В.А.Плисс,[17] А.М.Самойленко[18] ва ғ.);
-инкишофи ақидаи назарияи бисёршаклаҳои интегралӣ барои тадқиқи синфҳои нави системаи муодилаҳо, дар ҳолати хусусӣ барои тадқиқи системаи муодилаҳои фарқӣ-функсионалӣ ғайрихаттӣ (Я. Курцвейль, А Халанай , К.Г.Валеев, С.З.Қурбоншоев[19] ва ғ.);
-инкишоф ва татбиқи усули бисёршаклаҳои интегралӣ барои ҳалли масъалаҳои амалӣ (В.И.Зубов[20], А.С.Бакай[21], К.Г.Валеев, С.З.Қурбоншоев[22] ва ғ.).

Мақсади таҳқиқот. Ҳадафи кор аз сохтани бисёршаклаҳои интегралӣ барои муодилаҳои фарқии ғайрихаттии қисми росташ аналитикӣ ва тадбиқи ҳалли масъалаҳои синтези ададии идоракунии оптималӣ иборат мебошад.

Масоили таҳқиқот. Мувофиқи мақсадҳои гузошташуда**,** чунин масъалаҳо дида баромада мешаванд:

-сохтани назарияи бисёршаклаҳои интегралӣ барои системаи муодилаҳои фарқӣ қисми росташ аналитикӣ;

-баҳои радиуси наздикшавии проекторҳои ғайрихаттӣ, ки ҳалли бисёршаклаҳои интегралиро муайян мекунад, ёфта шудаанд;

-ҳалли аналитикии муодилаи Беллман ёфта шудааст;

---

[13] Halanay A. An invariant surface for some linear singulary perburted systems with time lag. A.Halanay, - J. Deff., egs. 1966, т. 2, 1, P.33-46.

[14] Неймарк Ю.И. Гуртовник А.С., Исследование интегрального тороидального многообразия в критическом случае: .-1971.-№7.-с. 967-972.

[15] Hally J.K.Areraging Methods for Differential Eguations with Retarded Arguments and a small parametrs. Differential Eguations, 1966.-2, P.57-73.

[16] Kelly AL. On The Lyapunov subcentr manifold. -jn: J. Math. Anal., Appl., 1967,-18.-P.472-478.

[17] Плисс В.А. Нелокальные проблемы теории колебаний. - м.-Л. наука, 1964.-368с.

[18] Самойленко А.М. О Сохранении инвариантного тора при возмущении Изв.АНССР.Сер.мат.,-1970.-34.-с. 1219-1240.

[19] Курбаншоев С.З. Об аналитических многообразиях решений систем функциональных уравнений Укр.мат.журн.,1991.-43, 4.-с.151-154.

[20] Зубов В.И. Математические методы исследования систем автоматического регулирования Л: Судпромгиз, 1959.-324с.

[21] Бакай А.С. Вопросы теории нелинейных колебаний и их применении в физике. -Харьков.-142с №14, 1971.

[22] Курбаншоев С.З. Аналитические интегральные многообразия -Душанбе: Дониш, 191.-375с

-назарияи бисёршаклии интегралӣ барои синтези идоракунии оптималӣ системаҳои муодилаҳои фарқии ғайрихаттӣ, коркард ва истифода шудааст.

Усулҳои асосии таҳқиқот. Кори диссертатсионӣ асосан ба назарияи муодилаҳои фарқӣ, қисми росташ аналитикӣ бахшида шудааст. Муодилаҳои ин намуд асосан рафтори системаҳои идоракуниро тасвир менамоянд. Мавзуҳои тадқиқшавандаи кори диссертатсионӣ: системаи муодилаҳои фарқии ғайрхаттӣ, қисми росташ аналитикӣ системаи муодилаҳои фарқӣ дар фазои банахӣ, системаҳои идоракунии бефосила ва дискретӣ мебошанд.

Нававарии илмии таҳқиқот. Кори мазкур идомаи тадқиқоти бисёршаклаҳои интегралӣ ва синтези идоракунии оптималӣ мебошад. Дар он проблемаи илмии сохтани назарияи бисёршаклаҳои интегралӣ дар тадбиқи системаи муодилаҳои фарқии ғайрихаттӣ, қисми росташ аналитикӣ, ки дар зер оварда шудааст, ҳалли худро ёфтаанд:

- дар фазои банахӣ бисёршаклаҳои интегралӣ барои системаи муодилаҳои фарқии ғайрихаттӣ сохта шудаанд;
- методи голоморфии бисёршаклаҳои интегралӣ барои ҳалли масъалаи ҳаракати устувор ва синтези идоракунии оптималӣ системаи муодилаҳои фарқии ғайрихаттӣ коркард ва истифода шудааст;
- методи ҳосил намудани шарти оптималӣ, кифоягӣ ва зарурӣ коркард карда шудааст;
- назарияи бисёршаклии интегралӣ барои синтези идоракунии оптималӣ системаҳои муодилаҳои фарқии ғайрихаттӣ, коркард ва истифода шудааст;
- тарзи конструктивии сохтани бисёршаклахои оптималӣ коркард карда шудааст.

Ҳолатҳои ба ҳимоя пешниҳодшаванда:

-исботи тасдиқот оиди устувории ҳалҳои муодилаҳои фарқӣ, тарзи додашудани бисёршаклаҳои интегралӣ ва сохтани проекторҳои хаттии системаи муодилаҳои фарқӣ;

-исботи тасдиқот оиди мавҷудияти оператори ғайрихаттии Грин ва проекторҳои ғайрихатти системаи муодилаҳои фарқӣ;

-сохтани бисёршаклаҳои инвариантии системаи муодилаҳои фарқӣ, баҳои ҳалли масъалаҳои канорӣ;

-синтези ададии регуляторҳои оптималӣ, муодилаи Беллман ва синтези регуляторҳои оптималӣ;

-синтези ададии регуляторҳои оптималӣ барои системаи муодилаҳои фаркии ғайрихаттӣ.

Арзишҳои назариявӣ ва амалӣ. Натиҷаҳое, ки дар диссертатсия дарҷ шудаанд, дорои маънои назариявӣ ва амалӣ мебошанд. Бо ин натиҷаҳо дар оянда назарияи бисёршаклаҳои интегралӣ ва назарияи идоракунии оптималӣ вусъат меёбанд. Натиҷаҳое, ки дар диссертатсия ба даст омадаанд, дар сохтани методҳои ҳалли назарияи системаи муодилаҳои фарқӣ, математикаи ҳисоббарорӣ ва синтези идоракунии оптималӣ, муодилаҳои фарқии ғайрихаттӣ васеъ истифода мешаванд.

Натиҷаҳои диссертатсияро ҳангоми таҳқиқоти устовории назарияи танзими автаматикунони, ҳангоми проекторҳои ғайрихаттӣ, барои сохтани функсияи Ляпунов, ҳангоми таҳқиқоти назарияи лапишҳо дар системаҳо бо параметерҳо ва ҳангоми омӯхтани курсҳои махсус дар донишгоҳҳои мамлакат васеъ истифода бурдан мумкин аст.

Саҳми шахсии муаллиф. Тамоми натиҷаҳои дар рисола овардашуда аз ҷониби муаллиф гирифта шудаанд. Аз ҷониби муаллиф назарияи бисёршаклаҳои интегралӣ барои системаи муодилаҳои фарқӣ, қисми росташ аналитикӣ аст, сохта шудааст. Дар фазои банахӣ бисёршаклаҳои интегралӣ барои системаи муодилаҳои фарқии ғайрихаттӣ сохта шудаанд. Баҳои радиуси наздикшавии проекторҳои ғайрихаттӣ, ки ҳалли бисёршаклаҳои интегралиро муайян мекунад, ёфта шудаанд. Ҳалли аналитикии муодилаи Беллман ёфта шудааст. Назарияи бисёршаклаҳои интегралӣ барои синтези ададии идоракунии оптималии системаҳои муодилаҳои фарқии ғайрихаттӣ, коркард ва истифода шудааст.

Тавсиб ва тадбиқи амалии натиҷаҳои таҳқиқот. Натиҷаҳои тадқиқот дар 20 мақолаи илмии ба чоп расонда инъикос ёфтаанд, ки 3-тои онҳо дар маҷаллаҳои олии аттестатсионии назди Президенти Ҷумҳурии Тоҷикистон ва маҷаллаҳои олии аттестатсионии Федератсияи Руссия ба нашр расидааст.

Интишорот. Натиҷаҳои асосии диссертатсия мақолаҳои илмӣ ва мақолаҳои фишурда дар корҳои [1А-20А] дар охири автореферат оварда шудаанд. Гузориши масъалаҳо ба роҳбари илмӣ профессор Қурбоншоев С.З. ва формулировкаи масъалаҳо ва исботи онҳо ба муаллиф тааллуқ дорад.

Сохтор ва ҳаҷми рисола. Рисолаи диссертатсионӣ аз муқаддима, се боб, хулоса, рӯихати адабиёти аз 76 номгӯй иборат мебошад.Ҳаҷми умумии диссертатсия аз **103** саҳифаи матни компютерӣ, 4 расмҳои шарҳдиҳанда иборат аст.

МУНДАРИҶАИ АСОСИИ РИСОЛА

Муҳтаво ва дарунмояи диссертатсия. Рисолаи диссертатсионӣ аз тавсифи умумии таҳқиқот се боб, хулоса ва номгӯи адабиёти истифодагардида иборат аст. Дар ибтидои рисолаи диссертатсионӣ мубрамияти масъалаи таҳқиқотӣ, мавзӯи таҳқиқот, илман асоснок будани мавзӯъ ва ҳадафҳои таҳқиқот оварда шудаанд.

Дар боби якум назарияи бисёршаклаҳои интегралии системаҳои муодилаҳои фарқӣ баён карда шудааст.

Натиҷаҳои параграфи 1.1. характери ёрирасон дорад. Дар он тарзҳои додашавии бисёршаклии интегралҳо, таърифҳои асосӣ ва намунаҳои бисёршаклаҳои интегралӣ дида баромада мешавад.

Бигузор системаи m муодилаҳои фарқӣ

$$X(t+1) = F(t, X(t)),\ X = (x_1,...,x_m) \tag{1}$$

дода шудааст, ки дар ин ҷо $F(t, X)$ – вектор-функсия бефосила ва дифференсиронида аз рӯи ҳамаи аргументҳояш дар соҳаи D

$$\{0 < x_j < \infty, -\infty < t < \infty\}\ (j = 1,...,m)$$

мебошад.

Вектори k – ченакаи

$$G(t, X) = \{g_1(t, X),..., g_k(t, X)\}, \tag{2}$$

ки дар ин ҷо $g_i(t, X)$ $(j = 1,...,m)$ функсияҳои дар соҳаи D бефосила, дифференсиронидашаванда ва новобаста мебошанд.

Таърифи 1. *Мегуем, ки системаи k – муодилаҳои*

$$G(t, X) = 0 \tag{3}$$

бисёршаклаҳои интегралии G ҳалҳои системаи $m-k$ ченакаи (1)-ро муайян мекунад, агар дар асоси системаҳои (3) баробариҳои

$$G(t+1, F(t, X)) - G(t, X) = 0 \tag{4}$$

ҷой дошта бошад.

Ҳамин тавр, агар ақаллан яке аз нуқтаҳои $t = t_0$, $X = X_0$-и ҳалли дилхоҳи

$$X = X_n \equiv X(t_0 + n)\ (n = 0, \pm 1, \pm 2,...) \tag{5}$$

системаи муодилаҳои фарқӣ (1) ба бисёршаклаҳои интегралии G таалуқ дошта бошад, он гоҳ ҳамаи нуқтаҳои $t = t_0 + n$, $X = X_n^0$ ба бисёршаклаҳои интегралӣ таалуқ дорад.

Мисолҳои бисёршаклаҳои интегралӣ.

1. Муодилаи

$$\frac{dX}{dt} = F(t, X) \tag{6}$$

муоина мекунем, ки дар ин ҷо $X \in E^m, \ t \in R$. Хати каҷи G_0- ро ба сифати соҳаи қиматҳои ибтидоии ҳалли муодилаи (6) дар фазои $(m+1)-$ченакаи (t, X) қабул намуда аз ҳар як нуқтаи G_0 ҳалли муодилаи (6)-ро мегузаронем. Дар натиҷа силиндри ба тири (t) параллелро ҳосил мекунем, ки аз рӯи ҳалҳои муодилаи (6) ҳосил шуда, дар асоси мадори G_0 мехобад.

Ҳар гуна ҳалли $X(t)$-и муодилаи (3), ки қиматҳои ибтидоии $X(t_0) = X_0$ ба мадори G_0 мутаалиқ аст, бо яке аз ҳалҳо мувофиқ меояд, ки силиндри G ба вуҷуд меорад. Силиндри G бисёршаклаҳои интегралии дученакаи муодилаи (6) дар фазои $(m+1)$ ченакаи (t, X) $E^m \times R$ мебошад. Намуди параметрии он

$$G = \{(t, X) \mid X = X^0(\psi) \ \ 0 \le \psi \le 2\pi, \ t \in R\}$$

мебошад.

2. Бигузор

$$\frac{dX}{dt} = F(t, X) \tag{7}$$

ягон муодилаи ғайриавтономӣ бошад, ки дар ин ҷо $X, \ F - m-$векторҳое мебошанд, ки аз ҳалҳои даврии

$$X = X^0(\omega t) \tag{8}$$

бо даври 2π иборат мебошад.

Маълум аст, ки муодилаи (7) ҳамчунин дорои оилаи ҳалҳои дупараметраи

$$X = X^0(\omega t + \varphi, a) = X^0(\psi, a) \ \ \psi = (\omega t + \varphi), \tag{*}$$

$$X^0(\psi + 2\pi, a) = X^0(\psi, a)$$

мебошад, ки аз ду доимиҳои дилхоҳи φ, a вобаста аст. Мадори (*) бисёршаклаҳои интегралии дученакаи муодилаи (7)-ро муайян мекунад, ки намуди параметрии он ду доимии дилхоҳи $\varphi, a-$ро дар бар мегирад. Барои муодилаи (7) бисёршаклаҳои интегралии локалӣ як қисми мадори $X^0(\psi, a)$ мешавад.

3. Системаи муодилаҳои дифференсиалии

$$\frac{dx}{dt} = -x + \mu y cost, \quad \frac{dy}{dt} = y + \mu x sint \tag{9}$$

бисёршаклаҳои интегралии бо муодилаи

$$x = \mu \frac{cost}{2} y - \frac{\mu^3}{8} sint \cdot cos^2 ty + O(\mu^4) \tag{10}$$

навишташавандаро дорад.

Системаи муодилаҳои дифференсиалии тартиби n-уми

$$\frac{dx_s}{dt} = f_s(t, x_1, x_2, ..., x_n) \; (s = 1,2,...,n) \tag{11}$$

дида мебароем.

Фарз мекунем, ки барои тарафҳои рост шарти теоремаи мавҷудият ва ягонагии ҳал дар атрофи кифоя хурди нуқтаи дилхоҳи $(t, x_1, x_2, ..., x_n)$ фазои фазавии васеъкардашуда иҷро мешавад ва ҳар гуна ҳалли он дар тамоми тир давом дода мешавад.

1. Тарзи ноошкор додашавии бисёршаклаҳои интегралӣ.

Фарз мекунем, ки системаи пурраи интегралҳои

$$\varphi_s(t, x_1, x_2, ..., x_n) = c_s \; (s = 1, ..., n) \tag{12}$$

системаи муодилаҳои дифференсиалии (11) маълум аст. Муодилаҳои ноошкори бисёршаклаҳои интегралии системаи (12) дар намуди

$$h_i(t, x_1, ..., x_n) = 0 \; (i = 1, ..., g) \tag{**}$$

муайян карда мешавад, ки ченаки $n - g$ –ро дорад. Муодилаи (**)-ро дифференсиронида бо назардошти (11) муодилаҳои

$$\frac{dh_i}{dt} = \frac{\partial h_i}{\partial t} + \sum_{k=1}^{n} \frac{\partial h_i}{\partial x_k} f_k = 0 \quad (i = 1, ..., g)$$

ҳосил мекунем, ки дар бисёршаклаҳои интегралии (**) бояд иҷро шаванд.

2. Тарзи параметрии додашавӣ.

Тағйирёбандаҳои нави $z_1, ..., z_{n-g}$ –ро аз рӯи формулаҳои

$$x_s = \psi_s(t, z_1, ..., z_{n-g}) \; (s = 1, ..., n. \tag{13}$$

дохил мекунем. Функсияҳои новобастаи $\psi_s (s = 1, ..., n)$ функсияҳои $n - g$ – тағйирёбандаанд.

3. Тарзи каноникии додашавӣ. Системаи функсияҳо

$$v_s = h_s(t, x_1, ..., x_n) \; (s = 1, ..., n)$$

то системаи пурраи n тағйирёбанда пур мекунем. Иваз намудани тағйирёбандаҳои

$$v_s = h_s(t, x_1, ..., x_n) \quad (s = 1, ..., n) \tag{14}$$

системаи муодилаҳои дифференсиалии (11)-ро ба намуди махсуси формаи каноникии

$$\frac{dv_s}{dt} = \eta_s(t, v_1, ..., v_g, v_{g+1}, ..., v_n) \quad (s = 1, ..., n) \tag{15}$$

меорад, ки бисёршаклаҳои интегралии ченаки $n - g -$ро дошта бо муодилаҳои

$$v_1 = 0, ..., v_g = 0$$

муайян карда мешавад.

Дар параграфи 1.2 сохторҳои ғайрихаттии системаи муодилаҳои фарқӣ ва инчунин таъриф мафҳуми ҳалли системаи муодилаҳои фарқӣ хаттӣ дида баромада мешавад. Таърифи бисёршаклаҳои интегралии ин муодилаҳоро меорем.

Бигузор системаи m муодилаҳои фарқӣ

$$X(t+1) = F(t, X(t)), \quad X = (x_1, ..., x_m) \tag{16}$$

дода шудааст, ки дар ин ҷо вектор-функсияи $F(t, X)$ бефосила ва аз рӯи ҳамаи аргументҳояш дар соҳаи

$$D = \{o < x_j < \infty, -\infty < t < \infty\} \; (j = 1, ..., m) \tag{17}$$

дифференсиронидашаванда мебошад.

Системаи муодилаҳои фарқии хаттии

$$X_{n+1} = A(n) X_n, \, detA(n) \neq 0 \; (n = 0, \pm 1, \pm 2, ...) \tag{18}$$

дида мебароем.

Таърифи 2. *Системаи муодилаҳои фарқӣ хаттии (18)-ро экспоненсиалию дихотомӣ мегуем, агар ҳалли дилхоҳи* $X = X_n$ *–и системаи (18) яккимати дар намуди суммаи ҳалҳои (18)*

$$X_n = X_{1,n} + X_{2,n} \; (n = 0, \pm 1, \pm 2, ...) \tag{19}$$

ифода карда шавад.

Теоремаи зерин исбот карда шудааст.

Теоремаи 1. *Бигузор барои системаи муодилаҳои фарқӣ хаттии (18) шартҳои маҳдудияти коэффитсиентҳо дар тамоми тири* n *ичро гардад.*

$$\|A(n)\| \le \alpha, \; \|A^{-1}(n)\| \le \alpha \; (n = 0, \pm 1, \pm 2, ...).$$

Барои он ки барои системаи

$$X_{n+1} = A(n)X_n + F_n,\ \|F\| \le q\ \ (n = 0, \pm1, \pm2, ...),\ (g = const)$$

ҳалли дар тамоми тири маҳдуди X_n $(n = 0, \pm1, \pm2, ...)$ *мавҷуд бошад, зарур ва кифоя аст, ки системаи додашуда экспоненсиалӣ дихотомӣ бошад.*

Акнун мавҷудияти ҳал дар тамоми тири маҳдуди системаи муодилаҳои фарқии ғайрихаттии

$$X_{n+1} = A(n)X_n + \mu F(n, X_n)\ (n = 0, \pm1, \pm2, ...), \tag{20}$$

ки дар ин ҷо вектори $F(n, X_n)$ шартҳои

$$\|F(n,0)\| \le f = const \tag{21}$$

қаноат мегардонад, дида мебароем. Фарз мекунем, ки системаи муодилаҳои фарқӣ

$$X_{n+1} = A(n)X_n\ (n = 0, \pm1, \pm2, ...) \tag{22}$$

экспоненсиалӣ дихотомӣ аст. Натиҷаҳои ҳосилкардашударо дар намуди теорема меорем.

Теоремаи 2. *Бигузор барои системаи муодилаҳои фарқӣ хаттии (22) матритсаи Грин* $G(n,s)$ *мавҷуд бошад. Агар дар системаи (20)* $F(n,X)$ *шартҳои (21)-ро қонеъ гардонад, он гоҳ барои* $|\mu| gL < 1$ *системаи муодилаҳои фарқӣ (20) ҳалли дар тамоми тир маҳдуди*

$$X_n^* = \lim_{k\to\infty} X_n^{(k)}\ (n = 0, \pm1, \pm2, ...) \tag{23}$$

дорад.

Теоремаи 3. *Бигузор системаи муодилаҳои фарқӣ хаттии (23) экспоненсиалӣ дихотомӣ бошад. Агар шарти*

$$|\mu| g \sup_n \|B_n\| < 1\ (n = 0, \pm1, \pm2, ...) \tag{24}$$

иҷро гардад, он гоҳ системаи муодилаҳои фарқӣ

$$X_{n+1} = A(n)X_n + \mu B_n X_n$$

низ экспоненсиалӣ дихотомӣ мешавад.

Дар параграфи 1.3 оператори ғайрихаттии Гринро дида мебароем. Бигузор системаи муодилаҳои фарқӣ

$$X_{n+1} = A(n)X_n + \mu F(n, X_n),\ F(n,0) \equiv 0\ (n = 0, \pm1, \pm2, ...) \tag{25}$$

барои $\mu = 0$ экспоненсиалӣ дихотомӣ аст, вектор-функсияи $F(n, X)$ бошад шарти Липшитс (21)-ро қонеъ гардонад. Барои $|\mu| gL < 1$ системаи муодилаҳои фарқӣ ёрирасони

$$H(n+1,k,X,\mu)=A(n)H(n,k,X,\mu)+\mu F(n,H(n,k,X,\mu))+X\delta_{n+1,k} \tag{26}$$

дида мебароем, ки дар ин ҷо $\delta_{n+1,k}-\delta-$функсияи Дирак мебошад. Системаи муодилаҳои фарқӣ (26)-ро ба системаи муодилаҳои суммавӣ

$$H(n,k,X,\mu)=G(n,k-1)X+\mu\sum_{s=-\infty}^{\infty}G(n,s)F(s,H(s,k,X,\mu)) \tag{27}$$

$$(s-n,s-k=0,\pm1,\pm2,...)$$

овардан мумкин аст. Натиҷаҳои асосии ин параграф теоремаи зерин мебошад:

Теоремаи 4. *Агар барои системаи муодилаҳои фарқӣ ғайрихаттии (25) шарти* $|\mu|gL<1$ *қонеъ гардонад, он гоҳ оператори ғайрихаттии Грин* $H(n,k,X,\mu)$, *ки системаи муодилаҳои суммавии (27)-ро қонеъ мегардонад ва ифодаи* $P_j(n,X,\mu)$ $(j=1,2)$ *проекторҳои ғайрихаттӣ мебошанд.*

Боби дуюм аз се параграф иборат аст ва дар он сохтани бисёршаклии инвариантии системаи муодилаҳои фарқӣ дида баромада мешавад. Дар ин боб тарзи ҷудо кардани оилаи ҳалҳои асимптотӣ вақте, ки на худи ҳал , балки ифодакунандаи муодилаи фарқӣ сохта мешавад.

Дар параграфи якуми боби дуюм баҳодиҳии ҳалҳои операторини муодилаҳои фарқӣ дида баромада мешавад.

Муодилаи фарқии оператори

$$X_{n+1}=X_n+hF(nh,X_{n-1}),\ F(n,h,0)\equiv0, \tag{28}$$

$$(n=0,\pm1,\pm2,...;h>0),$$

ки дар ин ҷо $F(nh,X)-$оператори ғайрихатти мебошад, ки ягон фазои банахии B-ро ба худаш инъикос мекунад. Фарз мекунем, ки вектор функсияи $F(nh,X)$ шарти Липшитс

$$\|F(nh,X)-F(nh,Y)\|\le L\|X-Y\|,\ X,Y\in\mathrm{B} \tag{29}$$

ва шарти маҳдудияти

$$\|F(nh,0)\|\le M\quad(M=const) \tag{30}$$

қонеъ мегардонад. Бисёршаклаҳои инвариантии ҳалро, ки бо муодилаи фарқӣ оператори намуди

$$X_{n+1}=X_n+hG(nh,X_n,h) \tag{31}$$

навишта мешавад, ҷустуҷӯ мекунем. Дар ин ҷо $G(nh,X,h)-$оператори ғайрихаттиест, ки ягон фазои банахии B-ро ба худаш инъикос мекунад.

Фарз мекунем, ки оператори $G(nh, X, h)$ шарти Липшитс ва шарти маҳдудияти

$$\|G(nh, X, h) - G(nh, Y, h)\| \le \xi(h)\|X - Y\| \tag{32}$$

қонеъ мегардонад.

Дар ин параграф леммаи зерин исбот карда шудааст.

Леммаи 1. *Бигузор $X_n, Y_n -$ ду ҳалҳои гуногуни муодилаи фарқии оператори (31) бошад. Он гоҳ баҳодиҳии*

$$(1 - h\xi(h))^k\|X_n - Y_n\| \le \|X_{n+k} - Y_{n+k}\| \le (1 + h\xi(h))^k\|X_n - Y_n\| \tag{33}$$

чой дорад.

Дар параграфи дуюми боби дуюм сохтани бисёршаклаҳои инвариантӣ дида баромада мешаванд. Натиҷаҳои асосии ин параграф дар шакли теорема меорем.

Теоремаи 5. Бигузор барои оператори муодилаи фарқӣ (28) шартҳои (29), (30) иҷро шаванд. Агар шарти

$$h \le (4L)^{-1} \tag{34}$$

иҷро шавад, он гоҳ барои ҳар гуна қиматҳои n, X $(n = 0, \pm 1, \pm 2, ...)$ пайдарпаии наздиккунии $G_k(nh, X, h)\,(k = 0,1,2,...)$, ки шарти (32) қонеъ менамояд ба оператори $G(nh, X, h)$ наздик мешавад, дар ин ҷо

$$\xi(h) = 2L(1 + \sqrt{1 - 4hL})^{-1}. \tag{35}$$

мебошад.

Теоремаи 6. *Бигузор $\xi^* -$ решаи хурдтарини мусбати муодилаи*

$$\varphi(\xi) = \xi$$

бошад. Агар $0 < h < h_0$ бошад он гоҳ пайдарпаии $G_k(nh, X, h)\,(k = 0,1,2,...)$ барои ҳар гуна $X \in$ В аз руи n, X, h дар ҳар гуна соҳаи $\|X\| \le \rho$ $(\rho = const)$ бо оператори $G(nh, X, h)$, шарти Липшитс бо доимии $\xi(h)$ қаноаткунанда, ки бо ифодаи (33) муайян карда мешавад, мунтазам наздикшавнда мебошад. Барои ин оператори муодилаи фарқии (32) бисёршаклахои инвариантии ҳалли муодилаи (29) муайян менамояд.

Теоремаи 7. *Агар барои қимати додашудаи $0 < h < h_0$ адади мусбати $\xi(h)$, мавчуд бошад, ки нобаробарии $\varphi(\xi) < \xi$, $L(1 - h\xi)^{-1} < \xi$, қаноат намояд, он гох муодилаи фарқии ёрирасони (32), мавчуд аст, ки ҳамаи решаҳои он муодилаи (29) қаноат намоянд. Барои ин оператори $G(nh, X, h)$ шарти (33) қаноат менамояд.*

Дар параграфи 2.3 баҳои ҳалли масъалаҳои канорӣ барои ҳалли муодилаҳои фарқӣ

$$X_{n+1} = X_n + hF(nh, X_{n-1}) \tag{36}$$

ҳосил шудаанд. Натиҷаҳои асосии параграфи додашуда теоремаи 8 ва натиҷаи 1 аз он ҳосилшуда мебошанд.

Теоремаи 8. *Бигузор барои муодилаи фарқӣ (36) шартҳои (28), (29) ва* $0 < h < h_0$ *иҷро шаванд. Агар* $X_n, \overline{X}_n$ *– ду ҳалҳои гуногуни муодилаи (36) бошанд, ки ҳангоми* $n = N$ *ҳамҷоя мешаванд, он гоҳ барои фарқи ин ҳал баҳои*

$$\left\| X_n - \overline{X}_n \right\| \le (1 - h\xi_0)^n hL\xi_0 \left(1 - \frac{L}{\xi_0(1 - h\xi_0)}\right)^{-1} \left\| X_{-1} - \overline{X}_{-1} \right\| \tag{37}$$

$$(-1 \le n \le N - 1)$$

дуруст мебошад, ки дар ин ҷо ξ_0 *ҳар гуна ҳалли нобаробарии*

$$\xi_0 - \frac{L}{1 - h\xi_0} > 0 \; (0 < 1 - h\xi_0 < 1)$$

мебошад.

Натиҷаи 1. *Дар ҳолати иҷро шудани шарти* $0 < h < h_0$ *барои муодилаи фарқӣ (37) ҳангоми дода шудани қиматҳои сарҳадии* X_0, X_N, *ҳалли ягонаи* X_n $(n = 1, 2, ..., N-1)$ *масъалаи канорӣ мавҷуд мебошад.*

Дар боби сеюми диссертатсия синтези ададии регуляторҳои оптималӣ омӯхта мешаванд.

Дар ин боб принсипи бисёршаклаҳои оптималӣ оварда шудааст, ки имконияти ба вуҷудоии синтези идоракунии оптималиро медиҳад, барои системаи ғайрихаттии муодилаҳои фарқӣ қисми росташ аналитикӣ баён шудааст.

Дар параграфи 3.1 аналитикӣ будани муодилаи Беллман исбот карда шудааст. Қонуни идоракунии оптималии $Z_n = Z(n, X_n, \mu)$ барои системаи m муодилаҳои ғайрихаттии фарқӣ вектории

$$X_{n+1} = AX_n + BZ_n + \mu F_n(n, X_n, Z_n, \mu),\; F_n(n, 0, 0, \mu) \equiv 0, \tag{38}$$

$$X_{n_0} = X^0 \; (n = 0, \pm 1, \pm 2, ...)$$

ҷустуҷӯ менамоем, ки барои он қимати функсионалии

$$I_n = \frac{1}{2}\sum_{k=n}^{\infty}[X_k^* Q_k X_k + Z_k^* L_k Z_k + 2\mu\omega_n(k, X_k Z_k, \mu)],\ \omega_n(k,0,0,\mu) \equiv 0 \qquad (39)$$

хурдтарин мебошад.

Дар системаи (38) матритсаи хоси $m \times m$ $A - \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n$ шарти

$$|\alpha_j| < 1\,(j = 1,2,..., p), |\alpha_i| > 1\,(i = 1,2,..., g)\ (p + q = m), \qquad (40)$$

қаноат менамояд, ки дар ин ҷо B вектори $m-$ченака, $\mu-$параметри хурди мусбат. Дар функсионалӣ (39) матритсаҳои Q_n, L_n тартиби m доранд: $Q^* = Q,\ L^* = L; Q^*, L^*-$вектори транспонироnидашуда, $X-$вектори $m-$ченакаи координатаи фазавӣ, $Z-$вектори идоракунии $r-$ченака.

Фарз мекунем, ки проексияи вектор-функсияи $F(n, X_n, Z_n, \mu)$ функсияи голоморфӣ нисбати μ бошад ва проексияи векторҳои X, Z аз рӯи ҳамаи аргументҳояш ду маротиба дифферинсиронидашаванда дар соҳаи D бошанд:

$$\|X\| \equiv \max_{1 \le j \le n} |x_j| \le R, \|Z\| \equiv \max_{1 \le S \le r} |z_S| \le R, |\mu| < \mu_0. \qquad (41)$$

Ақидаи Беллмана[23], истифода бурда, n, X_n ва барои идоракунии ихтиёрии $Z_n = Z$ ба нуқтаҳои зерин $n+1, X_{n+1}$ мегузарем ва баъд ҳаракатро мувофиқи қонуни оптималии $Z_n = Z_{opt}(n, X_n, \mu)$ баён менамоем. Барои ин функсионали (39) чунин намуд мегирад

$$I_n = \frac{1}{2}\sum_{k=n}^{\infty}[X_k^* Q_k X_k + Z_k^* L_k Z_k + 2\mu\omega_n(k, X_k Z_k, \mu)] +$$

$$+ V(n+1, AX_n + BZ_n + \mu F_n(n, X_n, Z_n, \mu)). \qquad (42)$$

Қиматҳои хурдтарини I_n ва Z_n ёфта баробарии

$$V(n, X_n, \mu) = \min_{Z \in D}\{[X_n^* Q_n X_n + Z_n^* L_n Z_n + 2\mu\omega_n(n, X_n, Z_n, \mu)] +$$

$$+ V(n+1, AX_n + BZ_n + \mu F_n(n, X_n, Z_n, \mu))\} \qquad (43)$$

ҳосил менамоем, ки онро ба намуди идоракунии

$$\min_{Z \in D}\{V(n+1, AX_n + BZ_n + \mu F_n(n, X_n, Z_n, \mu) - V(n, X_n, \mu) +$$

$$+ X_n^* Q_n X_n + Z_n^* L_n Z_n + 2\mu\omega_n(n, X_n, Z_n, \mu)\} = 0 \qquad (44)$$

---

[23] Беллман Р. Динамическое программирование М.: Изд-во иност. лит., I960. - 400 с.

навиштан мумкин аст. Муодилаи (44) муодилаи Беллман мебошад. Ин муодила интихоби идоракунии оптималии $Z_n = Z$ муайян менамояд. Вектори сатрии ёрирасони

$$Y_n = \frac{DV(n, X_n, \mu)}{DX_n} = (y_1, y_2, ..., y_m) \tag{45}$$

дида мебароем. Фарз мекунем, ки барои қиматҳои дида баромадашудаи n, X, Y, μ системаи муодилаҳои

$$Y_{n+1}\left(B + \mu\frac{DF_n(n, X_n, Z_n, \mu)}{DZ}\right) + Z_n^* L_n + \mu\frac{D\omega_n(n, X_n, Z_n, \mu)}{DZ} = 0 \tag{46}$$

ҳалли ягонаи $Z_n = S_n(n, X_n, Y_{n+1}, \mu)$ доранд. Аз муодилаи Беллман (44) системаи муодилаҳои фарқии

$$Y_n = Y_{n+1}\left(A + \mu\frac{DF_n(n, X_n, S_n, \mu)}{DX_n}\right) + X_n^* Q_n + \mu\frac{D\omega_n(n, X_n, S_n, \mu)}{DX_n}, \tag{47}$$

$$Z_n = S_n(n, X_n, Y_{n+1}, \mu)$$

ҳосил менамоем. Ин система муодилаҳои табдилдиҳии каноникии тағйирёбандаҳои X_n, Y_n ва тағйирёбандаҳои X_{n+1}, Y_{n+1} муайян менамоянд.

Дар параграфи 3.2 синтези идоракунии оптималӣ барои системаи хаттии муодилаҳои фарқӣ бо функсионали квадрати хурдтарин омӯхта мешаванд. Ақидаи умумии бисёршаклаҳои интегралӣ ҳалли системаи муодилаҳои фарқӣ барои синтези идоракунии оптималӣ дар системаи идоракунандаи (38) ҳангоми $\mu = 0$ тадбиқ менамоем. Барои ин системаи хаттии муодилаҳои фарқӣ

$$X_{n+1} = AX_n + BZ_n, \dim X = m \tag{48}$$

бо функсионали квадратӣ хурдтарини

$$I_n^{(1)} = \frac{1}{2}\sum_{k=n}^{\infty}(X_k^* Q X_k + Z_k^* L Z_k), Q^* = Q, L^* = L \tag{49}$$

ҳосил менамоем, ки дар ин ҷо $Q, L-$векторҳои доимии ченакаш m мебошанд. Агар идоракунии оптималӣ ба намуди $Z_n = NX_n$ ҷустуҷӯ карда шавад, он гоҳ ба масъалаи ёфтани минимуми ифодаи

$$I_n^{(1)} = \frac{1}{2}X_n^*\psi(N)X_n, \psi(N) \equiv \sum_{k=0}^{\infty}[(A+BN)^*]^k (Q + N^* LN)(A+BN)^k, \tag{50}$$

мебиёем, ки аз матритсаи N ва вектори X_n вобаста мебошад.

Бигузор матритсаи ягонаи N_1 мавҷуд бошад, ки барои ҳар гуна қиматҳои X_n функсионали $I_n^{(1)}$, қимати хурдтарини функсионали $I_n^{(1)}$ бо $V_1(X_n)$ ишора мекунем, ки дар ин ҷо

$$V_1(X) = \frac{1}{2} X_n^* \psi^{(1)} X, \psi^{(1)} = K(N_1), \psi^{(1)} > 0.$$

Формаи квадратии мусбати

$$V(X) = V_1(X)$$

муайян буда муодилаи Беллман (44) қаноат менамояд

$$\min_{Z_n \in D} \left\{ V(AX_n + BZ_n) - V(X_n) + \frac{1}{2} X_n^* Q X_n + \frac{1}{2} Z_n^* L Z_n \right\} = 0. \tag{51}$$

Системаи муодилаҳои (46), (47) намуди зеринро мегиранд.

$$Y_{n+1}B + Z_n^* L_n = 0, \tag{52}$$

$$X_{n+1} = AX_n - MY_{n+1}^*, Y_n = Y_{n+1}A + X_n^* Q_n, M \equiv BL^{-1}B^*. \tag{53}$$

Дар параграфи 3.3 синтези ададии регуляторҳои оптималӣ барои системаи ғайрихаттии муодилаҳои фарқӣ тадқиқ карда мешаванд. Принсипи бисёршаклаҳои оптималӣ барои ёфтани идоракунии оптималии $U_n = U(n, X_n)$, барои системаи муодилаҳои фарқии

$$X_{n+1} = F(n, X_n, U_n); F(n,0,0) \equiv 0 (n = 0,1,2,...), \tag{54}$$

бо функсионали хурдтарини

$$J = \sum_{k=n}^{\infty} \omega(k, X_k, U_k); \omega(k,0,0) \equiv 0 \tag{55}$$

татдбиқ менамоем. Барои ин қиматҳои аввалаи

$$X_{n_k + s_k}, \Psi_{n_k + s_k} \ (s_k \rangle\rangle 1)$$

дода мешаванд, ки шарти

$$0 < \left\| X_{n_k + s_k} \right\| \le \varepsilon_k ; 0 < \left\| \Psi_{n_k + s_k} \right\| \le \varepsilon_k \ (k = 1,..., N) \tag{56}$$

қаноат менамоянд, ки дар ин ҷо ε_k –адади кифоя хурди додашуда $(\varepsilon_k \approx 10^{-6} \div 10^{-12})$ мебошад. Сипас системаи муодилаҳои фарқии

$$\Psi_n = \Psi_{n+1} \frac{DF(n, X_n, U_n)}{DX_n} + \frac{D\omega(n, X_n, U_n)}{DX_n}, \tag{57}$$

$$X_{n+1} = F(n, X_n, U_n); U_n \equiv \Phi(n, X_n, \Psi_{n+1})$$

аз қиматҳои $n = n_k + s_k$ то қимати $n = n_k$ интегронида мешавад. Барои ин системаи муодилаҳои

$$X_{n+1} = F(n, X_n, \Phi(n, X_n, \Psi_{n+1}))$$

ададан ё аналитикӣ нисбати X_n ҳалшаванда мебошад ва ба намуди

$$X_n = \Phi(n, X_{n+1}, \Psi_{n+1})$$

оварда мешавад. Ҳалли системаи муодилаҳои фарқии

$$X_{k,n} = \Phi(n, X_{k,n+1}, \Psi_{k,n+1});$$

$$\Psi_{k,n} = \Psi_{k,n+1} \frac{DF(n, X_{k,n}, U_{k,n})}{DX_{k,n}} + \frac{D\omega(n, X_{k,n}, U_{k,n})}{DX_{k,n}}; \qquad (58)$$

$U_{k,n} \equiv \Phi(n, X_{k,n}, \Psi_{k,n+1})$ бо шартҳои аввалаи

$$X_{k,n_k+s_k} = X_{n_k+s_k}; \Psi_{k,n_k+s_k} = \Psi_{n_k+s_k} \ (k = 1,..., N)$$

ҷустуҷӯ карда мешавад. Азбаски нуқтаҳои X_{k,n_k}, Ψ_{k,n_k} $(k = 1,..., N)$ тақрибан дар бисёршаклаҳои оптималӣ мехобанд, он гоҳ барои синтези идоракунии оптималии $U_n = U(n, X_n)$ кифоя аст, ки вектор-функсияи $\Psi_{n+1} = S(n, X_n)$ аз баробарии тақрибии

$$\Psi_{k,n_{k+1}} = S(n_k, X_{k,n_k}) \ (k = 1,..., N) \qquad (59)$$

аппроксиматсия намоем. Агар дар як вақт системаи муодилаҳои фарқии (58) ва муодилаи фарқии

$$z_{k,n} = z_{k,n+1} + \omega(n, X_{k,n,} U_{k,n}); z_{k,n_k+s_k} = 0,$$

интегронем, он гоҳ баробарии тақрибии

$$v(n_k, X_{k,n_k}) = z_{k,n_k} \ (k = 1,..., N)$$

ҳосил менамоем.

Ҳамин тариқ, ёфтани идоракунии оптималии $U_n = U(n, X_n)$ ба ҳалли бисёркаратаи системаи муодилаҳои фарқии (58) ва масъалаи интерполиронӣ оварда мерасонад. Барои ин як ҳалли $X_n = X_{k,n}, \Psi_n = \Psi_{k,n}$ метавонад барои ёфтани якчанд нуқтаҳои интерполятсионӣ барои қиматҳои гуногуни n истифода бурда шавад. Методи ёфтани идоракунии оптималӣ бо мисолҳо нишон медиҳем.

Мисоли 1. Идоракунии оптималӣ барои муодилаи $x_{n+1} = x_n + \mu x_n^2 + u_n$ бо функсионали хурдтарини

$$I=\frac{1}{4}\sum_{n=0}^{\infty}\left(x_n^2+2\mu x_n^3+2u_n^2\right)$$

меёбем. Системаи муодилаҳои фарқӣ (57) ҳангоми $u_n=-\psi_{n+1}$ намуди

$$x_{n+1}=x_n+\mu x_n^2-\psi_{n+1};\psi_n=\frac{1}{2}x_n+\frac{3}{2}\mu x_n^2+\psi_{n+1}(1+2\mu x_n)$$

мегирад. Бисёршаклаҳои интегралии ин системаи муодилаҳои фарқӣ ба намуди $\psi_{n+1}=s(x_n)$ ҷустуҷӯ менамоем, он гоҳ ба системаи муодилаҳои функсионалии

$$x_{n+1}=x_n+\mu x_n^2-s(x_n);\ s(x_{n-1})=\frac{1}{2}x_n+\frac{3}{2}\mu x_n^2+(1+2\mu x_n)s(x_n)$$

мегузарем. Ишораҳои $x=x_n$, $y=x_{n+1}$, дохил намуда ба муодилаи

$$y=x+\mu x^2-s(x);\ s(x)=\frac{1}{2}y+\frac{3}{2}\mu y^2+(1+2\mu y)s(y) \tag{60}$$

мегузарем. Барои $\mu=0$ ҳалли $s(x)=0{,}5x$ меёбем. Ҳалли системаи муодилаҳои функсионалии (60) ба намуди паҳнкунии

$$s(x)=0{,}5x+a\mu x^2+b\mu^2x^3+c\mu^3x^4+\ldots$$

ҷустуҷӯ менамоем. Аз муодилаи якуми системаи (60) меёбем

$$y(x)=0{,}5x+(1-a)\mu x^2-b\mu^2x^3-c\mu^3x^4+\ldots$$

Ин қатори дараҷагиро ба намуди

$$x(y)=2y+8(a-1)\mu y^2+(64(a-1)^2+16b)\mu^2y^3+$$

$$+(640(a-1)^3+320(a-1)b+16c)\mu^3y^4+\ldots$$

муайян мекунем. Паҳнкунии ёфташударо дар муодилаи

$$x+\mu x^2=\frac{3}{2}y+\frac{3}{2}\mu y^2+(1+2\mu y)s(y)$$

гузошта коэффитсиентҳои $a,b,c,\ldots$ муайян намуда, $s(x)$-ро меёбем ва дар натиҷа муодилаи оптималии

$$u_n=-\frac{1}{2}x_n-\frac{13}{14}\mu x_n^2-\frac{187}{735}\mu^2x_n^3+\frac{17972}{21609}\mu^3x_n^4+\ldots$$

ҳосил менамоем.

Мисоли 2. Идоракунии оптималии $U = U(x)$ барои муодилаи фарқии ғайрихаттии $x_{n+1} = x_n + x_n^2 + u_n$ бо функсионали хурдтарини

$$I = \frac{1}{4}\sum_{n=0}^{\infty}\left(x_n^2 + 2x_n^3 + 2u_n^2\right)$$

меёбем. Системаи муодилаҳои

$$\Psi_{n+1}\frac{DF(n,X_n,U_n)}{DU_n} + \frac{D\omega(n,X_n,U_n)}{DU_n} = 0, \tag{61}$$

$$\Psi_n = \Psi_{n+1}\frac{DF(n,X_n,U_n)}{DX_n} + \frac{D\omega(n,X_n,U_n)}{DX_n},$$

$$X_{n+1} = F(n,X_n,U_n); U_n \equiv \Phi(n,X_n,\Psi_{n+1})$$

намуди

$$u_n = -\psi_{n+1}; x_{n+1} = x_n + x_n^2 - \psi_{n+1};\ \psi_n = \psi_{n+1}(1+2x_n) + \frac{1}{2}(x_n + 3x_n^2)$$

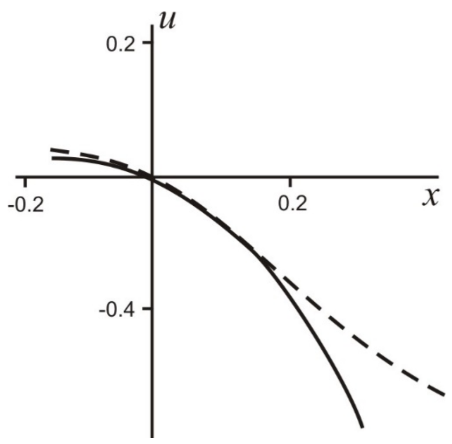
мегиранд. Тағйирёбандаи Ψ_{n+1} хориҷ намуда ба муодилаи фарқии

$$x_n = -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + x_{n+1} - u_n};\ u_{n-1} = -\frac{1}{2}x_n - \frac{3}{2}x_n^2 + u_n(1+2x_n)$$

мегузарем.

Қиматҳои гуногуни x_0, u_{-1} кифоя хурд аз рӯи модул дода ва интегронии баръакс ҳангоми $n = -1,-2,...,-N$, истифода бурда, нуқтаҳои x_n, u_n дар бисёршаклаҳои оптималӣ хобидаро меёбем.

Графики ҳосилшудаи идоракунии оптималии $u = u(x)$ дар расми 1 нишон дода шудааст. (хати пунктири идоракунии оптималӣ, бо тарзи тақрибии аналитикӣ дар мисоли 1 ҳангоми $\mu = 1$ ёфта шудааст)



Расми 1

Мисоли 3. Дар ин мисол муодилаи фарқии ғайрихатти $x_{n+1} = \alpha x_n e^{-\beta x_n^2} + bu_n$ бо функсионали хурдтарини $I = \sum_{n=0}^{\infty}\left(x_{n+1}^2 + ru_n^2\right)$ дида баромада мешавад. Системаи муодилаҳо намуди

$$\Psi_{n+1} + 2z_n + \frac{2r}{b^2}(z_n - \alpha x_n e^{-\beta x_n^2}) = 0;$$

$$z_n \equiv \alpha x_n e^{-\beta x_n^2} + bu$$

мегиранд. Акнун системаи муодилаҳои фарқии намуди (57) менависем.

$$x_{n+1} = -\frac{1}{4}\psi_{n+1} + \frac{\alpha}{2} x_n e^{-\beta x_n^2};$$

$$\psi_n = -\frac{2ra}{b^2}(z_n - \alpha x_n e^{-\beta x_n^2}) e^{-\beta x_n^2}(1 - 2\beta x_n^2).$$

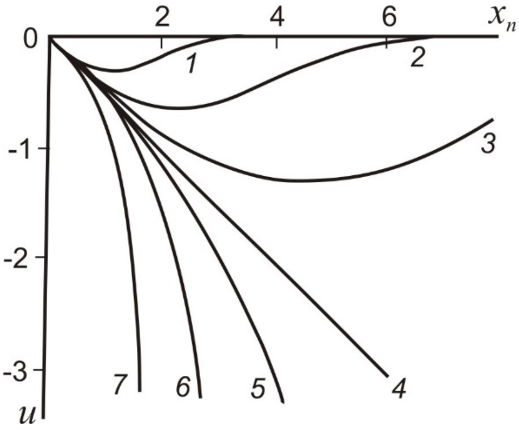
Аз методҳои дар боло овардашуда чунин алгоритми синтези ададии идоракунии оптималии u_n мебарояд. Параметрҳои b ва r чун ба $b = 2$, $r = 4$ баробар қабул карда мешаванд.

1. Қиматҳои аввалаи кифоя хурди ихтиёрии Ψ_{n+1}, x_{n+1} медиҳем.
2. Қимати $g_n = \frac{2}{\alpha}(x_{n+1} + \frac{1}{4}\Psi_{n+1})$-ро ҳисоб мекунем.
3. Бо методи Нютон муодилаи трансендентии $x_n e^{-\beta x_n^2} = g_n$-ро ҳал менамоем, ки он ду решаи мусбат дорад.
4. Қиматҳои ψ_n ва u_n бо формулаи
$$\psi_n = \alpha\left(\frac{1}{2}\Psi_{n+1} + \alpha qn\right)e^{-\beta x_n^2}(1 - 2\beta x_n^2);\ u_n = -\frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}\Psi_{n+1} + \alpha qn\right)$$

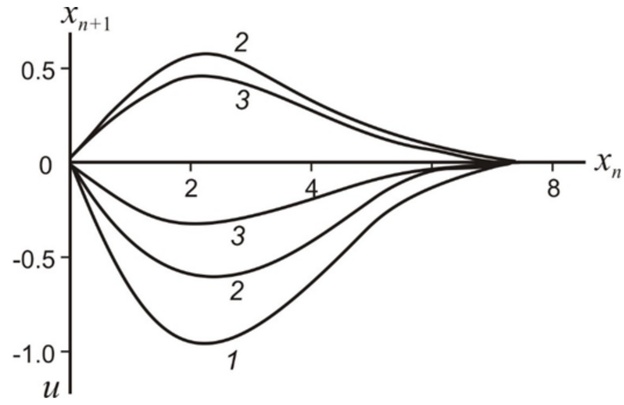
муайян менамоем ва аз қисми 2-и алгоритм сар карда ҳисобкуниро давом медиҳем.

Дар расми 2 графики идоракунии оптималии $u = u(x_n)$ ҳангоми қимати параметри $\alpha = \sqrt{2}$ оварда шудааст. Параметри β қиматҳои 0,1; 0,025; 0; -0,025; -0,1; -0,4 қабул менамояд. (хатҳои каҷи идоракунӣ мувофиқан бо рақамҳо ишора карда мешаванд). Дар расми 3 графики идоракунии оптималӣ ва қисми рости муодилаи оптимализиронӣ додашуда ҳангоми қимати параметри $\beta = 0{,}1$ тасвир карда шудааст.

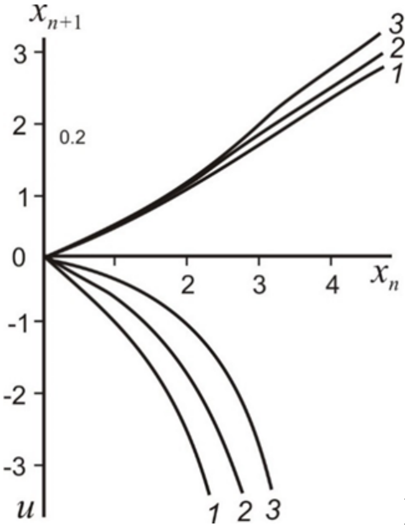
Параметри α қиматҳои $\sqrt{2} - 0{,}5; \sqrt{2}; \sqrt{2} + 0{,}5$ (хатҳои каҷ мувофиқан бо рақамҳо ишора карда шудаанд) қабул менамояд.



Расми 2.



Расми 3.



Расми 4.

Ҳамин тариқи дигар хатҳои кач дар расми 4 ҳангоми қимати параметри $\beta = -0{,}1$ оварда шудааст.

Минатдории хешро барои маслиҳатҳои муфид, муҳокима ва дастгириро ба роҳбари илмиам, профессор Қурбоншоев Сафаралӣ Завқибекович баён мекунам.

ХУЛОСА

Дар рисола натиҷаҳои зерин гирифта шудаанд:

Назарияи бисёршаклаҳои интегралӣ барои системаи муодилаҳои фарқӣ, ки тарафи росташ аналитикӣ аст, сохта шудааст.

Дар фазои банахӣ бисёршаклаҳои инвариантӣ барои системаи муодилаҳои фарқӣ ғайрихаттӣ сохта шудаанд.

Баҳои радиуси наздикшавии проекторҳои ғайрихаттӣ, ки ҳалли бисёршаклаҳои интегралиро муайян мекунад, ёфта шудаанд.

Ҳалли аналитикии муодилаи Беллман ёфта шудааст.

Методи ҳосил намудани шарти оптималӣ, кифоягӣ ва зарурӣ коркард карда шудааст.

Назарияи бисёршаклаҳои интегралӣ барои синтези идоракунии оптималии системаҳои муодилаҳои фарқии ғайрихаттӣ, коркард ва истифода шудааст.

Исботи тасдиқот оиди устувории ҳалҳои муодилаҳои фарқӣ, тарзи додашудани бисёршаклаҳои интегралӣ ва сохтани проекторҳои хаттии системаи муодилаҳои фарқӣ.

Исботи тасдиқот оиди мавҷудияти оператори ғайрихаттии Грин ва проекторҳои ғайрихаттии системаи муодилаҳои фаркӣ.

Сохтани бисёршаклаҳои инвариантии системаи муодилаҳои фарқӣ, баҳои ҳалли масъалаҳои канорӣ.

РӮЙХАТИ МАҚОЛАҲОИ УНВОНҶӮИ ДАРАҶАИ ИЛМӢ

Мақолаҳое, ки дар маҷаллаҳои расмии тавсиянамудаи КОА-и назди Президенти Ҷумҳурии Тоҷикистон ва КОА-и Вазорати маориф ва илми Федератсияи Русия ба табъ расидаад:

[1-М] Курбаншоев С. З. Построение оптимальных интегральных многообразий для нелинейных дифференциальных уравнений [Текст] / С. З. Курбаншоев, **М. А. Нусайриев** // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. – Душанбе, 2014. - Т.57. - №11. - С. 807-812. ISSN 0002-3469.

[2-М] Курбаншоев С. З. Построение интегральных многообразии решений линейных систем разностных уравнений уравнений [Текст] / С. З. Курбаншоев, **М. А. Нусайриев** // Вестник Таджикского технического университета. – Душанбе, 2015. - №4. - С.12-15. ISSN 2520-2235.

[3-М] Курбаншоев С. З. Построение матрицы Грина и проекторов систем разностных уравнений [Текст] / С. З. Курбаншоев, **М. А. Нусайриев** // Известия Академии наук Республики Таджикистан. Отделение физико-математических, химических, геологических и технических наук. – Душанбе, 2017. - №4 (169). - С.14-25. ISSN 0002-3485.

Мақолаҳое, ки дар дигар маҷаллаҳо, нашриҳо ва маҷмӯаҳо ба табъ расидаанд:

[4-М] Курбаншоев С. З. О построении аналитических нелинейных проекторов [Текст] / С. З. Курбаншоев, **М. А. Нусайриев** // "Перспективы развития науки и образования" посвященной 20-летию 16 сессии Верховного совета Республики Таджикистан.-Душанбе ТТУ им.акад.Осими (16-17 ноября 2012г.)

[5-М]. Курбаншоев С. З. О построении линейных проекторов [Текст] / С. З. Курбаншоев, **М. А. Нусайриев** // Материалы международной научно-методической конференции Современные проблемы математики и её преподавания посвященной 35-летию университета и 20-летию кафедры

Алгебры и геометрии Кургантюбе 10-11-май 2013г С.38-41.
[6-М] **Нусайриев М. А.** О построении инвариантных многообразий для выражденных систем дифференциальных уравнений [Текст] /М.А. Нусайриев, У.Р. Рустамбекова // Современные проблемы теории функций и дифференциальных уравнений. Материалы международной научной конференции посвященной 85-летию академика АН Республики Таджикистан Л.Г. Михайлова Душанбе, 17-18 июня 2013г С.104-106.
[7-М] Курбаншоев С. З. О построении инвариантных многообразий системы разностных уравнений [Текст] / С. З. Курбаншоев, **М. А. Нусайриев** // Международная научная конфренция современные проблемы математики и ее преподования посвященная 20-летию конституции республики таджикистан и 60-летию ученых математиков Худжанд 28-29 июня 2014г С. 309-312.
[8-М] Курбаншоев С. З. Асимптотическое поведение решений операторных уравнений на инвариантных многообразиях [Текст] / С. З. Курбаншоев, **М. А. Нусайриев** // Материалы республиканской научной конференции посвященная 70-летию Кулябского Государственного университета Куляб-2015с С.102-104.
[9-М] **Нусайриев М. А.** Построение интегральных многообразий методом малого параметра [Текст] /М.А. Нусайриев, У.Р. Рустамбекова // Материалы международной научной конфренции, посвященной 80-летию член-корреспондента АН Республики Таджикистан, доктора физико-математических наук, профессора Стеценко Владислава Яковлевича Душанбе, 27-28 апреля 2015г С.131-133.
[10-М] Курбаншоев С. З. О построении интегральных многообразий систем разностных уравнений [Текст] / С. З. Курбаншоев, **М. А. Нусайриев** // Материалы научной конфренции посвященной 75-летию доктора физико-математических наук, профессора М. Исмати Душанбе 23 мая 2015г С 72-73.
[11-М] Курбаншоев С. З. О построении и свойства интегральных многообразий соответствующих решений нелинейных систем разностных уравнений [Текст] / С. З. Курбаншоев, **М. А. Нусайриев** // Материалы республиканской научной конференции Неклассические дифференциальные и интегральные уравнения и их приложения, посвященной 300-летию Гиссара и 50-летию механико математического факультета 25-26 - сентября 2015г. С. 45-47.
[12-М] Садриддинов М. М. Построение матрицы Грина для неоднородной системы дифференциальных уравнений [Текст] / М. М.Садриддинов, **М. А. Нусайриев** // Материалы республиканской научной конференции Неклассические дифференциальные и интегральные уравнения и их приложения, посвященной 300-летию Гиссара и 50-летию механико математического факультета 25-26 - сентября 2015г. С. 87-89.
[13-М] Курбаншоев С. З. О построении инвариантных многообразий соответствующих решений разностных уравнений [Текст] / С. З.

Курбаншоев, **М. А. Нусайриев** // Материалы международной научной конфренции посвященной 75-летию доктора физико-математических наук профессора Собирова Темура Сафаровича Душанбе 29-30 октября 2015г. С.115-117.
[14-М] Курбаншоев С. З. О существовании функции Грина при малых ненулевых значениях параметра регулярно возмущенных операторов [Текст] / С. З. Курбаншоев, **М. А. Нусайриев** // Материалы международной научной конфренции МИС и С 30-31 декабря 2015г С.153-155.
[15-М] **Нусайриев М. А.** Построение проекторов при помощи матрицы Грина [Текст] / М.А. Нусайриев // Материалы республиканской научно-теоретической конференции Душанбе, 02 апреля 2016г С.83-86.
[16-М] Курбаншоев С. З. Формула Грина для систем линейных дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом [Текст] / С. З. Курбаншоев, **М. А. Нусайриев** // Материалы республиканская научно-практическая конференция МИС и С Душанбе, 5-6 мая 2017г С.207-210.
[17-М] Курбаншоев С. З. О построении и свойствах интегральных многообразий систем дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом [Текст] / С. З. Курбаншоев, **М. А. Нусайриев** // Международной научно практической конференция Филиал Воронежского Государственного технического университета г. Борисоглебске 12-13 мая 2017г.
[18-М] Курбаншоев С. З. Об устойчивости решений квазистационарной систем линейных дифференциальных уравнений [Текст] / С. З. Курбаншоев, **М. А. Нусайриев** // Материалы международной научной конференции, посввященной 25-летию 16 сессии верховного Совета Республики Таджикистан Курган-тюбе, 27-28 октября 2017г С.56-57.
[19-М] Курбаншоев С. З. Об асимптотическом поведении интегральных кривых на инвариантных многообразиях систем разностных уравнений [Текст] / С. З. Курбаншоев, **М. А. Нусайриев** // Международная конференции современные проблемы математики и ее приложения посвященная 70-летию со дня рождения Академика АН РТ, профессора Илолова Мамадшо Илоловича 14-15 марта 2018г С.124-126.
[20-М] Курбаншоев С. З. Устойчивости решений квазистационарной систем линейных дифференциальных уравнений [Текст] / С. З. Курбаншоев, **М. А. Нусайриев** // Материалы XI- международной научно-теоретической конференции посвященной 70-летию образования Таджикского национального университета и 70-летию доктора физико-математических наук, профессора Юнуси Махмадюсуфа Камарзода Душанбе, 27-28-декабря 2018г С.158-160.

АННОТАЦИЯ

диссертации Нусайриева Мастибека Алиёрбековича на тему „Построение инвариантных многообразий систем разностных уравнений", представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 –Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Ключевые слова: систем разностных уравнений, интегральные многообразия, экспоненциально-дихотомичной, последовательных приближенный, нелинейные проекторы, синтез оптимальных управлений.

Актуальность темы. Во многих областях естествознания широко используются нелинейные дифференциальные и разностные уравнения. Стремление к более точному математическому описанию физических явлений, как правило, приводит к усложнению уравнений и увеличению их порядка. Лишь немногие из нелинейных уравнений, описывающих реальные физические процессы, допускают точное решение.

В работах А.Пуанкаре и А.М.Ляпунова были разработаны качественные методы исследования свойств решений системы разностных уравнений, использование которых не требовало полного интегрирования исследуемых систем. С увеличением порядка рассматриваемых систем разностных уравнений задачи качественного исследования значительно усложняются. Поэтому уже в работах А.Пуанкаре и А.М.Ляпунова стали разрабатываться новые методы, позволяющие понижать порядок исследуемых систем с помощью объединения в одно целое множество различных решений. Совокупность этих методов получила впоследствии название теория интегральных многообразий.

В теории дифференциальных уравнений большую роль играют интегральные многообразия решений, введенные в работах А.Пуанкаре, А.М.Ляпунова, Н.Н. Боголюбова, Ю.А.Митропольского.

Цель работы. Целью работы является построение интегральных многообразий решений для нелинейных разностных уравнений с аналитическими правыми частями в применение к решению задач численного синтеза оптимального управления.

Научная новизна. Настоящая работа является исследований теории интегральных многообразий и синтез оптимального управления. В ней решена научная проблема построения теории интегральных многообразий нелинейных систем разностных уравнений с аналитической правой частью в применении к решению задач оптимального управления:

- построить инвариантные многообразия нелинейных систем разностных уравнений в банаховом пространстве;
- разработан и применен метод голоморфных интегральных многообразий для решения задач устойчивости движения и синтеза оптимального управления нелинейных систем разностных уравнений;
- разработаны методы получения необходимых и достаточных условий оптимальности;

- применена теория интегральных многообразий для численного синтеза оптимальных управлений нелинейных систем разностных уравнений;
- разработаны конструктивные способы построения оптимальных многообразий.

Теоретическая и практическая ценность. Результаты, сформулированные в диссертации, имеют теоретическое и практическое значение. Они представляют собой дальнейшее развитие теории интегральных многообразий и теории оптимального управления. Полученные в ней результаты могут быть использованы при построении методов решения прикладных задач, теории разностных уравнений, дифференциально-разностных уравнений.

Результаты работы могут быть использованы при построение методов решения прикладных задач, при исследование вопросов устойчивости различных задачах теории автоматического регулирования, при построении нелинейных проекторов позволяющих производить расщепление многомерных динамических систем, для построений функций Ляпунова, при исследовании колебаний в системах с распределенными параметрами, при изучении спецкурсов в вузах Республики Таджикистан.

АННОТАТСИЯИ

диссертатсияи Нусайриев Мастибек Алиёрбекович дар мавзӯи, "Сохтани бисёршаклаҳои инвариантии системаи муодилаҳои фарқӣ" барои дарёфти дараҷаи илмии номзади илмҳои физикаю математика аз рӯйи ихтисоси 05.13.18-Амсиласозии математики, усулҳои ададӣ ва комплексӣ барномаҳо

Вожаҳои калидӣ: системаи муодилаҳои фарқӣ, бисёршаклаҳои интегралӣ, экспоненсиалӣ дихотомӣ, пайдарпай наздикшавӣ, проекторҳои ғайрихаттӣ, синтези идоракунии оптимали.

Муҳиммияти мавзӯъ. Дар соҳаҳои гуногуни илми табиатшиносӣ муодилаҳои дифференсиалии ғайрихаттӣ ва муодилаҳои фарқӣ васеъ истифода бурда мешаванд. Барои тасвири математикии зуҳуроти физикиро то андозае аниқ баён намудан ба мураккабии муодила ва баландшавии тартиби муодила оварда мерасонад. Фақат баъзан аз муодилаҳои ғайрихаттӣ, ки дар шакли зуҳуроти физикӣ тасвир шудаанд, ҳалли аниқро медиҳанд. Дар корҳои А.Пуанкаре ва А.М.Ляпунов методҳои асили тадқиқи ҳалли системаҳои муодилаҳои фарқӣ кор карда шудаанд, ки ин метод ҳалли пурраи системаро талаб намекард. Бо баланд будани тартиби системаи муодилаи фарқӣ дида баромадашуда, масъалаи тадқиқи асил хело мураккаб мешавад. Бинобар ин дар корҳои А.Пуанкаре ва А.М.Ляпунов методҳои нав кор карда шудаанд, ки имконияти паст кардани тартиби системаи муодилаҳои фарқӣ медиҳад. Маҷмӯи ин методҳо пай дар пай номи *назарияи бисёршаклаҳои интегралиро гирифт*.

Дар назарияи муодилаҳои дифференсиалӣ, бисёршаклахои интегралие, ки дар корҳои А.Пуанкаре, А.М.Ляпунов, Н Боголюбов, Ю.Митраполский оварда шудаанд, нақши асосиро мебозад.

Мақсади таҳқиқот. Ҳадафи кор аз сохтани бисёршаклаҳои интегралӣ барои муодилаҳои фарқии ғайрихаттии қисми росташ аналитикӣ ва тадбиқи ҳалли масъалаҳои синтези ададии идоракунии оптималӣ иборат мебошад.

Нововарии илмии таҳқиқот. Кори мазкур идомаи тадқиқоти бисёршаклаҳои интегралӣ ва синтези идоракунии оптималӣ мебошад. Дар он проблемаи илмии сохтани назарияи бисёршаклаҳои интегралӣ дар тадбиқи системаи муодилаҳои фарқии ғайрихаттӣ, қисми росташ аналитикӣ, ки дар зер оварда шудааст, ҳалли худро ёфтаанд:

-дар фазои банахӣ бисёршаклаҳои интегралӣ барои системаи муодилаҳои фарқӣ ғайрихаттӣ сохта шудаанд;

-методи голоморфии бисёршаклаҳои интегралӣ барои ҳалли масъалаи ҳаракати устувор ва синтези идоракунии оптималӣ системаи муодилаҳои фарқии ғайрихаттӣ коркард ва истифода шудааст;

-методи ҳосил намудани шарти оптималӣ, кифоягӣ ва зарурӣ коркард карда шудааст;

-назарияи бисёршаклии интегралӣ барои синтези идоракунии оптималӣ системаҳои муодилаҳои фарқии ғайрихаттӣ, коркард ва истифода шудааст;

- тарзи конструктивии сохтани бисёршаклахои оптималӣ коркард карда шудааст.

Арзишҳои назариявӣ ва амалӣ. Натиҷаҳое, ки дар диссертатсия дарҷ шудаанд, дорои маънои назариявӣ ва амалӣ мебошанд. Бо ин натиҷаҳо дар оянда назарияи бисёршаклаҳои интегралӣ ва назарияи идоракунии оптималӣ вусъат меёбанд. Натиҷаҳое, ки дар диссертатсия ба даст омадаанд, дар сохтани методҳои ҳалли назарияи системаи муодилаҳои фарқӣ, математикаи ҳисоббарорӣ ва синтези идоракунии оптималӣ, муодилаҳои фарқии ғайрихаттӣ васеъ истифода мешаванд.

Натичахои диссертатсияро хангоми тадқиқоти устовории назарияи танзими автаматикунони, ҳангоми проекторҳои ғайрихаттӣ, барои сохтани функсияи Ляпунов, ҳангоми тадқиқоти назарияи лапишҳо дар системаҳо бо параметерҳо ва ҳангоми омухтани курсҳои махсус дар донишгоҳҳои мамлакат васеъ истифода бурдан мумкин аст.

ANNOTATION

of the dissertation Nusayriev Mastibek Aliyorbekovich on the theme «Construction of invariant manifolds of systems of difference equations», submitted for the scientific degree of candidate of physical and mathematical sciences on specialty of 05.13.18 – «Mathematical modeling, numerical methods and program complexes»

Keywords: systems of difference equations, integral manifolds, exponentially-dichotomous, sequential approximate, nonlinear projectors, synthesis of optimal controls.

Relevance of the topic. In many fields of natural science nonlinear differential and difference equations are widely used. The desire for a more accurate mathematical description of physical phenomena, as a rule, leads to the complication of equations and an increase in their order. Only a few of the nonlinear equations describing real physical processes allow an exact solution.

In the works of A.Puankare and A.M. Lyapunov, qualitative methods were developed for studying the properties of solutions of a system of difference equations, the use of which did not require the complete integration of the systems under study. With an increase in the order of the considered systems of difference equations, the problems of qualitative research become much more complicated. Therefore, in the works of A.Puankare and A.M. Lyapunov, new methods began to be developed, which make it possible to lower the order of the systems under study by combining into a whole set of different solutions. The combination of these methods later received title theory of integral manifolds.

In the theory of differential equations, an important role is played by the integral manifolds of solutions introduced in the works of A.Puankare, A.M. Lyapunov, N.N. Bogolyubov, Yu.A.Mitropolskogo.

Objective. The aim of the work is to construct integral manifolds of solutions for nonlinear difference equations with analytical right-hand sides in application to solving problems of numerical synthesis of optimal control.

Scientific novelty. This paper is a study of the theory of integral manifolds and the synthesis of optimal control. It solved the scientific problem of constructing a theory of integral manifolds of nonlinear systems of difference equations with an analytical right-hand side as applied to solving optimal control problems:

- to construct invariant manifolds of nonlinear systems of difference equations in a Banach space;
- a method of holomorphic integral manifolds was developed and applied for solving problems of stability of motion and the synthesis of optimal control of nonlinear systems of difference equations;
- developed methods for obtaining the necessary and sufficient conditions of optimality;
- applied the theory of integral manifolds for the numerical synthesis of optimal controls of nonlinear systems of difference equations;
- developed constructive methods for constructing optimal manifolds.

Theoretical and practical value. The results formulated in the thesis have theoretical and practical significance. They represent a further development of the theory of integral manifolds and the theory of optimal control. The results obtained in it can be used to construct methods for solving applied problems, the theory of difference equations, and differential-difference equations.

The results of the work can be used in the construction of methods for solving applied problems, in the study of issues of stability various tasks of the theory of automatic control, when building nonlinear projectors that allow splitting of multidimensional dynamic systems, for constructing Lyapunov functions, when studying oscillations in systems with distributed parameters, while studying special courses in universities of the Republic of Tajikistan.