

**ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. С.У. УМАРОВА
НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК ТАДЖИКИСТАНА**

На правах рукописи

УДК 537.611+530.145+004.942+51-73

Шокир Фарход

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ
И ТОПОЛОГИЧЕСКИХ ЛОКАЛИЗОВАННЫХ РЕШЕНИЙ
НЕЛИНЕЙНЫХ ЭВОЛЮЦИОННЫХ УРАВНЕНИЙ**

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук
по специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ»

Душанбе – 2024

Диссертация выполнена в Физико-техническом институте
им. С.У. Умарова Национальной академии наук Таджикистана

Научный консультант: **Муминов Хикмат Халимович** - доктор
физико-математических наук, академик
Национальной академии наук
Таджикистана

Официальные оппоненты: **Аскерзаде Иман Новруз оглы** - доктор
физико-математических наук, профессор,
заведующий кафедрой компьютерной
инженерии Университета Анкары,
Турецкой Республики

Исхоков Сулаймон Абунасрович -
доктор физико-математических наук,
профессор, член-корреспондент НАНТ,
заведующий отделом теории функций и
функционального анализа Института
математики им. А. Джураева НАНТ

Матрасулов Давронбек Урунович -
доктор физико-математических наук,
заведующий лабораторией передовых
исследований Туринского политехничес-
кого университета в г. Ташкенте
Республики Узбекистан

Ведущее учреждение: **МОУ ВО «Российско-Таджикский
(Славянский) университет»**

Защита диссертации состоится 18 октября 2024 года в 14:00 часов на
заседании диссертационного совета 6Д.КОА-011 при Таджикском
национальном университете по адресу: 734027, г. Душанбе, п. Буни Хисорак,
механико-математический факультет, корпус 17, аудитория 216.

С диссертацией можно ознакомиться в центральной научной библиотеке
Таджикского национального университета, а также на сайте www.tnu.tj.

Автореферат разослан «___» _____ 2024 года.

Учёный секретарь диссертационного совета,
доктор физико-математических наук



И.Дж. Нуров

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования. Концептуальный прогресс в фундаментальной теоретической физике связан с поиском подходящих математических структур, моделирующих закономерности и внутренние связи рассматриваемых физических явлений. В частности, теория групп и теория представлений, являясь основой механизма структуризации фундаментальных частиц стали незаменимыми инструментами для каждого физика-теоретика. Также можно упомянуть аналогичные связи, начиная от симплектической геометрии с классической гамильтоновой механикой, дифференциальной геометрии со структурой гравитации, дифференциальных когомологий с калибровочными теориями до квантовых групп, являющихся в принципе, расширением идеи симметрии. Во многих динамических системах исследование свойств нелинейных явлений могут полностью изменить интуитивное представление об их ожидаемой эволюции и открыть новые направления практических внедрений.

В течение более чем полуторавековую историю научного анализа нелинейных закономерностей природы, включающих в себе явления устойчивых локализованных сгустков материи (энергии) разработано множество эффективных методов исследования их свойств и вывода аналитических и численных описаний. Формирование данной области можно условно разделить на 3 этапа, охватывающие – отдельные пионерские исследования со второй половины XIX века, классические работы 40–90-х гг. XX века и работы последних десятилетий. При этом последний этап, продолжающийся до настоящего времени, непосредственно связан с интенсивным ростом мощностей вычислительных процессоров для технической реализации численных методов математического моделирования и развитием технологического потенциала для эффективного практического внедрения.

В том числе, можно упомянуть основные классические работы: уравнение Буссинеска^{1,2}, описывающее форму свободной поверхности жидкости при её течении в пористом грунте; уравнение Korteweg – де Фриза³, представляющее собой математическую модель волн на мелководных поверхностях; уравнение синус-Гордона⁴ (СГ), описывающее распространение волны

¹ Boussinesq, J. Theorie de l'intumescence liquide, applelee onde solitaire ou de translation, se propageant dans un canal rectangulaire [Text] / J. Boussinesq // Comptes Rendus de l'Académie des Sciences. – 1871. – Vol. 72. – P. 755–759.

² Boussinesq, J. Theorie des ondes et des remous qui se propagent le long dun canal rectangulaire horizontal, en communiquant au liquide contenu dans ce canal des vitesses sensiblement pareilles de la surface au fond [Text] / J. Boussinesq // J. Math. Pures Appl. – 1872. – Vol. 17 (2). – P. 55–108.

³ Korteweg, D.J. On the change of form of long waves advancing in a rectangular canal, and on a new type of long stationary waves [Text] / D.J. Korteweg, G. de Vries // Phil. mag. – 1895. Vol. 39. – P. 422–443.

⁴ Ablowitz, M.J. Method for solving the Sine-Gordon equation [Text] / M.J. Ablowitz, D.J. Kaup, A.C. Newell, H.Segur // Phys. Lett. – 1973. – Vol. 30. – P. 1262–1264.

самоиндуцированной прозрачности, динамику дислокаций в кристаллах, магнитного поля в джозефсоновском контакте, а также элементарные частицы; нелинейный вариант уравнения Шредингера^{5,6} – классического уравнения поля основные приложения которого относятся к распространению света в нелинейных оптических волокнах и планарных волноводах, к конденсатам Бозе-Эйнштейна, изучении гравитационных волн малой амплитуды, ленгмюровским волнам в горячей плазме, являющееся также одним из универсальных уравнений, описывающих эволюцию медленно меняющихся пакетов квазимонохроматических волн в слабонелинейных средах с дисперсией; уравнение Ландау–Лифшица⁷ – квазилинейное уравнение, описывающее эволюцию вектора намагниченности в ферромагнитных материалах, а также прецессионное движение намагниченности в твердом теле; уравнение Бюргерса⁸ – фундаментальное уравнение в частных производных и уравнение конвекции-диффузии, встречающееся в различных областях прикладной математики, таких как механика жидкости, нелинейная акустика, газовая динамика.

Со второй половины XX века, на основе известного эксперимента Ферми-Паста-Улама-Цингоу⁹ (ФПУЦ), считающегося первым опытом цифрового моделирования с применением вычислительного процессора (1953 г.) по изучению распределения энергии одномерной динамической системы и выявленных неожиданных результатов почти периодической динамики возмущенной системы – наблюдается интенсивное развитие исследований локализованных решений нелинейных эволюционных уравнений (НЭУ) как аналитически, так и численными методами. Развитие методов исследования позволили более подробно изучить метастабильные локализованные решения (ЛР) – солитоны НЭУ в ряде уже известных уравнений, в том числе уравнения СГ, Кортевега – де Фриза, нелинейного уравнения Шредингера, уравнения Ландау-Лифшица. С того времени проводились интенсивные исследования метастабильных ЛР, как класса решений, описывающих слабонелинейные дисперсии различных физических систем и был достигнут большой прогресс как в теоретическом направлении, так и в экспериментальном. Были разработаны различные методы решения НЭУ, в том числе – метод обратной задачи

⁵ Zakharov, V.E. On the complete integrability of a nonlinear Schrödinger equation [Text] / V.E. Zakharov, S.V. Manakov // Journal of Theoretical and Mathematical Physics. – 1974. – Vol. 19 (3). – P. 551–559.

⁶ Kato, T. On Nonlinear Schrodinger Equations [Text] / T. Kato // Ann. Inst. H. Poincare Phys. Theo. – 1987. – Vol. 46. – P. 113–129.

⁷ Ландау, Л.Д. К теории дисперсии магнитной проницаемости ферромагнитных тел [Текст] / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц // Собрание трудов в 2 т. Под ред. Е. М. Лифшица. М.: Наука. – 1969. – Т1. – С. 128–143.

⁸ Benton, E.R. A table of solutions of one-dimensional Burgers equation [Text] / E.R. Benton, G.W. Platzman // Qu. App. M. – 1972. – Vol. 30, – P. 195–212.

⁹ Fermi, E. Studies of Nonlinear Problems [Text] / E.Fermi, J.Pasta, S.Ulam // Document LA. – 1955. P. 491–502.

рассеяния¹⁰, основанный на идее восстановления временной эволюции потенциала по временной эволюции его данных рассеяния; метод Хироты¹¹ – для нахождения N-солитонных решений НЭУ; преобразование Бэклунда¹² – преобразующее НЭУ в частных производных в другое уравнение в частных производных, которое решается и решение которого должно быть совместимо с первым уравнением; пары Лакса¹³ – зависящая от времени пара операторов, удовлетворяющая соответствующее уравнение – представление Лакса и т. д.

Таким образом, с середины XX века за несколько десятилетий было разработано множество теорий и убедительных методологий для извлечения точных решений НЭУ. Было установлено, что солитонные решения, являющиеся частным и устойчивым классом ЛР НЭУ, описывают хорошо локализованные структуры (ЛС), имеющие важное научно-практическое значение. В том числе, уравнения допускающие солитонные решения, обладают глубокой математической структурой и свойствами, где одним из ключевых свойств этих уравнений является то, что они имеют бесконечное количество законов сохранения и соответствующих им симметрий, тесно связанные с их интегрируемостью.

Необходимо также отметить другую ветвь исследований по результатам эксперимента ФПУЦ⁹, которая развивалась хотя и параллельно, но преимущественно в области квантовой физики, физики высоких энергий и элементарных частиц. Основные результаты в данном направлении получены, в частности – Т.Х.Р.Скирмом¹⁴, разработавшим модель барионов используя топологические свойства ЛС; М.Гелл-Манном и М.М.Лэви¹⁵, которые установили связь между группами симметрии и квантовыми теориями поля; Р.Раджараманом и Э.Вейнбергом¹⁶, разработавшим метод квантования солитонов с внутренней симметрией; А.А.Белавиным и А.М.Поляковым¹⁷, которые обнаружили метастабильные неоднородные состояния ферромагнетика

¹⁰ Захаров, В.Е. Теория солитонов: метод обратной задачи [Текст] / В.Е.Захаров, С.В.Манаков, С.П.Новиков, Л.П.Питаевский // М.: Наука. – 1980. – 319 с.

¹¹ Hirota, R. Exact solution of the Korteweg-de Vries equation for multiple collisions of solitons [Text] / R. Hirota // Phys. Rev. Lett. – 1971. – Vol. 27. – P. 1192–1201.

¹² Hermann, R. Geometry of Non-Linear Differential Equations, Backlund Transformations, and Solitons [Text] / R.Hermann // Interdisciplinary Mathematics Series – 1977. – No 12. – 336 p. – ISBN: 978-0915692163.

¹³ Lax, P.D. Integrals of nonlinear equations of evolution and solitary waves [Text]. / P.D. Lax // Comm. Pure Appl. Math. – 1968. Vol. 21. P. 467–490.

¹⁴ Skyrme, T. H. R. Nonlinear Field Theory [Text] / T.H.R. Skyrme // Proc. Roy. Soc. London, ser. A. – 1961. – Vol. 260. – P. 127–138.

¹⁵ Gell-Mann, M. The axial vector current in beta decay [Text] / M. Gell-Mann, M. Levy // Nuovo Cimento. – 1960. – Vol. 16. P. 705–726.

¹⁶ Rajaraman, R. Internal symmetry and the semiclassical method in quantum field theory [Text] / R. Rajaraman, E.J. Weinberg // Phys. Rev. D. – 1975. – Vol. 11. – P. 2950–2966.

¹⁷ Белавин, А.А. Метастабильные состояния двумерного изотропного ферромагнетика [Текст] / А.А.Белавин, А.М.Поляков // ЖЭТФ. – 1975, –Т. 22(10). – С. 503–506.

Гейзенберга; В.Г.Маханьковым¹⁸, Ю.П.Рыбаковым¹⁹, В.И. Санюком²⁰, разработавшим метод описания устойчивых ЛС с конечными динамическими характеристиками с помощью специальных частицеподобных решений; А.С.Ковалевым²¹, А.М.Косевичем, Б.А.Ивановым, разработавшим концепцию динамических ЛР – солитонов в нелинейных средах как связанных состояний большого числа элементарных возбуждений, а также отечественными физиками, в частности, Х.О.Абдуллоевым²² с соавторами, в работах которых получило существенное развитие исследование нелинейных локализованных явлений в магнитных системах.

Как было указано выше, последние десятилетия наблюдается интенсивный рост исследований локализованных (солитонных) решений НЭУ с использованием современных вычислительных процессоров, которые представляют существенно новые возможности для изучения свойств нелинейных явлений. В данный период методы численного моделирования эволюции динамических и топологических ЛР НЭУ рассматривались, в том числе в работах американского математика Дж.Ксина²³, шотландского физика Н.Ф.Смита²⁴, английских физиков В.Дж.Закржевского и Б.Пиетте²⁵, советского и израильского физика Б.Маломеда²⁶, китайских физиков Х.К.Джиа²⁷, П.М.Жанга, Ю.Х.Ву, Ю.Ю.Вонга, советских и российских физиков А.Кудрявцева²⁵, П.В.Захарова, И.М.Тамбовцева, Н.Н.Розанова, коллаборации физиков Испании, Италии и Польши С.Адама²⁸, С.Б.Таби, Ф.Латини, германских физиков Л.Мунсберга²⁹, Дж.Джаволуиса, американских физиков М.Йу³⁰,

¹⁸ Маханьков, В.Г. Модель Скирма и сильные взаимодействия [Текст] / В.Г. Маханьков, Ю.П. Рыбаков, В.И. Санюк // УФН. – 1992. – Т.162(2). – С. 1–61.

¹⁹ Rybakov, Yu.P., Chakrabarti S. Conditional stability of multiple-charged solitons [Text] / Yu.P. Rybakov, S. Chakrabarti // Intern. J. Theor. Phys. – 1984. – Vol. 23. – P. 325–333.

²⁰ Санюк, В.И. Проблемы физики высоких энергий и теории поля [Текст] / В.И. Санюк // Труды XI семинара. Протвино. М.: Наука. – 1989. — С. 240–251.

²¹ Косевич, А.М. Нелинейные волны намагнитченности. Динамические и топологические солитоны [Текст] / А.М. Косевич, Б.А. Иванов, А.С. Ковалев. – Киев: Наук. Думка. – 1983. – 192 с.

²² Abdulloev, Kh.O. One more example of inelastic soliton interaction [Text] / Kh.O.Abdulloev, I.L.Bogolubsky, V.G.Makhankov // Physics Letters A. – 1976. – Vol. 56 (6). – P. 427–428.

²³ Xin, J.X. Modeling light bullets with the two-dimensional sine–Gordon equation [Text] / J.X. Xin// Physica D. – 2000. Vol. 135. – P. 345–368.

²⁴ Minzoni, A.A. Evolution of two-dimensional standing and travelling breather solutions for the Sine–Gordon equation [Text] / A.A. Minzoni, N.F. Smyth, A.L. Worthy // Phys. D. – 2004. – Vol. 189. – P. 167–187.

²⁵ Kudryavtsev, A. Skyrmions and domain walls in (2+1) dimensions [Text] / A. Kudryavtsev, B.M.A.G. Piette, W.J. Zakrjewsky // Nonlinearity. – 1998. – Vol. 11(4). – P. 783–796.

²⁶ Malomed, B.A. Decay of shrinking solitons in multidimensional sine–Gordon equation [Text] / B.A.Malomed // Physica D. – 1987. – Vol. 24 – P. 155–171.

²⁷ Jia, H. Breather, soliton and rogue wave of a two-component derivative nonlinear Schrödinger equation [Text] / H. Jia, D. Zuo, X.H. Li, X.S. Xiang // Physics Letters A. – 2021. – Vol. 405. – P. 127426 (1–11).

²⁸ Adam, C. Incompressible topological solitons [Text] / C. Adam, C. Naya, K. Oles, T. Romanczukiewicz, J. Sanchez-Guillen, A. Wereszczynski // Phys. Rev. D. – 2020. – Vol 102 (10). – P. 105007 (1–14).

²⁹ Munsberg, L. Topological localized states in the time delayed Adler model: Bifurcation analysis and interaction law [Text] / L.Munsberg, J.Javaloyes, S.V. Gurevich // Chaos. – 2020. – Vol.30. – P. 063137(1-9); doi:10.1063/5.0002015.

³⁰ Yu, M. Breather soliton dynamics in microresonators [Text] / M. Yu, J.K. Jang, Y. Okawachi, A.G. Griffith, K.Luke et al. // Nature Communications. – 2017. – Vol. 8. – P. 14569 (1–7). – doi: 10.1038/ncomms14569.

К.Дасбисваза, Х.Г.Родштейна, ирландского физика А.А.Африди³¹, швейцарского физика Х.Гуо³², их соавторов, а также в работах, приведенных в ссылках указанных литератур.

В настоящей диссертационной работе продолжена современная тенденция использования вычислительных процессоров для апробации новых результатов, полученных аналитическими методами, проведения численных исследований и экспериментов с использованием пробных ЛР НЭУ, точное аналитическое выражение которых на данный момент отсутствует. В данном направлении, в рамках изучения ферми-полей (систем со значением спина $S = \hbar/2$) рассмотрены две основные виды устойчивых неоднородных состояний – динамические и топологические ЛР, отличающиеся условиями, обеспечивающими их устойчивость в отношении распада на состояния с меньшей энергией.

ЛР НЭУ представляют собой аттракторы динамики, к которым система сходится из широкого набора начальных условий. Являясь относительно устойчивыми решениями в фазовом пространстве динамической системы и обладая потенциалом для ряда важных вышеуказанных практических применений ЛР представляют большой интерес для исследователей в связи с разработкой множества экспериментальных методов изучения, начиная от математического (аналитического, численного и компьютерного) моделирования, до проведения лабораторных экспериментов в нелинейных средах. ЛР наблюдаются в пространственно-протяженных нелинейных системах и формируются либо в диссипативных, либо в консервативных нелинейных средах. Аналогично солитонным решениям ЛС, описываемые ЛР имеют широкий спектр различных практических применений в магнитной наноэлектронике, квантовых телекоммуникационных сетях, квантовой информатике и оптике, плазмооптических системах, квантовой акустике, лазерной технологии, биофизике, биологии и в медицине.

Топологические локализованные структуры (ТЛС), описываемые соответственно топологическими локализованными решениями (ТЛР) – являются повсеместными объектами современной физики как с теоретической точки зрения, так и в различных приложениях от нелинейной оптики и конденсированного состояния до ядерной физики, космологии и

³¹ Afridi, A.A. Breather solitons in AlN microresonators [Text] / A.A. Afridi, H. Weng, J. Li, J. Liu, M. McDermott et al. // Optics Continuum. – 2022. – Vol. 1 (1). P. 42–50. – <https://doi.org/10.1364/OPTCON.444775>.

³² Guo, H. Intermode Breather Solitons in Optical Microresonators [Text] / H. Guo, E. Lucas, M.H.P. Pfeiffer, M. Karpov et al. // Phys. Rev. – 2017. – Vol. 7 (4). – P. 041055 (1–14). – <https://doi.org/10.1103/PhysRevX.7.041055>.

суперсимметричных теорий^{33,34}. В отличие от ТЛС динамические локализованные структуры (ДЛС), являются пространственно-локализованными осциллирующими нелинейными модами стабильность которых гарантируется законами сохранения, а не топологическими особенностями векторных полей, описывающих ТЛС. Наиболее известным частным случаем ДЛС, описываемых соответственно динамическими локализованными решениями (ДЛР) – является класс решений, локализованных в пространстве и периодические во времени высокоамплитудные возбуждения, называемые бризерами. Данный класс решений также имеет широкий спектр практического применения в нелинейной оптике³², джозефсоновских сверхпроводящих контактах³⁵, оптических микрорезонаторах^{29,30}, композиционных материалах³⁶, а также в теории элементарных частиц, в том числе, в физике адронов.

Основной теоретико-полевой моделью настоящей диссертационной работы в рамках которого проведены исследования эволюции ЛР НЭУ является $O(3)$ нелинейная сигма-модель^{37,38} (НСМ) – специальная теоретическая лаборатория, используемая для описания явлений физики элементарных частиц ($S = \hbar/2$) и конденсированного состояния ферромагнетизма, выступающая в качестве прототипа сильного ядерного взаимодействия^{39,40}. Для исследования некоторых вопросов математического моделирования квантовых полей с высокими значениями спина ($S > \hbar/2$) использовано представление Майораны⁴¹.

Актуальность и целесообразность данной работы определяются тем, что полученные аналитическими и численными методами локализованные динамические и топологические решения $(2+1)$ -мерной НСМ в рамках квантовых систем с $SU(2)$ -симметрией ($S = \hbar/2$), а также система полиномов

³³ Моффатт, К. Вихревая динамика: наследие Гельмгольца и Кельвина [Текст] / К. Моффатт // Нелин. динамика. – 2006. – Т. 2(4). – С. 401–410.

³⁴ Shnir, Y.M. $O(3)$ Nonlinear Sigma Model. In: Topological and Non-Topological Solitons in Scalar Field Theories [Text] / Y.M.Shnir // Cambridge Monographs on Mathematical Physics. – 2018. – Vol. 4. – P. 87–112.

³⁵ Miroshnichenko, A.E. Breather in Josephson junction ladders: resonances and electromagnetic waves spectroscopy [Text] / A.E.Miroshnichenko, S.Flach, M.V.Fistul, Y.Zolotaryuk, J.B. Page // Phys. Rev. – 2001. – V.64. –P.066601.

³⁶ Mohyaldeen, Sh.Y. Periodic and breather solutions for miscellaneous soliton in metamaterials model by computational schemes [Text] / Sh.Y.Mohyaldeen, J.Manafian, O.A.Ilhan et al. // Int. J. of Geom. Meth. in Modern Phys. – 2022. – Vol. 19(12). – P. 2250196 (3969–3981). – doi: 10.1142/S0219887822501961.

³⁷ Zhang, P.M. Topological objects in the $O(3)$ nonlinear sigma model [Text] / P.M. Zhang, X.G. Lee // Modern Physics Letters A. – 2007. – Vol. 22(31). – P. 2379–2386.

³⁸ Schutzhold, R. Quantum simulator for the $O(3)$ nonlinear sigma model [Text] / R. Schutzhold, S. Mostame // Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters. – 2005. – Vol. 82. – P. 248–252.

³⁹ Singh, H. Qubit regularization of the $O(3)$ sigma model [Text] / H.Singh, Sh.Chandrasekharan // Physical Review D. – 2019. – Vol. 100. – P. 054505 (1–13). – <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.100.054505>.

⁴⁰ Evangelisti, S. Semi-classical theory for quantum quenches in the $O(3)$ non-linear sigma model [Text] / S.Evangelisti // Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment. – 2013. – Vol. 1304. – P. P04003 (1–14). – doi 10.1088/1742-5468/2013/04/P04003.

⁴¹ Majorana, E. Atomi orientati in campo magnetico variabile [Text] / E. Majorana // Nuovo Cim. – 1932. – Vol. 9. – P. 43–50.

для описания квантовых систем с высоким значением спина $S = j\hbar$ ($j > 1/2$) являются новыми и в отдельных случаях улучшают и обобщают результаты зарубежных исследований.

Степень научной разработанности исследуемой проблемы. Нелинейные волны как основные составляющие сложных физических явлений, объектов и процессов обладают универсальными свойствами. ЛР, описывающие физические нелинейные явления в виде ЛС, наряду с солитонными решениями являются ключевыми теоретическими составляющими быстро развивающихся областей микроэлектронных устройств, информационных и телекоммуникационных технологий, нелинейной оптики, молекулярной биологии, астрофизики, гидродинамики и т. д.

Следует также заметить, что основная часть работ современных авторов по исследованию свойств ЛС нелинейных моделей, а также разработки методов их практического внедрения основана на применении методов математического моделирования. При этом важную научную задачу составляет исследование свойств самолокализованных в пространстве ТЛС и ДЛС нелинейных теоретико-полевых моделей и процессов их формирования. В частности, следует отметить, что для раскрытия природы и условий, приводящих к формированию устойчивых частицеподобных локализованных возбуждений, требуется не только точный анализ индивидуальных характеристик фундаментальных составляющих (в том числе зарядовых и спиновых квантовых чисел), но также исследование процессов их взаимодействия¹⁸.

Исследование некоторых вопросов математического моделирования квантовых физических систем с многомерным проективным гильбертовым пространством, которому посвящена пятая глава настоящей диссертационной работы в последнее десятилетие привлекло к себе повышенное внимание в связи с развитием информационных технологий, которые имеют огромный практический потенциал внедрения в сфере высоких технологий, в частности, в индустрии квантовых вычислений³⁹.

Исходя из вышеуказанного, следует, что исследование свойств ЛР НЭУ квантовой теории поля, где методы математического моделирования применяются с учетом физических свойств исследуемых объектов, является актуальным с теоретической и практической точки зрения, и этим актуальным проблемам посвящена настоящая диссертационная работа.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ИССЛЕДОВАНИЯ

Цель исследования. Целями диссертационной работы являются:

- численное моделирование эволюции динамических и топологических локализованных решений нелинейных эволюционных уравнений в рамках (2+1)-мерного пространства-времени;
- численное моделирование топологических локализованных решений нелинейных эволюционных уравнений и динамики их взаимодействия в (2+1)-мерном пространстве-времени;
- исследование свойств Т-инвариантности рассматриваемых модельных теорий квантовой физики методами математического моделирования;
- математическое моделирование осциллирующего (бризерного) решения нелинейных эволюционных уравнений в рамках (2+1)-мерного пространства-времени;
- численное моделирование эволюции динамических локализованных решений – бризерных решений нелинейных эволюционных уравнений и динамики их взаимодействия в (2+1)-мерном пространстве-времени;
- математическое моделирование некоторых процессов квантовых систем с высокими значениями спина – $S = j\hbar$ ($j > 1/2$).

Задачи исследования. В соответствии с поставленными целями выделяются следующие задачи:

- разработка алгоритма, устойчивой численной схемы и компьютерных программ, которые позволяют на основе базового состояния динамических и топологических решений (2+1)-мерных нелинейных эволюционных уравнений ($t = t_0$) провести корректное вычисление значения плотности энергии (ДН) для $t_n = t_{n-1} + \tau$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) с достаточно высокой степенью точности – $\Delta E_n / E_{n_0} \leq 10^{-3}$;
- проведение численного моделирования эволюции динамики взаимодействия топологических вихрей и доменных стенок (границ магнитных доменов) в рамках (2+1)-мерного уравнения синус-Гордона и O(3) нелинейной сигма-модели;
- проведение численного моделирования эволюции динамики взаимодействия топологических вихрей и доменных стенок в обращенном времени ($t' = -t$);
- вывод аналитического вида нового бризерного решения (2+1)-мерного уравнения синус-Гордона;
- на основе найденного аналитическими методами бризерного решения уравнения синус-Гордона численное моделирование аналогичного решения (2+1)-мерного уравнения O(3) нелинейной сигма-модели;

– исследование устойчивости полученных аналитически двумерных бризерных решений проведением численного моделирования их эволюции ($t > 0.0$) в стационарном, движущемся и взаимодействующем состояниях;

– исследование полиномов Майораны и вычисление корреляционных функций ориентированных состояний для общего случая ($S \geq \hbar/2$) квантовых систем с высокими значениями спина.

Объект исследования. Объектами исследования являются устойчивые динамические и топологические локализованные решения (2+1)-мерных нелинейных эволюционных уравнений, а также квантовые системы с высоким значением спина.

Предмет исследования. Предметом исследования является получение аналитических решений и численных моделей процессов эволюции и динамики взаимодействия динамических и топологических локализованных решений (2+1)-мерных нелинейных эволюционных уравнений – синус-Гордона и O(3) нелинейной сигма-модели (в рамках систем со значением спина $S = \hbar/2$), а также разработка теоретических основ для некоторых вопросов математического моделирования квантовых систем с высокими значениями спина ($S > \hbar/2$).

Научная новизна исследования. Все основные результаты диссертации являются новыми, имеют как теоретический, так и практический характер и состоят в следующем:

– разработаны алгоритм, численные схемы и компьютерные коды, позволяющие проведение численного моделирования эволюции как отдельных ЛР в стационарном и движущемся состояниях, так и процессов их взаимодействия (до трех ЛР) в рамках (2+1)-мерных НЭУ СГ и O(3) НСМ с высокой точностью сохранения энергии;

– получены цифровые модели-эквиваленты исследуемых объектов, выявлены и визуализированы ряд новых свойств процессов взаимодействия динамических и топологических ЛР;

– получен аналитический вид нового бризерного решения (2+1)-мерного уравнения СГ, численным моделированием показана его устойчивость для достаточно большего значения времени ($t_n, n = 4.5E4$) эволюции – $\Delta E_n/E_{n_0} \in (10^{-6} - 10^{-5})$;

– разработан алгоритм, численные схемы и компьютерные коды, позволяющие проведение численного моделирования эволюции процессов взаимодействия ЛР в рамках (2+1)-мерных НЭУ – СГ и O(3) НСМ в обращенном времени ($t' = -t$);

– получены электронные модели-эквиваленты эволюции процессов взаимодействия ТЛР в обращенном времени ($t' = -t$), подтверждено свойство

T-инвариантности исследуемых моделей, показана устойчивость и корректность численных схем, алгоритмов и компьютерных программ, разработанных для численного исследования поставленных задач;

– исследована система полиномов Майораны и определено выражение корреляционных функций ориентированных состояний для представления чистых спиновых систем на основе базовых состояний со спином $S = j\hbar$ ($j \geq 1/2$).

Теоретическая и научно-практическая значимость исследования. Общую тематическую структуру диссертационной работы составляет исследование актуальных вопросов, разработанные методы и практические результаты математического моделирования нелинейных явлений по следующим направлениям:

– теоретико-методологическое исследование (2+1)-мерных НЭУ – СГ и O(3) НСМ;

– теоретические и практические исследования систем на крайнем квантовом пределе значения спинового числа – $S = \hbar/2$, где в качестве модельной лаборатории для проведения вычислительных экспериментов использованы уравнения СГ и O(3) НСМ;

– теоретическое исследование вопросов математического моделирования квантовых систем с высокими значениями спина – $S > \hbar/2$.

Важную часть диссертационной работы составляют разработка моделей взаимодействия частицеподобных динамических и топологических ЛР, которые позволили выявить ряд новых свойств исследуемых объектов.

Свойство T-симметрии изучаемых объектов, исследованное в настоящей диссертации имеет важное значение прежде всего в прикладных задачах, в том числе, в медицинской визуализации, эхо-импульсном контроле, разработки нанофотонных устройств, оптических изоляторах, а также в подводной акустике и в исследовании экстремальных волн. С точки зрения теории, полученные в рамках (2+1)-мерного пространства-времени результаты показывают, что разработанный метод исследования позволяет экспериментально восстановить исходное состояние поля одиночных, так и взаимодействующих локализованных решений нелинейных сред, управляемых НЭУ – СГ и O(3) НСМ.

Описанный в главе 4 процесс аналитического решения задачи нахождения новых устойчивых бризеров (2+1)-мерного уравнения СГ является сложной научной проблемой, в связи с их нетривиальной зависимостью от времени – бризеры осциллируют во времени для каждой заданной пространственной координаты, в то время как ГЛС статичны в системе покоя.

Исследование квантовых систем с высоким значением спина ($S > \hbar/2$), которому посвящена пятая глава диссертационной работы является актуальным

для изучения систем со смешанными спинами, квантовой запутанности, суперпозиции квантовых состояний кутрита, квантовой криптографии, квантовой телепортации и плотного кодирования, обобщенных когерентных состояний, адиабатических и сверхадиабатических процессов в трехуровневых системах. С теоретической точки зрения, проведенные в данной главе диссертации исследования, помогут понять геометрию множества всех возможных состояний квантовых систем с высокими значениями спина, действующих в многомерных пространствах – \mathbb{R}^D ($D \geq 4$).

Положения, выносимые на защиту.

1. Разработаны алгоритм, численные схемы и компьютерные программы, позволяющие проведение численного моделирования процессов эволюции динамических и топологических локализованных решений и их взаимодействия в рамках (2+1)-мерных нелинейных эволюционных уравнений.

2. Численными методами получены новые движущиеся доменные стенки – кинк/антикинк в рамках (2+1)-мерных нелинейных эволюционных уравнений. Получены модели их взаимодействия и выявлены условия образования единой осциллирующей структуры, дальнего действия и прохождения доменных стенок друг сквозь друга.

3. Проведено численное моделирование процессов взаимодействия топологических локализованных решений – топологического вихря и доменных стенок. Показано, что при любых параметрах системы взаимодействующих полей, топологический вихрь с топологическим зарядом Q_t распадается на $2Q_t$ локализованные возмущения, движущихся вдоль доменной стенки во взаимно-противоположных направлениях со скоростью света ($c = 1$). Показано также, что устойчивость доменных стенок при любых параметрах взаимодействующих («двухчастичных») топологических полей сохраняется.

4. Проведено численное моделирование процессов модели «трехчастичного» взаимодействия топологических локализованных решений – топологического вихря и доменной стенки. Выявлен ряд новых свойств полученных моделей, при различных скоростях и конфигурациях взаимодействующих топологических локализованных решений.

5. Численными методами получены новые осциллирующие топологические вихри (2+1)-мерной $O(3)$ нелинейной сигма-модели. Разработаны модели их взаимодействия и показана устойчивость полученных решений.

6. Определен аналитический вид новых бризерных решений (2+1)-мерного уравнения синус-Гордона. На основе найденных решений, методами численного моделирования, добавлением возмущений вектору изотопического спина в

пространстве сферы Блоха S^2 получены новые бризерные решения $O(3)$ нелинейной сигма-модели.

7. Проведено численное моделирование процессов эволюции полученных бризерных решений, а также их взаимодействия с топологическим вихрем и доменной стенкой. Показано, что полученные аналитическими методами бризерные решения сохраняют устойчивость, как в свободной эволюции, так и при взаимодействии с бризерами. Выявлены новые свойства полученных моделей.

8. Разработаны алгоритм, численные схемы и компьютерные программы, позволяющие проведение численного моделирования процессов эволюции топологических локализованных решений и их взаимодействия в рамках $(2+1)$ -мерных нелинейных эволюционных уравнений в обращенном времени ($t' = -t$). Получены модели, описывающие процесс объединения волн излучений и формирования исходного состояния ($t = t_0$) взаимодействующих топологических локализованных решений. Подтверждено свойство Т-инвариантности исследуемых $(2+1)$ -мерных уравнений синус-Гордона и $O(3)$ нелинейной сигма-модели, показана точность разработанного алгоритма, корректность численной схемы и пакета компьютерных программ, позволяющих проведение исследований эволюции взаимодействующих локализованных решений теоретико-полевых моделей в обращенном времени.

9. Исследована система полиномов Майораны для описания квантовых систем со значением спина и определен общий вид функции распределения вероятности согласования ориентированных состояний данных систем при различных значениях спинового числа $S \geq \hbar/2$.

Степень достоверности результатов. Достоверность результатов диссертационного исследования обеспечивается сходимостью разработанных численных схем, совпадением полученных расчетных данных тестовых задач с результатами других авторов, устойчивостью численных моделей, сохранением точности интегралов энергии эволюционных моделей – $\Delta E_n/E_n \in (10^{-6} - 10^{-3})$, а также подтверждается литературными данными.

Соответствие диссертации паспорту научной специальности. В диссертационной работе исследуются задачи по разработке новых алгоритмов, численному моделированию и развитию приближенных методов исследования математических моделей процессов и явлений нелинейных эволюционных уравнений квантовой теории поля с применением современных вычислительных процессоров, которые соответствуют паспорту научной специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» (часть III, пункты 1–6, 9, 10).

Личный вклад соискателя учёной степени. Задачи исследования были сформулированы совместно с научным консультантом работы, который оказывал консультативное содействие. Результаты диссертационной работы, отражённые в разделах «Научная новизна» и «Положения, выносимые на защиту», получены лично автором.

Апробация и реализация результатов диссертации. Основные результаты диссертации обсуждены и получили положительные отзывы на семинарах ФТИ им. С.У.Умарова НАНТ (г. Душанбе, 2012–2024 гг.), следующих республиканских и международных конференциях:

– 5-ом Российско-Японском совещании «Молекулярно-динамические исследования в науках о веществе и биологии» (MSSMBS–2012). – Дубна, ОИЯИ, 10–11 сентября 2012 г.; V-ой Международной конференции «Современные проблемы прикладной математики, теории управления и математического моделирования» (ПМТУММ–2012). – Воронеж, ВГУ, 11–16 сентября 2012 г.; Первой международной конференции «Прикладные информационные системы: проблемы моделирования, применения в развивающихся странах». – Худжанд, ХФТУТ, 29–30 июня 2012 г.; Международной научной конференции «Актуальные проблемы математики и её приложения». – Курган-Тюбе, 5–6 октября 2012 г.; Международной конференции «Математическое моделирование и вычислительная физика» (ММСР'2013)». – Дубна, ОИЯИ, 8–12 июля 2013 г.; VI-ой Международной конференции «Современные проблемы прикладной математики, теории управления и компьютерных технологий» (ПМТУКТ–2013). – Воронеж, ВГУ, 10–16 сентября 2013 г. (также: ПМТУКТ–2015 – 21–26 сентября 2015 г.; ПМТУКТ–2016 – 20–26 сентября 2016 г.); Международной конференции «Воронежская зимняя математическая школа «Современные методы теории функций и смежные проблемы»». – Воронеж, ВГУ, 28 января – 1 февраля 2013 г. (также: 26 января – 1 февраля 2017 г.); Международной научно-практической конференции «Новые технологии наукоемкого машиностроения: приоритеты развития и подготовка кадров». – Казань, КГТУ, 16 мая 2013 г.; Международной конференции «Воронежская весенняя математическая школа «Современные методы теории краевых задач. Понтрягинские чтения – XXIV»». – Воронеж, ВГУ, 3–9 мая 2013 г. (также: 3–9 мая 2015 г.; 3–9 мая 2016 г.; 3–9 мая 2017 г.); III International Research and Practice Conference «Science, Technology and Higher Education». – Westwood, October 16th, 2013; Международной конференции по физике конденсированного состояния, посвященной 85-летию академика А.А.Адхамова. – Душанбе, 17–18 октября 2013 г.; IX International Research and Practice Conference «European Science and Technology». – Munich, October 3–4th, 2013; IV-ой Международной конференции «Современные проблемы физики». – Душанбе, ФТИ, 5–7 декабря 2014 г. (также: 18–19 ноября 2016 г.; 28–30 июня

2018 г.; 9–10 октября 2020 г.; 21–22 октября 2022 г.); LI-ой Всероссийской конференции по проблемам динамики, физики частиц, физики плазмы и оптоэлектроники. – Москва, РУДН, 12-15 мая 2015 г. (также: 17–19 мая 2016 г.; 15–19 мая 2017 г.; 14–18 мая 2018 г.; 18–22 мая 2020 г.); Международной научной конференции «Математический анализ, дифференциальные уравнения и теория чисел», посвященной 75-летию д.ф.-м.н., профессора Сабирова Т.С. – Душанбе, 29–30 октября 2015 г.; Республиканской научной конференции «Современные проблемы физики конденсированных сред», посвященной 70-летию со дня рождения и 50-летию трудовой деятельности заслуженного деятеля Республики Таджикистан, д.ф.-м.н., профессора Туйчиева Ш.Т. – Душанбе, 24 октября 2015 г.; Республиканской научно-практической конференции «Роль молодежи в развитии отечественной науки». – Душанбе, 22 мая 2015 г.; Международной научной конференции «Теория приближений функций и родственные задачи анализа», посвященной памяти д.ф.-м.н., профессора П.П. Коровкина. – Калуга, 9–10 октября 2015 г.; VI International Scientific Conference «Global Science and Innovation Science». – Chicago, November 18-19th, 2015; Международной конференции «Воронежская зимняя математическая школа С.Г. Крейна». – Воронеж, ВГУ, 25–31 января 2016 г.; Республиканской научно-практической конференции «Проблемы материаловедения в Республике Таджикистан», посвященной «Дню химика» и 80-летию со дня рождения д.т.н., профессора, академика Международной инженерной академии А.В. Вахобова. – Душанбе, 25 мая 2016 г.; Международной научной конференции «Современные проблемы математики и её приложения», посвященной 25-летию Государственной независимости Республики Таджикистан. – Душанбе, Филиал МГУ им. М.В. Ломоносова в г. Душанбе, 3–4 июня 2016 г.; Школе для студентов, аспирантов и молодых ученых «Математическое и компьютерное моделирование, информационные технологии управления (МКМИТУ–2016)». – Воронеж, ВГУ, 3–8 октября 2016 г.; International Workshop KSCMBS'16: Khujand Symposium on Computational Materials and Biological Sciences. – Khujand, KSU, 24–28 September 2016; Региональной научно-практической конференции «Комплексный анализ и его приложения». – Брянск, БГУ, 23–24 ноября 2016 г.; Международной конференции «Перспективы развития физической науки», посвященной памяти (80-летию) член-корреспондента АН РТ, д.ф.-м.н., профессора Хакимова Ф.Х. – Душанбе, 2017 г.; Девятой международной научно-технической конференции, посвященной 175-летию со дня рождения Х.С. Леденцова. ИНФОС–2017. – Вологда, 30 июня – 1 июля 2017 г. (также: ИНФОС–2022, 29–30 июня 2022 г.); Международной научно-практической конференции «XIV Нумановские чтения. Вклад молодых ученых в развитие химической науки». – Душанбе, 22 ноября 2017 г.; Международном молодежном симпозиуме «Современные проблемы

математики. Методы, модели, приложения». – Воронеж, ВГЛТУ им. Г.Ф.Морозова, 21–24 ноября 2017 г.; Международной конференции «Современные проблемы математики и её приложения», посвящённой 70-летию академика АН РТ, д.ф.-м.н., профессора Илолова М.И. – Душанбе, 14–15 марта 2018 г.; Международной конференции «Актуальные проблемы современной физики», посвящённой 80-летию памяти Заслуженного деятеля науки и техники Таджикистан, д.ф.-м.н., профессора Нарзиева Б.Н. – Душанбе, 18 апреля 2018 г.; XI-ой Международной научно–теоретической конференции «Компьютерный анализ проблем науки и технологии», посвящённой 70-летию образования ТНУ и 70-летию д.ф.-м.н., профессора Юнуси М.К. – Душанбе: ТНУ, 27–28 декабря 2018 г.; III Международной открытой конференции «Современные проблемы анализа динамических систем. Приложения в технике и технологиях». – Воронеж, ВГЛТУ, 17–19 октября 2018 г.; Республиканской научно-практической конференции «Математическое и компьютерное моделирование физических процессов». – Душанбе, ТНУ, 25 октября 2019 г.; Республиканской научно-практической конференции на тему «Современные способы защиты информации в процессе развития информационно-коммуникационных технологий», посвящённой 2020–2040 годам – «Двадцатилетия изучения и развития естественных, точных и математических наук в сфере науки и образования». – Дангара, ДГУ, 22–23 апреля 2020 г.; Республиканской научно-практической конференции «Реализация ускоренной индустриализации Республики Таджикистан как четвёртой цели национальной стратегии: проблемы и пути их решения». – Душанбе, ТТУ, 23–24 апреля 2021 г.; Международной научно-практической конференции, посвящённой «Двадцатилетию изучения и развития естественных, точных и математических наук в сфере науки и образования»: Обзор современных физико-технических проблем и полупроводниковые технологии. – Худжанд, 18 мая 2021 г.; X-ой Международной конференции «Полимерные материалы пониженной горючести». – Казахстан, Кокшетау, АГЗ им. М.Габдулина, 14–18 сентября 2021 г.; Симпозиуме физиков Таджикистана, посвящённой 85-летию академика Р.Марупова. – Душанбе, ФТИ, 25–26 ноября 2021 г.; Научно-теоретической конференции на тему «Академик С.К. Каримов и его вклад в развитие таджикской науки», посвящённой 30-летию Государственной независимости Республики Таджикистан и «Двадцатилетию изучения и развития естественных, точных и математических наук в сфере науки и образования». – Куляб, КГУ имени Абуабдулло Рудаки, 28 декабря 2021 г.; Республиканской научно-практической конференции на тему «Проблемы современной химии и состояние ее внедрения в образовательном процессе», посвящённой 2020–2040 годам – «Двадцатилетия изучения и развития естественных, точных и математических

наук в сфере науки и образования». – Дангара, ДГУ, 13–14 мая 2022 г.; Республиканской научно-практической конференции «Современные проблемы естествознания в науке и образовательном процессе», посвященной двадцатилетию изучения и развития естественных, точных и математических наук. – Душанбе, РТСУ, 27 мая 2022 г.; Республиканской научно-практической конференции «Развитие и достижения физической науки в годы независимости», посвященной 32-летию Государственной независимости Республики Таджикистан. – Душанбе, ФТИ, 25–26 августа 2023 г.; Международной научной конференции «Современные проблемы физики конденсированного состояния», посвящённой 75 годовщине основания ТНУ, объявлению 2025 года Годом защиты ледников и 80-летию со дня рождения Заслуженного работника Таджикистана, чл.-корр. НАНТ, д.ф.-м.н., профессора Гуйчиева Ш.Т. – Душанбе, ТНУ, 24–25 октября 2023 г.

Публикации по теме диссертации. Основные результаты диссертации опубликованы в 129 работах, список которых приведён в конце диссертации. В том числе, 3 монографии, написанные в соавторстве, 21 статья, опубликованная в журналах из перечня рецензируемых научных журналов и изданий, рекомендованных Высшей аттестационной комиссией при Президенте Республики Таджикистан, из которых 7 написаны без соавторов, включая работы [4–А, 5–А], опубликованные в журналах, входящих в международные библиографические и реферативные базы данных и систем цитирования Scopus и Web of Science. Также получены 12 свидетельств о государственной регистрации компьютерных программ, из которых 6 разработаны без соавторов.

Структура диссертации и объём. Диссертация состоит из списка сокращений и обозначений, введения, общей характеристики исследования, шести глав, выводов, рекомендаций по практическому использованию результатов, списка цитированной литературы из 311 наименований, списка публикаций автора по теме диссертации, приложений и занимает 353 страниц машинописного текста. Главы разбиты на параграфы и разделы. Для удобства в диссертации применена сквозная нумерация разделов, рисунков, таблиц и формул. Они имеют тройную нумерацию, в которой первая цифра совпадает с номером главы, вторая указывает на номер параграфа, а третья на порядковый номер разделов, рисунков, таблиц и формул в данном параграфе.

ОСНОВНЫЕ ЧАСТИ ИССЛЕДОВАНИЯ

Материал и методы исследования. Материал исследования состоит из решения ряда задач в рамках НЭУ – (2+1)-мерных модельных теорий квантовой физики, относящегося к математическому моделированию эволюции стационарных, движущихся и взаимодействующих динамических и топологических ЛС, а также некоторых задач математического моделирования высокоспиновых квантовых систем.

В работе использованы эффективные методы математического моделирования, а именно, метод конечных разностных схем для численного моделирования, метод усредненного лагранжиана для нахождения двумерных бризерных решений, метод Майораны для исследования квантовых систем с высоким значением спина, а также комплекс компьютерных платформ, где для основных компьютерных экспериментов определяющие вычисления были проведены на базе языка программирования Фортран.

Результаты исследования. Приведем краткое изложение результатов глав диссертационного исследования.

Во введении даётся краткий исторический обзор результатов по затрагиваемым проблемам, обосновывается актуальность темы.

Первая глава диссертационной работы посвящена обзору изученной литературы, основным методологиям исследования и актуальным проблемам по теме диссертационной работы. Приведен обзор основных методов исследования.

Вторая глава состоит из трех параграфов и посвящена описанию основных объектов исследования – динамическим и топологическим ЛР (2+1)-мерных НЭУ, модельным теориям квантовой теории поля, многоуровневым квантовым системам, а также использованным и разработанным методам. В том числе, приведены основные сведения о главной теоретической лаборатории в рамках систем с симметрией $SU(N-1)$ – суперсимметричной $O(N)$ НСМ, описываемой ортогональной группой $O(N)$ и инвариантным действием Пуанкаре

$$\mathcal{L} = \frac{\hbar}{2c} \partial_\mu \mathbf{S} \partial^\mu \mathbf{S}, \quad (1)$$

где внутренний вектор $\mathbf{S}(s_1, s_2, \dots, s_N) \in R^N$, отражает $O(N)$ -симметрию исследуемой модели. В настоящей диссертационной работе вычислительные эксперименты проведены в случае $N = 3$. В общем виде данная теория описывает N независимых свободных полей, где введением ограничения

$$\mathbf{S}^2 = s_1^2 + s_2^2 + \dots + s_N^2 = Ng^{-2} \quad (2)$$

достигается их взаимодействие. Раскрыты основные свойства НСМ с физической точки зрения и её потенциал для использования в задачах математического моделирования. Приведены основные сведения о частном

случае вышеуказанной модельной лаборатории квантовой теории поля – $O(3)$ НСМ, в которой геометрические свойства многообразия наделяют теорию эффективной топологией. Данная модель описывает эволюцию единичного 3-векторного поля $n = (n_x, n_y, n_z)$, $n^2 = 1$ в d -мерном евклидовом пространстве, с действием

$$S = \frac{1}{2\lambda^2} \int d^d x \partial_\mu n_a \partial^\mu n_a, \quad (3)$$

где $a = 1, 2, 3$ – индексы полевых компонент, а греческие индексы $\mu = 1, \dots, d$ являются евклидовыми индексами для общих d . В физических приложениях эта модель известна как «классическая модель Гейзенберга» или « $O(3)$ нелинейная сигма-модель», в которых нелинейность возникает вследствие ограничения

$$n_a n_a = 1. \quad (4)$$

Третья глава состоит из четырёх параграфов и посвящена численному моделированию ТЛР, где приведены результаты исследования осциллирующих топологических вихрей и доменных стенок (ДС), а также численным моделированием подтверждено свойство T -инвариантности исследуемых НЭУ.

Для получения численной эволюционной модели пробных начальных решений исследуемых теоретико-полевых моделей был применен наиболее распространенный и эффективный метод конечных разностных схем^{42,43}. Определяющие вычисления проводились с помощью разностных схем второго порядка точности, по времени и пространству – $O(\tau^2 + h_{x,y}^2)$.

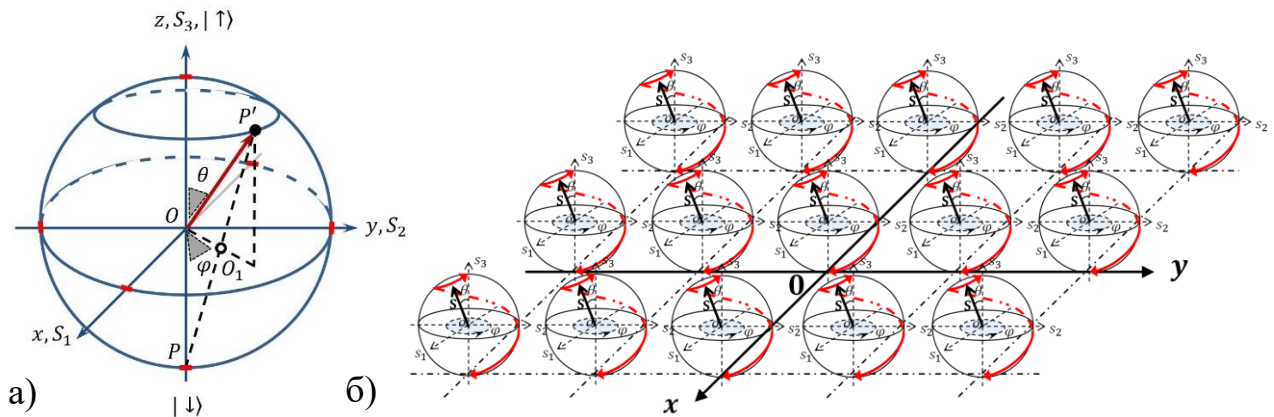


Рисунок 1 – а) сфера Блоха: s_1, s_2, s_3 – изоспиновые координаты, $\theta(t), \varphi(t)$ – сферические (эйлеровы) координаты; б) расслоенное пространство (2D)

В данном случае, использованы специальные свойства стереографической проекции, осуществлена компактификация $S^2 - R_{comp}^2$ всех точек комплексной

⁴² Самарский, А.А. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры [Текст] / А.А. Самарский, А.П. Михайлов. – М.: Физматлит. – 2001. – 320 с. – ISBN: 9785922101202.

⁴³ Самарский, А.А. Устойчивость трехслойных проекционно-разностных схем [Текст] / А.А. Самарский, П.Н. Вабищевич // Математическое моделирование. – 1995. – Т. 8(9). – С. 74–84.

плоскости (включая точки $(x, y) = \infty$) и точек сферы постоянного радиуса – сферы Блоха:

$$S^2 = SU(2)/U(1) = SO(3)/SO(2), \quad (5)$$

эквивалентной движению конца изовектора $\overline{OP'}$ (рисунок 1, а).

С геометрической точки зрения, в настоящей диссертационной работе используется расслоенное пространство (рисунок 1, б), представляющее собой прямое произведение евклидова пространства на сферу S^2 , где каждой точке области моделирования соответствует блоховская сфера (5), описываемая единичным изовектором

$$\mathbf{S}(s_1, s_2, s_3), \quad s_i s_i = 1, \quad i = 1, 2, 3. \quad (6)$$

В первом параграфе изложены общие сведения о топологических вихрях белавин-поляковского типа²⁶ и динамики их изоспиновой структуры

$$F(r, R) = Q_t \sqrt{\operatorname{tg} \frac{\theta(t)}{2}}, \quad \varphi = Q_t \chi - \omega \tau, \quad (7)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \chi = \arcsin(yr^{-1}).$$

Приведены результаты численного моделирования новых осциллирующих стационарных, движущихся и взаимодействующих топологических вихрей вида (7). Определены параметры топологических вихрей, обуславливающие их осциллирующую динамику.

Второй параграф посвящен численному моделированию новых стационарных, движущихся и взаимодействующих границ магнитных доменов – нееловских и блоховских ДС в рамках (2+1)-мерной O(3) НСМ

$$\theta(x, y) = 2 \operatorname{arctg} \left(e^{\pm [B_1 (\frac{w}{k_1} x - \frac{w}{k_1} x_0) + B_2 (\frac{w}{k_2} y - \frac{w}{k_2} y_0)]} \right), \quad (8)$$

$$\varphi(x, y, t) = \varphi_0 + \omega \tau.$$

Выявлены особенности динамики изоспиновой структуры взаимодействующих ДС (8), обуславливающие проявление эффекта дальнего действия, а также условия их объединения в единую осциллирующую доменную ЛС.

В третьем параграфе приведены результаты численного моделирования взаимодействия ТЛС – топологических вихрей белавин-поляковского типа (7) и ДС вида (8) (рисунок 2). Выявлено свойство распада топологических вихрей (7) на локализованные возмущения (ЛВ) с половинными значениями ($Q_t = 1/2$) топологического заряда (ТЗ), движущиеся вдоль плоскости ДС со скоростью света ($c = 1$). Разработанные методы численного исследования охватывают весь спектр ТЗ ($Q_t = 1, 2, 3, \dots$) вихрей (7), и таким образом, обобщают аналогичные результаты исследований зарубежных авторов²⁵, полученных для единичного значения ТЗ ($Q_t = 1$).

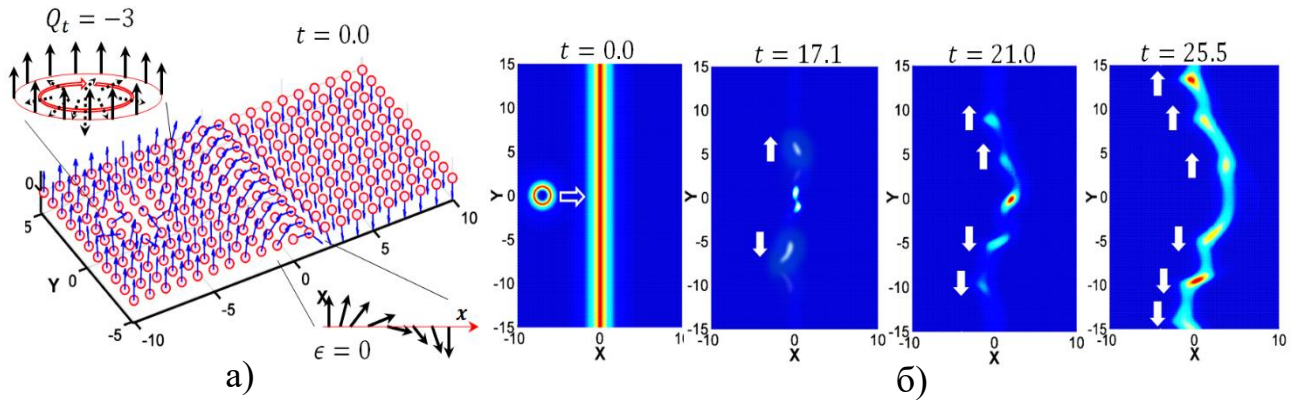


Рисунок 2 – Взаимодействие и распад на ЛВ движущегося ($v(t_0) \approx 0.447$) топологического вихря (7) обладающего ТЗ $Q_t = -3$ со стационарной ($v(t_0) = 0.0$) ДС (8) нееловского типа: а) изоспиновая структура при $t = 0.0$; б) ДН при $t \in [0.0, 25.5]$

В последней части данного параграфа приведены результаты численного моделирования «трехчастичных» взаимодействий ТЛР вида (7) и (8), следующей конфигурации (рисунок 3):

$$\mathbf{S}_{K(0)+V+Ak(\pi)} = \mathbf{S}_{Kink}(0) \rightarrow \mathbf{S}_{Vortex} \leftarrow \mathbf{S}_{Antikink}(\pi/2), \quad (9)$$

где

$$\mathbf{S}_{Kink}(0) = (1 + e^{2x})^{-1} \begin{pmatrix} 2e^x \\ 0 \\ 1 - e^{2x} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{S}_{Vortex} = 2(1 + r^6)^{-1} \begin{pmatrix} (x^3 - 3xy^2) \cos \tau - (y^3 - 3x^2y) \sin \tau \\ (3x^2y - y^3) \cos \tau + (3xy^2 - x^3) \sin \tau \\ 2^{-1}(1 - r^6) \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{S}_{Antikink}(\pi) = -(1 + e^{2x})^{-1} \begin{pmatrix} 2e^x \\ 0 \\ 1 - e^{2x} \end{pmatrix}.$$

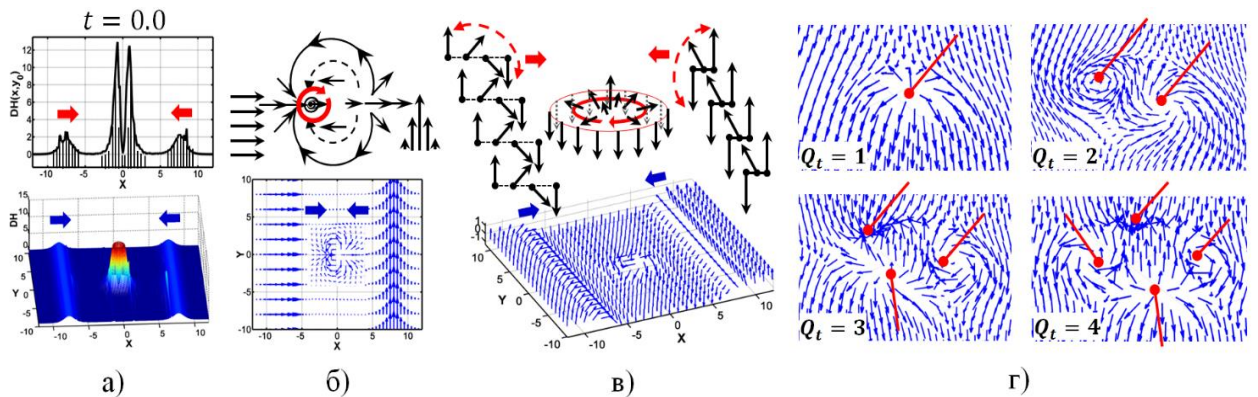


Рисунок 3 – «Трехчастичное» поле конфигурации (9) в случае $Q_t = 2$ и $\epsilon_1 = 0$ (ДС нееловского типа), $\epsilon_2 = \pi/2$ (ДС блоховского типа) при $t = 0.0$ (а–в); г) изоспиновая структура $\mathbf{S}(s_1, s_2, s_3)$ решения (7) для $Q_t = 1, \dots, 4$

Выявлен ряд новых свойств системы (9) взаимодействующих ТЛР.

Четвертый параграф третьей главы посвящен исследованию свойств Т-инвариантности (2+1)-мерной $O(3)$ НСМ на примере процессов взаимодействия, распада и аннигиляции ее решений в виде ТЛС. Для эволюционных моделей взаимодействующих ТЛР (7) и (8) применена операция обращения времени (ОВ): $t' \rightarrow -t$ (рисунок 4).

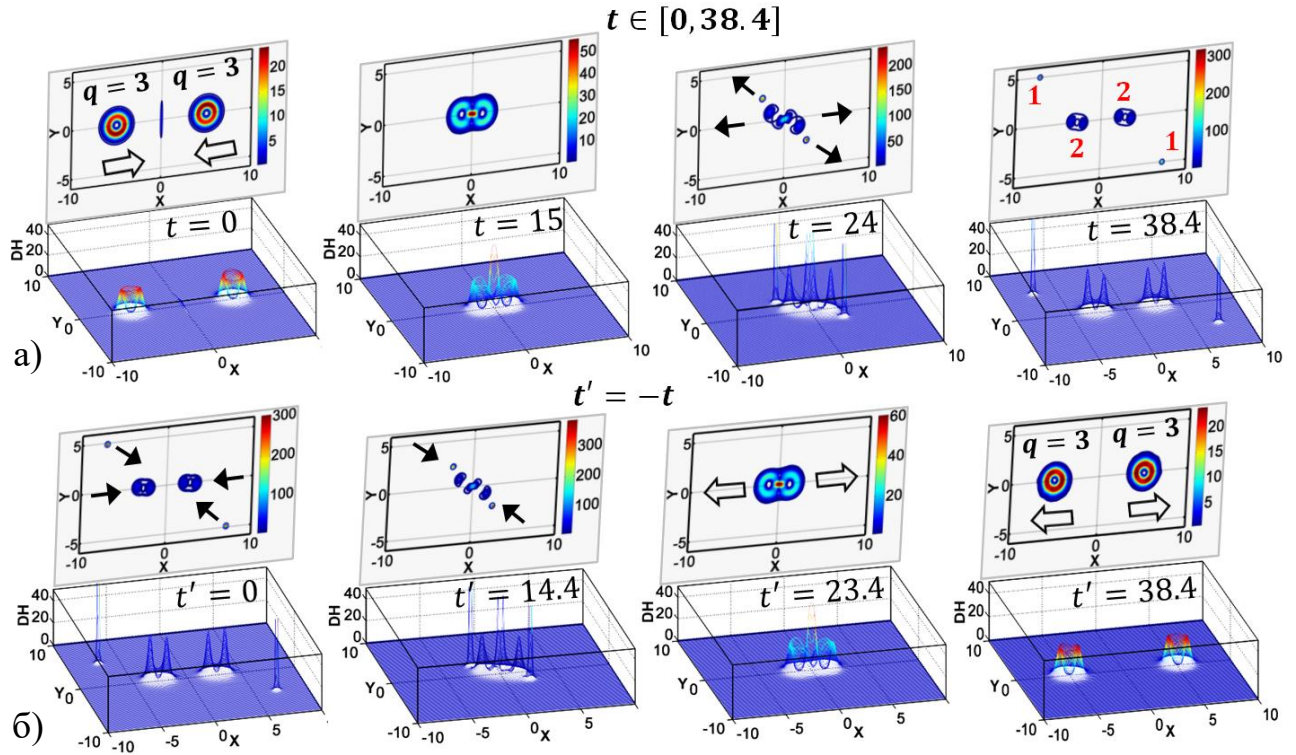


Рисунок 4 – Взаимодействие и распад топологических вихрей (7), обладающих ТЗ $Q_t = 3$ ($v(t_0) \approx \pm 0.287$): а) при $t \in [0.0, 38.4]$; б) в ОВ: $t' \rightarrow -t$

Получены модели, описывающие процесс объединения волн излучений и формирования исходного состояния поля взаимодействующих ТЛС и таким образом, подтверждено свойство Т-инвариантности исследуемой (2+1)-мерной $O(3)$ НСМ и показана ее точность в описании нелинейных явлений, а также корректность разработанных алгоритмов, численных схем и компьютерных программ.

Четвертая глава диссертационной работы также состоит из четырех параграфов и посвящена математическому моделированию ЛР (2+1)-мерных НЭУ в виде осциллирующих ЛС – бризеров.

В первом параграфе приведены результаты по определению аналитического вида нового бризерного решения (2+1)-мерного уравнения СГ

$$u_{tt} - u_{xx} - u_{yy} + \sin u = 0 \quad (10)$$

методом усредненного лагранжиана в следующем виде:

$$u(x, y, t) = -4 \operatorname{arctg} \left[\lambda (1 - \lambda^2)^{-\frac{1}{2}} \sin(\varphi) \operatorname{sech}(\lambda x) \operatorname{sech}(\lambda y) \right], \quad (11)$$

$$\lambda(t, D) = \pm \operatorname{th} \left(\sqrt{3} D \sqrt{\frac{-1 \pm \sqrt{1 + \sqrt{2} t \frac{D^2 - 288}{3D}}}{D^2 - 288}} \right), \quad (11.1)$$

$$\varphi(t, D) = - \frac{\sqrt{1 - \lambda^2} + \lambda \arcsin(\lambda)}{4\lambda} D. \quad (11.2)$$

Далее, используя найденное решение (11) модели (10) в качестве начального приближения и введением специальным образом подобранного возмущения

$$\varphi(x, y, t) = \varphi_c(x, y, t_0) + \omega t, \quad \omega \neq 0.0, \quad (12)$$

путем решения задачи Коши получено новое численное решение О(3) НСМ бризерного типа, которого можно записать в следующем виде (в изоспиновой параметризации):

$$s_1 = - \frac{2\xi}{1 + \xi^2} \cos \varphi, \quad s_2 = - \frac{2\xi}{1 + \xi^2} \sin \varphi, \quad s_3 = \frac{1 - \xi^2}{1 + \xi^2}, \quad (13)$$

$$\xi(x, y, t) = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \lambda^2}} \frac{\sin(\varphi)}{\cosh(\lambda x) \cosh(\lambda y)}.$$

Второй параграф посвящен численному моделированию эволюции описанных в предыдущем параграфе новых бризерных решений (11) и (13), в котором показано, что данные решения являются устойчивыми в стационарном и движущемся состояниях (рисунок 5). Интеграл энергии полученных решений в течение достаточно большого числа итерационных циклов ($n_\tau = 4.5E4$) сохранялся с высокой точностью $\Delta E n / E n_0 \in [10^{-6} - 10^{-5}]$. Таким образом, показано, что найденные в исследованиях настоящей диссертационной работы бризерные решения (11) и (13) улучшают и обобщают аналогичные исследования зарубежных авторов²⁴, которые получили двумерное бризерное решение уравнения СГ (10) с кратким временем эволюции.

В третьем параграфе четвертой главы приведены результаты численного моделирования процессов взаимодействия новых бризерных решений (11) и (13), где получены модели описывающие их лобовые столкновения. Взаимодействующие бризеры, в частности, объединяются в единую осциллирующую ЛС, отражаются, а также проходят друг сквозь друга. Таким образом, показана устойчивость полученных в настоящей диссертационной работе бризерных решений (11) и (13), также в процессах взаимодействия.

Четвертый параграф посвящен численному моделированию процессов взаимодействия бризерных решений (11) и (13) с ТЛР, описываемыми решениями (7) и (8). Выявлены и визуализированы ряд новых свойств процессов взаимодействия данных динамических и топологических ЛР, в том числе – проявление эффекта дальнего действия, прохождения ЛВ ДЛР сквозь ДС, а также

процессы разрушения бризеров (11) и (13) вследствие топологической устойчивости решений (7) и (8).

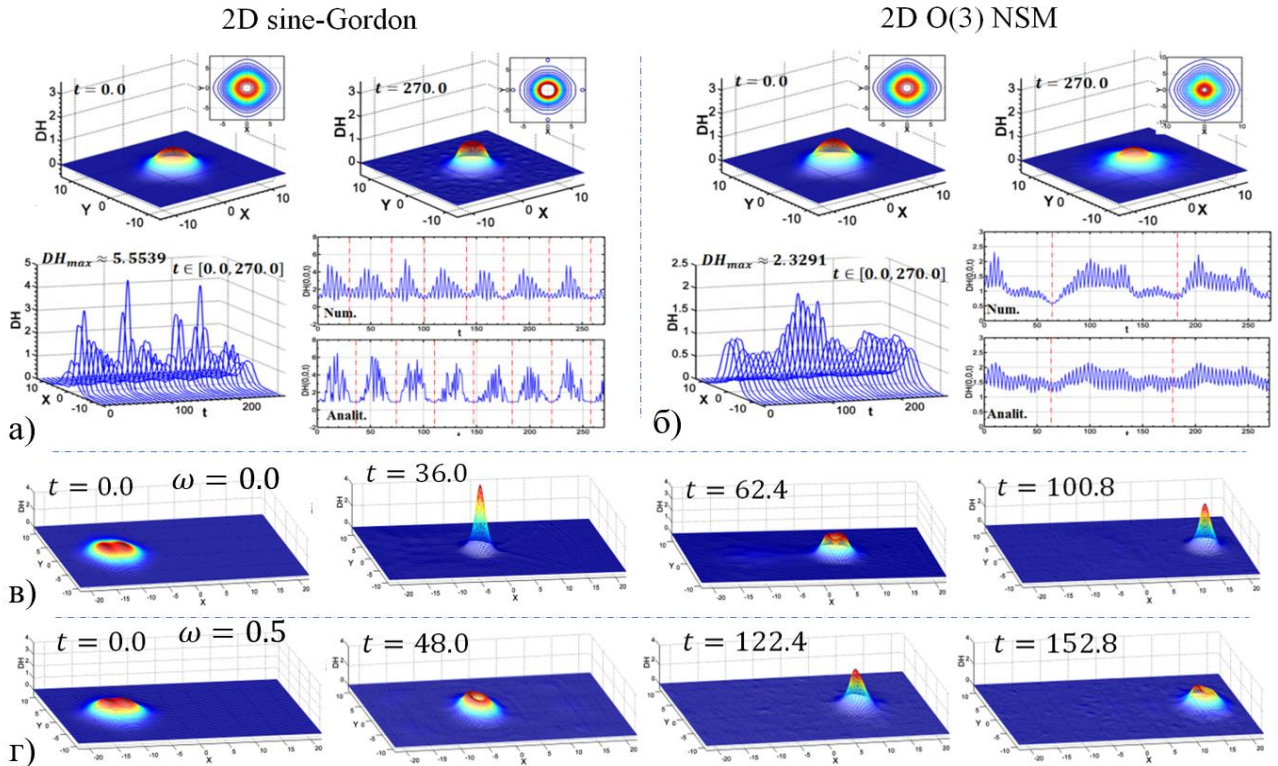


Рисунок 5 – Эволюция ДН бризерных решений (11) с учётом (12) и (13). Стационарные ($v(t_0) = 0.0$) бризеры при $t \in [0.0, 270.0]$: а) СГ (10); б) О(3) НСМ (3) ($\omega = 0.5$). Движущиеся бризеры ($v(t_0) = 0.707$): в) СГ (10); г) О(3) НСМ (3) ($\omega = 0.5$)

Пятая глава диссертационной работы состоит из трех параграфов и посвящена математическому моделированию некоторых задач, связанных с динамикой квантовых систем с высоким значением спина – $S = j\hbar$ ($j > 1/2$).

В первом параграфе приведены общие сведения о квантовых динамических системах, где приведен подробный анализ вопросов компьютерного моделирования эволюции многомерных квантовых систем, которые, в частности, связаны с экспоненциально растущим размером гильбертова пространства. Напомним, что спиновые степени свободы в системах со значением спина $S > \hbar/2$ предъявляют более строгие требования к численному анализу по сравнению с системами базового уровня $S = \hbar/2$. Вследствие этого гильбертово пространство включает в себя $(2j + 1)N$ состояния для N частиц, что существенно усложняет точную диагонализацию уже для малых N .

Второй параграф пятой главы посвящен применению метода Майораны для решения некоторых задач, касающихся вопросов математического моделирования высокоспиновых квантовых систем. Напомним, что двухуровневое чистое квантовое спиновое состояние ($|\psi\rangle^{(S=\pm\hbar/2)}$) может быть описано точкой на сфере Блоха S^2 (рисунок 1, а), а его эволюция может быть

однозначно представлена траекторией точки (P') на данной сфере. В исследовании Э.Майораны⁴¹ показано, что задачу можно существенно упростить, включая больше точек ($2j$) на комплексной проективной прямой $\mathbb{C}P^1$, которую можно идентифицировать с блоховской сферой S^2 (5), вместо одной точки на многомерной геометрической структуре более высокого измерения ($|\psi\rangle_{(2S)}^{(S>j\hbar)}$, $j \geq 1/2$): $S^D \in \mathbb{R}^{D+1}$, $D \geq 3$. В том числе, в данном параграфе приведена система полиномов Майораны для общего случая ($S \geq \hbar/2$), которая определена в следующем виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} C_{+\frac{1}{2}}^{(\frac{\hbar}{2})} \zeta - C_{-\frac{1}{2}}^{(\frac{\hbar}{2})} = 0 \\ C_{+1}^{(\hbar)} \zeta^2 - \sqrt{2} C_0^{(\hbar)} \zeta + C_{-1}^{(\hbar)} = 0 \\ C_{+\frac{3}{2}}^{(\frac{3\hbar}{2})} \zeta^3 - \sqrt{3} C_{+\frac{1}{2}}^{(\frac{3\hbar}{2})} \zeta^2 + \sqrt{3} C_{-\frac{1}{2}}^{(\frac{3\hbar}{2})} \zeta - C_{-\frac{3}{2}}^{(\frac{3\hbar}{2})} = 0 \\ C_{+2}^{(2\hbar)} \zeta^4 - 2C_{+1}^{(2\hbar)} \zeta^3 + \sqrt{6} C_0^{(2\hbar)} \zeta^2 - 2C_{-1}^{(2\hbar)} \zeta + C_{-2}^{(2\hbar)} = 0 \\ C_{+\frac{5}{2}}^{(\frac{5\hbar}{2})} \zeta^5 - \sqrt{5} C_{+\frac{3}{2}}^{(\frac{5\hbar}{2})} \zeta^4 + \sqrt{10} C_{+\frac{1}{2}}^{(\frac{5\hbar}{2})} \zeta^3 - \sqrt{10} C_{-\frac{1}{2}}^{(\frac{5\hbar}{2})} \zeta^2 + \sqrt{5} C_{-\frac{3}{2}}^{(\frac{5\hbar}{2})} \zeta - C_{-\frac{5}{2}}^{(\frac{5\hbar}{2})} = 0, \\ \dots \\ \sum_{r=0}^{2S} (-1)^r N_r^{(S)} C_{S-r} \zeta^{2S-r} = 0 \end{array} \right. \quad (14)$$

где $N_r^{(S)}$ – характеристическая функция

$$N_r^{(S)} = \begin{cases} 1, & r = 0 \cup r = 2S \\ \sqrt{\left(N_{r-1}^{(S-\frac{1}{2})}\right)^2 + \left(N_r^{(S-\frac{1}{2})}\right)^2}, & 0 < r < 2S \end{cases} \quad (14.1)$$

В третьем параграфе приведены результаты вычисления корреляционных функций ориентированных состояний квантовых систем. Заметим, что представление Майораны квантовых спиновых систем посредством ($2j$) репрезентативных точек (P') становится особенно простым в случае ориентированных состояний: $\angle POP' = \pi$ (рисунок 6, а), где каждое из двух состояний $|\psi\rangle_{(2S)}^{(OP)}$, $|\psi\rangle_{(2S)}^{(OP')}$ обладает спиновым числом $m\hbar|\frac{\hbar}{2}$, $m'\hbar|\frac{\hbar}{2}$ соответственно. В общем случае, вероятность согласования данных состояний при $\angle POP' = \alpha$, определенная в работе Э.Майораны⁴¹ можно записать следующим образом:

$$\mathbb{P}_{cor}(F(\hbar)) = F_1 F_2^2, \quad (15)$$

$$F_1(\alpha, j, m, m') = \left(\cos \frac{\alpha}{2}\right)^{4j} (j+m)! (j-m)! (j+m')! (j-m')!,$$

$$F_2(\alpha, r, j, m, m') = \sum_{r=0}^{2j} \frac{(-1)^r \left(\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}\right)^{2r-m+m'}}{r!(r-m+m')!(j+m-r)!(j-m'-r)!}.$$

В настоящей диссертационной работе вычислены значения $\mathbb{P}_{cor}(F_k(S))$ ориентированных (рисунок 6) квантовых систем для $S = j\hbar$ ($j \geq 1/2$) в следующем виде:

$$\mathbb{P}_{cor}(F(S)) = \begin{cases} \cos^{4S} \frac{\alpha}{2} & |m|, |m'| = S \frac{n}{2} \hbar \\ \frac{1}{G} \cos^{4(S-1)} \frac{\alpha}{2} \Psi_{(1)}^2(S) & |m|, |m'| = S \frac{n}{2} \hbar - 1 \\ \frac{1}{G^2} \cos^{4(S-2)} \frac{\alpha}{2} \Psi_{(2)}^2(S) & |m|, |m'| = S \frac{n}{2} \hbar - 2 \\ \dots \\ q_k \cos^{4(S-k)} \frac{\alpha}{2} \Psi_{(k)}^2(S) & |m|, |m'| = S \frac{n}{2} \hbar - k \end{cases}, \quad (16)$$

$$\Psi_k^2(S) = C_k^{(j)} \cos^k \alpha + C_{k-1}^{(j-1)} \cos^{k-1} \alpha + \dots + C_1^{(2)} \cos^1 \alpha + C_0^{(1)},$$

$$q_k = G^{-k}, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

В данном случае, C_k^S имеют следующий вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} C_0^{(j)} = \{1, \quad j_1 \\ C_1^{(j)} = 2 \begin{cases} 1-S, & j_1 \\ S, & j_2 \end{cases} \\ C_2^{(j)} = \begin{cases} 2S^2 - 9S + 8, & j_1 \\ -2(2S^2 - 5S + 2), & j_2 \\ S(2S - 1), & j_3 \end{cases} \\ C_3^{(j)} = 2 \begin{cases} -3^{-1}(2S^3 - 21S^2 + 64S - 57), & j_1 \\ 2S^3 - 15S^2 + 31S - 18, & j_2 \\ -2S^3 - 9S^2 + 10S - 3, & j_3 \\ 3^{-1}(2S^3 - 3S^2 + S), & j_4 \end{cases} \\ C_4^{(j)} = 3^{-1} \begin{cases} 2^{-1}(4S^4 - 76S^3 + 491S^2 - 1283S + 1152), & j_1 \\ -2(4S^4 - 60S^3 + 299S^2 - 591S + 396), & j_2 \\ 3(4S^4 - 44S^3 + 155S^2 - 211S + 96), & j_3 \\ -2(4S^4 - 28S^3 + 59S^2 - 47S + 12), & j_4 \\ 2^{-2}(2S - 3)(2S - 2)(2S - 1)S, & j_5 \\ \dots & \dots \end{cases} \end{array} \right. \quad (17)$$

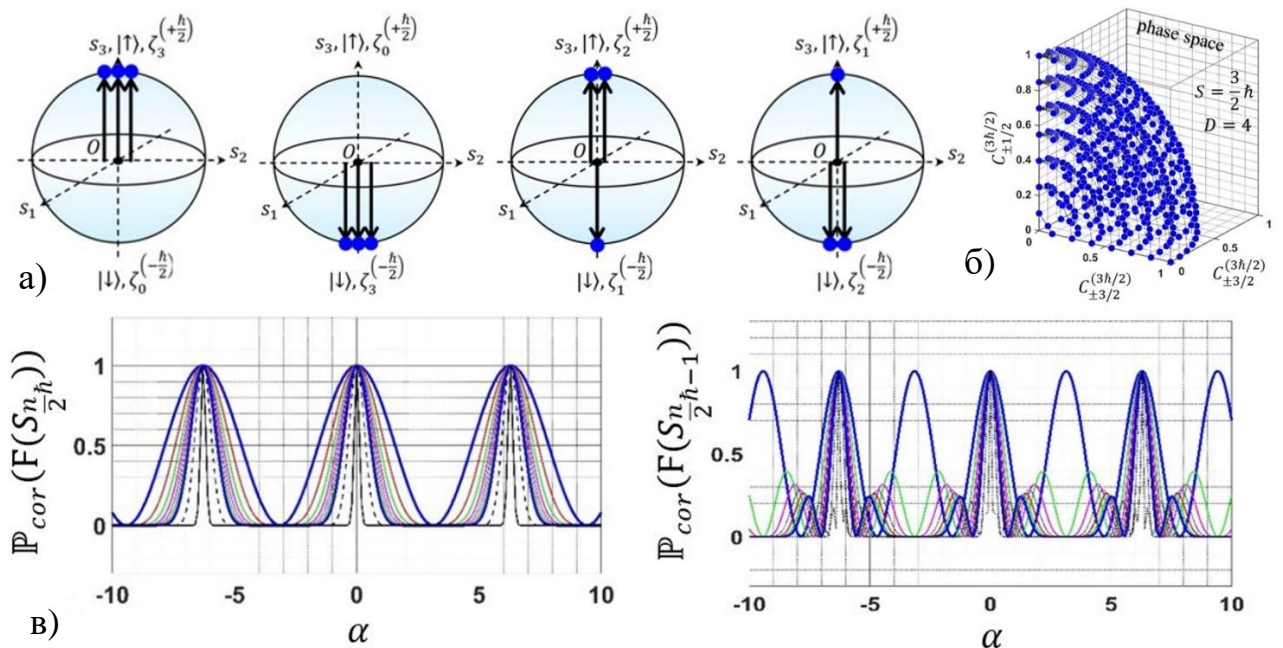


Рисунок 6 – а) представление Майораны ориентированных квантовых спиновых систем $|\psi\rangle_{(2S)}^{(OP)}$, $|\psi\rangle_{(2S)}^{(OP')}$ на сфере Блоха S^2 (5) при $S = 3\hbar/2$; б) распределение значений $C_r^{(S\hbar)}$ при $S = 3\hbar/2$ (в фазовом пространстве сферы S^3); в) распределение значений $\mathbb{P}_{cor}(F(S))$ при значениях S : $n\hbar/2$ (слева) и $n\hbar - 1$ (справа)

Шестая глава диссертационной работы состоит из двух параграфов, является заключительной и посвящена обсуждению полученных результатов, сравнению с исследованиями других авторов, а также рассмотрению некоторых вопросов их практического применения.

В первом параграфе проведено общее обсуждение результатов, полученных в рамках (2+1)-мерных НЭУ и высокоспиновых квантовых систем.

Второй параграф шестой главы посвящен подробному рассмотрению научно-практического потенциала полученных результатов и их сравнению с исследованиями других авторов. Приведен пример вычисления реальных физических параметров эволюционных моделей локализованных наноструктур, полученных в настоящей диссертационной работе. В частности, на основе известных методов, приведен процесс вычисления значения толщины ДС никелевой пленки, в результате которого получено следующее выражение:

$$\sqrt{\frac{kT_c}{a\beta S^2}} \approx 25 \text{ нм}, \quad (18)$$

которое находится в хорошем согласовании с литературными данными⁴⁴.

⁴⁴ Wei, J. Tunable Magnetic Domain Patterns in Thickness-Gradient Nickel [Text] / J.Wei, S.Yu, L.Li et al. // ACS Omega. – 2023. – Vol. 8. – P. 31178–31187. – <https://doi.org/10.1021/acsomega.3c03188>.

ВЫВОДЫ

Результаты математического моделирования эволюции нелинейных явлений и процессов квантовых спиновых систем, описываемых исследуемыми модельными теориями, нелинейными эволюционными уравнениями – синус-Гордона и $O(3)$ нелинейной сигма-модели ($S = j\hbar$, $j = 1/2$), а также некоторых свойств высокоспиновых систем ($j > 1/2$), полученных в настоящей диссертационной работе являются новыми, представляют научно–практический интерес и состоят из технической и научно-исследовательской частей, описанных ниже.

Техническая часть (численный анализ поставленных задач и компьютерное моделирование):

– разработан алгоритм для проведения численного моделирования процессов эволюции взаимодействия $(2+1)$ -мерных динамических и топологических локализованных решений нелинейных эволюционных уравнений, с использованием свойств стереографической проекции комплексного пространства $z(x, y)$ в сферу Блоха, компактификацией $S^2 - R_{comp}^2$; разработаны трехслойные явные разностные схемы второго порядка точности по времени и пространству: $O(\tau^2 + h_{x,y}^2)$, посредством которых задача решения исходных дифференциальных уравнений была сведена к вопросу нахождения решений алгебраических систем; разработаны комплексы компьютерных программ по итерационному вычислению параметров решений системы алгебраических уравнений – модельных аналогов исследуемых нелинейных эволюционных уравнений в $(2+1)$ -мерном пространстве-времени; разработаны комплексы компьютерных программ по визуализации цифровых базы данных, формируемых на основе результатов итерационных вычислений по методу конечных разностных схем значений сеточных функций по узлам сетки ($h_{x,y}^{n+1} = h_{x,y}^n + h_{x,y}^0$) и временным слоям ($t_{n+1} = t_n + \tau$); проведены тестовые вычисления и апробация разработанных комплексов программ на известных решениях $(2+1)$ -мерных нелинейных эволюционных моделей (уравнения синус-Гордона) [25–А–36–А].

Научно-исследовательская часть:

– получены численные модели осциллирующих $(2+1)$ -мерных топологических локализованных решений в стационарном, движущемся и взаимодействующем состояниях, численными экспериментами показана устойчивость полученных решений, выявлен ряд новых свойств полученных моделей [3–А, 54–А];

– получены численные модели процессов эволюции взаимодействия $(2+1)$ -мерных границ магнитных доменов, в частности, выявлены состояния

объединения в устойчивую осциллирующую структуру и дальнедействующего взаимодействия, определены условия возникновения данных явлений [2–А, 3–А, 5–А, 8–А, 17–А, 50–А, 52–А, 61–А, 66–А];

– получены численные модели процессов эволюции взаимодействия (2+1)-мерных границ магнитных доменов с топологическими вихрями, где выявлены свойства поэтапной аннигиляции вихрей вдоль плоскости доменных стенок для всех значений топологического заряда, которые обобщают аналогичные исследования группы зарубежных авторов, полученных в случае единичного топологического заряда [2–А, 3–А, 7–А, 15–А, 21–А, 48–А, 49–А, 51–А, 58–А, 64–А, 67–А, 77–А, 80–А, 83–А, 84–А];

– получены эволюционные модели взаимодействующих топологических локализованных полей в обращенном времени ($t' = -t$) и подтверждено свойство Т-инвариантности исследуемых модельных теорий и корректность разработанных алгоритмов, численных схем и комплексов программ [18–А–20–А, 80–А–82–А, 84–А–86–А, 92–А, 95–А];

– получены численные модели процессов эволюции «трехчастичного» взаимодействия (2+1)-мерных топологических локализованных структур – топологических вихрей и границ магнитных доменов в разных пространственных конфигурациях, выявлен ряд новых свойств полученных моделей [14–А, 16–А, 88–А, 89–А];

– выведен аналитический вид новых бризерных решений исследуемых (2+1)-мерных нелинейных эволюционных уравнений (синус-Гордона и О(3) нелинейной сигма-модели), численным моделированием показана их устойчивость в достаточно продолжительном времени моделирования ($t = 270.0$), которые обобщают и улучшают аналогичные исследования группы зарубежных авторов [6–А, 9–А, 13–А, 22–А, 39–А, 40–А, 42–А–44–А, 55–А, 59–А, 60–А, 62–А, 63–А, 65–А, 68–А, 70–А, 75–А, 79–А];

– получены численные модели процессов взаимодействия топологических локализованных решений (вихри, доменные стенки) с бризерными решениями (2+1)-мерных нелинейных эволюционных уравнений, изучены свойства полученных моделей [1–А–4–А, 61–А];

– исследована система полиномов представления Майораны и выведен общий вид функции распределения вероятности согласования ориентированных состояний квантовых спиновых систем $\mathbb{P}_{cor}(F(S))$ для случая $j \geq 1/2$ [23–А, 24–А, 91–А, 93–А, 94–А].

Проведенные исследования и полученные результаты дополняют теорию квантовых спиновых систем, характеризующих нелинейные явления и взаимодействия полевых возмущений в рамках нелинейных сигма-моделей и систем с высоким значением спина.

РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПРАКТИЧЕСКОМУ ИСПОЛЬЗОВАНИЮ РЕЗУЛЬТАТОВ

Результаты, полученные в настоящей диссертационной работе, можно использовать на практике, в частности, по следующим наукоёмким направлениям отраслей народного хозяйства:

– двумерные топологические локализованные решения (топологические вихри и доменные стенки), новые свойства которых выявлены и описаны в настоящей диссертационной работе – являются одними из основных и перспективных локализованных наноструктур для использования в инновационных устройствах магнитной оперативной памяти;

– двумерные топологические вихри, наблюдаются в материалах с магнитным или нематическим порядком и являются многообещающими элементарными и функциональными базами для создания устройств спинтроники. Эволюционные численные модели, полученные в диссертационной работе, предоставляют дополнительную информацию о динамике данных локализованных структур;

– выявленные новые свойства процессов «трехчастичных» взаимодействий, численные эволюционные модели которых получены в диссертационной работе могут быть использованы при разработке логических вентилях для оптических вычислений и являются актуальными для повышения качества систем оптической связи;

– разработанные методы исследования свойств Т-симметрии физических явлений имеют важные практические значения в медицинской визуализации, эхо-импульсном контроле, разработки нанофотонных устройств, переключаемых узкополосных оптических изоляторов, а также в подводной акустике и в исследовании экстремальных волн;

– найденные аналитическими и численными методами новые двумерные бризерные решения, актуальны в области оптики и нелинейных волоконных систем, которых можно использовать для генерации стабильных импульсов высокой энергии, повышающих качество связи на большие расстояния;

– разработанные методы исследования некоторых вопросов математического моделирования процессов эволюции высокоспиновых квантовых систем ($S = j\hbar, j > 1/2$), также имеют широкий спектр практических и перспективных применений, начиная от квантовой оптики, позволяющих проектировать произвольные квантовые состояния из когерентных до высокоточной генерации распределенной многокубитной запутанности для крупномасштабных квантовых коммуникационных и вычислительных сетей;

– разработанные алгоритмы, численные схемы и комплексы компьютерных программ позволяют провести моделирование и динамическую визуализацию стационарных, движущихся и взаимодействующих динамических и топологических локализованных решений нелинейных эволюционных уравнений, исследованных в диссертационной работе в рамках (2+1)-мерного пространства-времени;

– полученные результаты представляют новые свойства и конструкции, описывающие динамику магнитных процессов в микро- и наномасштабе, имеют потенциал для использования в фундаментальных исследованиях и технологиях, а также могут быть использованы в научно-исследовательских учреждениях и высших учебных заведениях, где ведутся исследования по математическому моделированию, разработки численных методов и компьютерных программ для изучения нелинейных явлений.

ПЕРЕЧЕНЬ ПУБЛИКАЦИЙ СОИСКАТЕЛЯ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Монографии

- [1–А]. Шокиров, Ф.Ш. Динамические и топологические солитоны в нелинейных сигма-моделях [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров. – Душанбе: «Дониш». – 2014. – 387 с. – ISBN: 978-99975-44-49-0.
- [2–А]. Шокиров, Ф.Ш. Динамика локализованных структур в нелинейных моделях теории поля [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров. – М.: Нобель Пресс. – 2015. – 388 с. – ISBN: 978-5-519-49053-5.
- [3–А]. Шокиров, Ф.Ш. Математическое моделирование нелинейных динамических систем квантовой теории поля [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров. – Новосибирск: Изд-во СО РАН. – 2017. – 375 с. – ISBN: 978-5-7692-1547-6.

Статьи в рецензируемых журналах

- [4–А]. Шокиров, Ф.Ш. Взаимодействие бризера с доменной стенкой в двумерной $O(3)$ нелинейной сигма-модели [Текст] / Ф.Ш.Шокиров // Компьютерные исследования и моделирование. – 2017. – Т. 9(5). – С. 773–787. – doi: 10.20537/2076-7633-2017-9-5-773-787. (**Scopus**).
- [5–А]. Шокиров, Ф.Ш. Динамика взаимодействия блоховских доменных границ в двумерной нелинейной сигма-модели [Текст] / Ф.Ш.Шокиров // Вестник ЮУрГУ. Серия «Математическое моделирование и программирование». – 2017. – Т. 10(4). – С. 132–144. – doi: <https://doi.org/10.14529/mmp170413>. (**Scopus, Web of Science**).

- [6–А]. Шокиров, Ф.Ш. Новые двумерные бризерные решения $O(3)$ векторной нелинейной сигма-модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. – 2011. – Т. 54 (10). – С. 825–830.
- [7–А]. Шокиров, Ф.Ш. Динамика взаимодействия топологических вихрей с доменной стенкой в $(2+1)$ -мерной нелинейной сигма-модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. – 2015. – Т. 58 (4). С. 302–308.
- [8–А]. Шокиров, Ф.Ш. Динамика взаимодействия доменных границ в $(2+1)$ -мерной $O(3)$ нелинейной сигма-модели [Текст] / Х.Х. Муминов, Ф.Ш. Шокиров // Известия Академии наук Республики Таджикистан. – 2015. – Т. 161 (4). – С. 57–64.
- [9–А]. Шокиров, Ф.Ш. Формирование и эволюция бризеров $(2+1)$ -мерной $O(3)$ нелинейной σ -модели [Текст] / Ф.Ш.Шокиров // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. – 2015. – Т. 58(11). – С. 990–996.
- [10–А]. Шокиров, Ф.Ш. Взаимодействие динамических и топологических солитонов в $1D$ нелинейной сигма-модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. – 2016. – Т. 59 (3–4). – С. 120–126.
- [11–А]. Шокиров, Ф.Ш. Изоспиновая динамика топологических вихрей [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. – 2016. – Т. 59 (7–8). – С. 320–326.
- [12–А]. Шокиров, Ф.Ш. Численное моделирование топологических вихрей в квазидвумерных системах [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. – 2016. – Т. 59 (11–12). – С. 483–488.
- [13–А]. Шокиров, Ф.Ш. Математическое моделирование бризеров двумерной $O(3)$ нелинейной сигма-модели [Текст] / Ф.Ш.Шокиров // Математическое моделирование и численные методы. – 2016. Т. 4 (12). – С. 3–16. – doi: 10.18698/2309-3684-2016-4-316.
- [14–А]. Шокиров, Ф.Ш. Динамика топологических трехсолитонных взаимодействий в нелинейной сигма-модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Наноструктуры. Математическая физика и моделирование. – 2017. – Т. 16 (2). – С. 53–68.
- [15–А]. Шокиров, Ф.Ш. Численное моделирование процессов формирования топологических вихрей на двумерных доменных стенках [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. – 2017. – Т. 60 (10). – С. 501–507.

- [16–А]. Шокиров, Ф.Ш. Численное моделирование трехсолитонных взаимодействий в двумерной нелинейной сигма-модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Вестник ВГУ. Серия: Физика. Математика. – 2018. – № 1. – С. 24–33.
- [17–А]. Шокиров, Ф.Ш. Динамика взаимодействия разнотипных доменных границ в (2+1)-мерной нелинейной сигма-модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Естественные и технические науки. – 2018. – Т. 2 (116). – С. 152–155.
- [18–А]. Шокиров, Ф.Ш. Численное моделирование процессов аннигиляции взаимодействующих топологических вихрей в обращенном времени [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Вестник НИЯУ «МИФИ». – 2018. – Т. 7 (3). – С. 253–263. – doi: 10.1134/S2304487X18030100.
- [19–А]. Шокиров, Ф.Ш. Численное моделирование процессов взаимодействия и распада топологических вихрей в обращенном времени [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Математика и математическое моделирование. – 2018. – № 2. – С. 1–18. – doi: 10.24108/mathm.0218.0000099.
- [20–А]. Шокиров, Ф.Ш. Динамика взаимодействия топологических солитонов в обращенном времени [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Известия СПбГЭТУ «ЛЭТИ». – 2018. – № 5. – С. 10–22.
- [21–А]. Шокиров, Ф.Ш. Динамика взаимодействия двумерных доменных стенок с топологическим вихрем [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Сибирский физический журнал. – 2018. – Т. 13(2). – С. 5–15. – <https://doi.org/10.25205/2541-9447-2018-13-2-5-15>.
- [22–А]. Шокиров, Ф.Ш. Численное моделирование взаимодействия бризерных решений (2+1)-мерной $O(3)$ нелинейной сигма-модели [Текст] / Ф.Ш.Шокиров // Математическая физика и компьютерное моделирование. – 2018. – Т. 21(4). – С. 64–79. – doi: <https://doi.org/10.15688/mpcm.jvolsu.2018.4.6>.
- [23–А]. Шокиров, Ф.Ш. Представление Майораны для квантовых спиновых систем [Текст] / Ф.Ш.Шокиров // Известия Национальной академии наук Таджикистана. – 2022. – № 1 (186). – С. 62–70.
- [24–А]. Шокиров, Ф.Ш. Математическое моделирование квантовых систем с высоким значением спина [Текст] / Ф.Ш.Шокиров // Известия Национальной академии наук Таджикистана. – 2022. – № 4 (189). – С. 66–76.

Свидетельства о государственной регистрации разработанных комплексов компьютерных программ

- [25–А]. Шокиров, Ф.Ш. Комплекс компьютерных программ для проведения численного моделирования и визуализации взаимодействия магнитных вихрей с доменной стенкой в двумерных $O(3)$ нелинейных сигма-моделях непертурбативных квантовых теорий поля [Текст] / Ф.Ш.Шокиров. – Свидетельство о государственной регистрации информационного ресурса. ГУ «НПИЦ» МЭРТ РТ. – 26.10.2015. – №4201500324.
- [26–А]. Шокиров, Ф.Ш. Пакет компьютерных программ для проведения численного моделирования и визуализации эволюции и взаимодействия 180-градусных доменных стенок неёловского типа в двумерных $O(3)$ векторных нелинейных сигма-моделях [Текст] / Ф.Ш.Шокиров. – Свидетельство о государственной регистрации информационного ресурса. ГУ «НПИЦ» МЭРТ РТ. – 26.10.2015. – №4201500325.
- [27–А]. Шокиров, Ф.Ш. Параметрическая база данных для генерации новых движущихся бризерных решений 2D $O(3)$ нелинейной сигма-модели [Текст] / Ф.Ш.Шокиров. – Свидетельство о государственной регистрации информационного ресурса. ГУ «НПИЦ» МЭРТ РТ. – 02.06.2016. – №1201600338.
- [28–А]. Шокиров, Ф.Ш. Параметрическая база данных для генерации новых стационарных бризерных решений $(2+1)$ -мерной нелинейной сигма-модели [Текст] / Ф.Ш.Шокиров. – Свидетельство о государственной регистрации информационного ресурса. ГУ «НПИЦ» МЭРТ РТ. – 02.06.2016. – №1201600339.
- [29–А]. Шокиров, Ф.Ш. Комплекс компьютерных программ для численного моделирования эволюции взаимодействия доменных стенок и бризеров $(2+1)$ -мерной нелинейной сигма-модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров. – Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. ФСИС «Роспатент» РФ. – 26.10.2016. – №2016661995.
- [30–А]. Шокиров, Ф.Ш. Программа для численного моделирования взаимодействия осциллирующих солитонов (бризеров) двумерной $O(3)$ нелинейной сигма-модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров. – Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. ФСИС «Роспатент» РФ. – 03.11.2016. – №2016662243.
- [31–А]. Шокиров, Ф.Ш. Программа для численного исследования динамики квазидвумерных топологических вихревых пар в $(3+1)$ -мерной нелинейной сигма-модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров. –

Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. ФСИС «Роспатент» РФ. – 06.02.2017. – №2017611544.

- [32–А]. Шокиров, Ф.Ш. Программа для численного исследования динамики взаимодействия квазидвумерных топологических вихрей и доменных стенок в 3D нелинейной сигма-модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров. – Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. ФСИС «Роспатент» РФ. – 15.03.2017. – №2017613314
- [33–А]. Шокиров, Ф.Ш. Программа для численного исследования динамики взаимодействия 180-градусных нееловских и блоховских доменных границ в двумерной нелинейной сигма-модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров. – Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. ФСИС «Роспатент» РФ. – 17.11.2017. – №2017662789.
- [34–А]. Шокиров, Ф.Ш. Программа для численного исследования динамики трехсолитонных взаимодействий – топологического вихря с 180-градусными доменными границами в (2+1)-мерной нелинейной сигма-модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров. – Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. ФСИС «Роспатент» РФ. – 15.11.2017. – №2017662706.
- [35–А]. Шокиров, Ф.Ш. Программа для численного расчёта эволюции взаимодействия (2+1)-мерных пространственно-временных топологических структур в обращенном времени [Текст] / Ф.Ш.Шокиров. – Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. ФСИС «Роспатент» РФ. – 22.11.2018. – №2018664820.
- [36–А]. Шокиров, Ф.Ш. Программа для численного исследования геометрических свойств спиновых когерентных состояний в проективном гильбертовом пространстве [Текст] / Ф.Ш.Шокиров. – Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. ФСИС «Роспатент» РФ. – 22.11.2018, – №2018664769.

Основные статьи и тезисы, опубликованные в других изданиях

(общий перечень приведен в тексте диссертации)

- [37–А]. Shokirov, F.Sh. Numerical simulation of new types of topological and dynamical solitons in non-linear sigma-model [Text] / Kh.Kh.Muminov, F.Sh.Shokirov // 5th Japan-Russia International Workshop MSSMBS'12: Molecular Simulation Studies in Material and Biological Sciences. Book of Abstracts. JINR. Russia. Dubna. – 2012. – P. 47–48.

- [38–А]. Шокиров, Ф.Ш. Поэтапная аннигиляция взаимодействующих топологических солитонов двумерной $O(3)$ векторной нелинейной сигма-модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Современные проблемы прикладной математики, теории управления и математического моделирования. Материалы V Международной конференции. Воронеж: ВГУ. – 2012. – С. 208–210.
- [39–А]. Shokirov, F.Sh. Dynamics of two-dimensional breathers in $O(3)$ vectorial nonlinear sigma-model [Text] / Kh.Kh. Muminov, F.Sh. Shokirov // The Book of abstracts of the International Conference Mathematical modeling and computational physics. Russia, Dubna. – 2013. – P.134.
- [40–А]. Шокиров, Ф.Ш. Распределение плотности энергии движущихся бризеров $O(3)$ векторной нелинейной сигма-модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Современные методы прикладной математики, теории управления и компьютерных технологий (ПМТУКТ-2013): сборник трудов VI Международной конференции. Воронеж: Издательство ВГУ. – 2013. – С. 163–165.
- [41–А]. Шокиров, Ф.Ш. Численный анализ структуры топологических солитонов двумерной $O(3)$ векторной нелинейной сигма-модели [Текст] / Ф.Ш.Шокиров // Современные методы теории функций и смежные проблемы: Материалы ВЗМШ. Воронеж: ВГУ. – 2013. – С. 290.
- [42–А]. Шокиров, Ф.Ш. Сброс сгустка энергии движущимся бризером $O(3)$ векторной нелинейной сигма-модели [Текст] / Ф.Ш.Шокиров // Современные методы теории краевых задач: Материалы ВВМШ «Понтрягинские чтения – XXIV». Воронеж: ВГУ. – 2013. – С. 224.
- [43–А]. Шокиров, Ф.Ш. Эволюция бризеров $O(3)$ векторной нелинейной сигма-модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Материалы Международной конференции по физике конденсированного состояния, посвященной 85-летию академика А.А.Адхамова. Душанбе: «Дониш». – 2013. – С. 209–212.
- [44–А]. Шокиров, Ф.Ш. Численный анализ бризеров 1D и 2D нелинейной сигма-модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Материалы IV международной конференции «Современные проблемы физики». Душанбе: «Дониш». – 2015. – С. 111–115.
- [45–А]. Shokirov, F.Sh. Numerical and analytical study of evolution of topological vortices in $O(3)$ nonlinear sigma-model [Text] / Kh.Kh.Muminov, F.Sh.Shokirov // Материалы IV международной конференции «Современные проблемы физики». Душанбе: «Дониш». – 2015. – С. 105–111.
- [46–А]. Шокиров, Ф.Ш. Численное моделирование дальнедействующих топологических вихрей двумерной нелинейной сигма-модели [Текст] /

- Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Современные методы теории краевых задач: Материалы Международной конференции ВВМШ «Понтрягинские чтения – XXVI». Воронеж: ВГУ. – 2015. – С. 223–224.
- [47–А]. Шокиров, Ф.Ш. Численное моделирование бризеров 1D и 2D O(3) векторной нелинейной сигма-модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // LI Всероссийская конференция по проблемам динамики, физики частиц, физики плазмы и оптоэлектроники. Тезисы докладов. М.: Изд-во РУДН. – 2015. – С. 94–98.
- [48–А]. Шокиров, Ф.Ш. Численное моделирование столкновения топологических вихрей с доменной стенкой в двумерной нелинейной сигма-модели [Текст] / Ф.Ш.Шокиров // Материалы Международной научной конференции «Математический анализ, дифференциальные уравнения и теория чисел», посвященной 75-летию д.ф.-м.н., профессора Сабирова Темура Сафаровича. Душанбе. – 2015. – С. 157–158.
- [49–А]. Шокиров, Ф.Ш. Взаимодействие топологических вихрей с доменной стенкой в 2D нелинейной сигма-модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Материалы республиканской научной конференции «Современные проблемы физики конденсированных сред», посвященной 70-летию со дня рождения и 50-летию трудовой деятельности заслуженного деятеля Республики Таджикистан, д.ф.-м.н., профессора Туйчиева Ш.Т. Душанбе. – 2015. – 175с. – С. 16–19.
- [50–А]. Шокиров, Ф.Ш. Численное моделирование взаимодействия доменных границ в 2D O(3) нелинейной сигма-модели [Текст] / Ф.Ш.Шокиров // Современные методы прикладной математики, теории управления и компьютерных технологий: сб. тр. VIII межд. конф. «ПМТУКТ-2015». Воронеж: «Научная книга». – 2015. – 478 с. – С. 401–404.
- [51–А]. Шокиров, Ф.Ш. Численное моделирование взаимодействия топологических вихрей с доменной стенкой в 2D O(3) нелинейной сигма-модели [Текст] / Ф.Ш.Шокиров // Материалы Международной научной конференции «Теория приближений функций и родственные задачи анализа», посвященной памяти д.ф.-м.н., профессора П.П. Коровкина. Калуга: КГУ им. К.Э. Циолковского. – 2015. – С. 90–91.
- [52–А]. Шокиров, Ф.Ш. Численное моделирование взаимодействия дальнедействующих неёловских 180-градусных доменных границ [Текст] / Ф.Ш.Шокиров // Материалы Международной конференции «ВЗМШ С.Г. Крейна – 2016». Воронеж: «Научная книга». – 2016. – С. 444–446.
- [53–А]. Shokirov, F.Sh. Dynamics of interaction of radially symmetric topological solitons in two-dimensional nonlinear sigma model [Text] / F.Sh.Shokirov //

- E-Print of Cornell University: arXiv:1602.03631v2 [nlin]. – 2016 – 9 p. – <https://doi.org/10.48550/arXiv.1602.03631>.
- [54–A]. Shokirov, F.Sh. Numerical simulation of oscillating topological solitons in 2D $O(3)$ nonlinear sigma model [Text] / F.Sh.Shokirov // E-Print of Cornell University: arXiv:1602.05309v1 [nlin]. – 2016 – 16 p. – <https://doi.org/10.48550/arXiv.1602.05309>.
- [55–A]. Shokirov, F.Sh. Stationary and moving breathers in (2+1)-dimensional $O(3)$ nonlinear σ -model [Text] / F.Sh.Shokirov // E-Print of Cornell University: <http://www.mathpubs.com/detail/1605.01000v1> [nlin.PS]. – 2016 – 11 p. – doi: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1605.01000>.
- [56–A]. Шокиров, Ф.Ш. Изоспиновая динамика взаимодействующих топологических вихрей (2+1)-мерной $O(3)$ нелинейной σ -модели [Текст] / Ф.Ш.Шокиров // Современные методы теории краевых задач: Материалы Международной конференции ВВМШ «Понтрягинские чтения - XXVII». Воронеж: ВГУ. – 2016. – С. 299–301.
- [57–A]. Шокиров, Ф.Ш. Динамика дальнедействующих неёловских 180-градусных доменных границ в магнитных наноструктурах [Текст] / Ф.Ш.Шокиров // Республиканская научно-практическая конференция «Проблемы материаловедения в Республике Таджикистан», посвященная «Дню химика» и 80-летию д.т.н., профессора, академика Международной инженерной академии Вахобова А.В. Душанбе. – 2016. – С. 166–170.
- [58–A]. Шокиров, Ф.Ш. Взаимодействие топологических солитонов с доменной стенкой в двумерной $O(3)$ нелинейной σ -модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Международная научная конференция, посвященная 25-летию Государственной независимости Республики Таджикистан. Филиал МГУ им. М.В.Ломоносова в г.Душанбе. – 2016. – С. 131–134.
- [59–A]. Шокиров, Ф.Ш. Стационарные и движущиеся бризеры двумерной $O(3)$ нелинейной σ -модели [Текст] / Ф.Ш.Шокиров // Международная научная конференция, посвященная 25-летию Государственной независимости Республики Таджикистан. Филиал МГУ им. М.В.Ломоносова в г.Душанбе. – 2016. – С. 145–149.
- [60–A]. Shokirov, F.Sh. Numerical simulation of breathers interactions in two-dimensional $O(3)$ nonlinear sigma model [Text] / F.Sh.Shokirov // E-Print of Cornell University: 1608.02178v2 [nlin.PS]. – 2016. – 14 p. – doi: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1608.02178>.
- [61–A]. Shokirov, F.Sh. Numerical simulation of the interactions of domain walls with breathers in two-dimensional $O(3)$ nonlinear sigma model [Text] / F.Sh.Shokirov // E-Print of Cornell University: 1608.03168v1 [nlin.PS]. – 2016. – 20 p. – doi: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1608.03168>.

- [62–А]. Шокиров, Ф.Ш. Нелинейная динамика бризеров двумерной $O(3)$ нелинейной сигма-модели [Текст] / Ф.Ш.Шокиров // Современные методы прикладной математики, теории управления и компьютерных технологий: сб. тр. IX межд. конф. «ПМТУКТ-2016». Воронеж: «Научная книга». – 2016. – 468 с., С. 409–412. – ISBN: 978-5-98222-906-9.
- [63–А]. Шокиров, Ф.Ш. Формирование и эволюция стационарных бризеров $(2+1)$ -мерной $O(3)$ нелинейной σ -модели [Текст] / Ф.Ш.Шокиров // ЛП Всероссийская конференция по проблемам динамики, физики частиц, физики плазмы и оптоэлектроники. М.: Изд-во РУДН. – 2016. – С. 10–14.
- [64–А]. Шокиров, Ф.Ш. Численное моделирование взаимодействия топологических вихрей с доменной стенкой в $(2+1)$ -мерной нелинейной σ -модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // ЛП Всероссийская конференция по проблемам динамики, физики частиц, физики плазмы и оптоэлектроники. М.: Изд-во РУДН. – 2016. – С. 61–64.
- [65–А]. Шокиров, Ф.Ш. Математическое моделирование стационарных бризеров двумерной $O(3)$ нелинейной сигма-модели [Текст] / Ф.Ш.Шокиров // Математическое и компьютерное моделирование, информационные технологии управления: сб. тр. Межд. конф. «МКМИТУ-2016». Воронеж: «Научная книга». – 2016. – С. 242–244.
- [66–А]. Шокиров, Ф.Ш. Динамика взаимодействия неёловских 180° -градусных доменных границ в двумерной $O(3)$ нелинейной σ -модели / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // International Workshop KSCMBS'16: Khujand Symposium on Computational Materials and Biological Sciences. Book of Abstracts. Tajikistan, Khujand State University. – 2016. – P. 68–69.
- [67–А]. Шокиров, Ф.Ш. Взаимодействия топологических вихрей с доменной стенкой в $2D$ $O(3)$ нелинейной σ -модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // International Workshop KSCMBS'16: Khujand Symposium on Computational Materials and Biological Sciences. Book of Abstracts. Tajikistan, Khujand State University. – 2016. – P. 70–71.
- [68–А]. Шокиров, Ф.Ш. Динамика бризерных решений двумерной нелинейной сигма-модели [Текст] / Ф.Ш.Шокиров // Материалы Международной конференции Воронежская зимняя математическая школа. ВГУ, МГУ им. М. В. Ломоносова; МИ им. В. А. Стеклова РАН. Воронеж: ВГУ. – 2017. – С. 222–223. – ISBN: 978-5-9273-2415-6.
- [69–А]. Шокиров, Ф.Ш. Эволюция квазидвумерных топологических вихрей в $(3+1)$ -мерной нелинейной сигма-модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Вестник Филиала МГУ имени М.В. Ломоносова в г. Душанбе, серия естественных наук. – 2017. № 1 (1). – С. 80–86.

- [70–А]. Шокиров, Ф.Ш. Стационарные и движущиеся бризеры двумерной $O(3)$ нелинейной сигма-модели [Текст] / Ф.Ш.Шокиров // Межд. конф. «Перспективы развития физической науки», посвященная памяти (80-летию) заслуженного деятеля науки и техники РТ, чл.-корр. АН РТ, д.ф.-м.н., профессора Хакимова Ф.Х. Душанбе: «Эр-граф». – 2017. – С. 59–60.
- [71–А]. Шокиров, Ф.Ш. Численное моделирование квазидвумерных топологических вихрей $(3+1)$ -мерной нелинейной сигма-модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Межд. конф. «Перспективы развития физической науки», посвященная памяти (80-летию) заслуженного деятеля науки и техники РТ, чл.-корр. АН РТ, д.ф.-м.н., профессора Хакимова Ф.Х. Душанбе: «Эр-граф». – 2017. – С. 17–18.
- [72–А]. Шокиров, Ф.Ш. Динамика квазидвумерных топологических вихрей в $(3+1)$ -мерной нелинейной сигма-модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Современные методы теории краевых задач: Материалы Международной конференции ВВМШ «Понтрягинские чтения - XXVIII». Воронеж: ВГУ. – 2017. – С. 118–120.
- [73–А]. Шокиров, Ф.Ш. Численное моделирование квазидвумерных топологических вихрей в трехмерной нелинейной сигма-модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Девятая международная научно-техническая конференция, посвященная 175-летию со дня рождения Х.С. Леденцова. ИНФОС–2017. Вологда: ВГУ. – 2017. – С. 93–98.
- [74–А]. Шокиров, Ф.Ш. Взаимодействие квазидвумерных топологических вихрей в $(3+1)$ -мерной нелинейной сигма-модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Материалы LIII Всероссийской конференции по проблемам динамики, физики частиц, физики плазмы и оптоэлектроники. М.: Изд-во РУДН. – 2017. – С. 11–14.
- [75–А]. Шокиров, Ф.Ш. Асимптотическое и численное исследование двумерных бризеров [Текст] / Ф.Ш.Шокиров // XIV Нумановские чтения. Вклад молодых ученых в развитие химической науки. Душанбе. – 2017. – С. 108–112.
- [76–А]. Шокиров, Ф.Ш. Численное моделирование топологических солитонов в квазидвумерной нелинейной сигма-модели [Текст] / Ф.Ш.Шокиров // Материалы Международного молодежного симпозиума «Современные проблемы математики. Методы, модели, приложения». Воронеж. – 2017. – № 7, ч.1 (33-1). – С. 235–239.
- [77–А]. Шокиров, Ф.Ш. Динамика взаимодействия топологических вихрей с доменной стенкой в двумерной $O(3)$ нелинейной σ -модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Материалы V Международной конференции «Современные проблемы физики», посвященной 25-летию

- Государственной независимости Республики Таджикистан. Душанбе, ФТИ, «Эр-граф». – 2016. – С. 14–17.
- [78–А]. Шокиров, Ф.Ш. Численное моделирование неёловских 180-градусных доменных границ в 2D нелинейной σ -модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Материалы V Международной конференции «Современные проблемы физики», посвященной 25-летию Государственной независимости Республики Таджикистан. Душанбе, ФТИ, «Эр-граф». – 2017. – С. 52–54.
- [79–А]. Шокиров, Ф.Ш. Новые бризерные решения (2+1)-мерной нелинейной σ -модели [Текст] / Ф.Ш.Шокиров // Материалы V Международной конференции «Современные проблемы физики», посвященной 25-летию Государственной независимости Республики Таджикистан. Душанбе, ФТИ, «Эр-граф». – 2017. – С. 69–71.
- [80–А]. Шокиров, Ф.Ш. Численное моделирование взаимодействия топологических вихрей с доменными границами в обращенном времени [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Международная конференция «Современные проблемы математики и её приложения», посвящённая 70-летию со дня рождения академика АН РТ, д.ф.-м.н., профессора Илолова М.И. Душанбе. – 2018. – С. 170–171.
- [81–А]. Шокиров, Ф.Ш. Численное исследование процессов аннигиляции топологических вихрей в обращенном времени [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Международная конференция «Актуальные проблемы современной физики», посвящённая 80-летию памяти Заслуженного деятеля науки и техники Таджикистан, д.ф.-м.н., профессора Нарзиева Б.Н. Душанбе. – 2018. – С. 114–116.
- [82–А]. Шокиров, Ф.Ш. Динамика взаимодействия (2+1)-мерных топологических вихрей в обращенном времени [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Материалы VI Международной конференции «Современные проблемы физики», посвящённой 110-летию академика АН РТ С.У.Умарова и 90-летию академика АН РТ А.А.Адхамова. – 2018. – С. 49–52.
- [83–А]. Шокиров, Ф.Ш. Численное моделирование процессов формирования двумерных топологических вихрей в доменных границах [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Материалы VI Международной конференции «Современные проблемы физики», посвящённой 110-летию академика АН РТ С.У.Умарова и 90-летию академика АН РТ А.А.Адхамова. – 2018. – С. 76–78.
- [84–А]. Шокиров, Ф.Ш. Динамика взаимодействия топологических вихрей с неёловскими доменными границами в обращенном времени [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Материалы XI -международной научно–

- теоретической конференции «Компьютерный анализ проблем науки и технологии». Душанбе: ТНУ. – 2018. – С. 390–395.
- [85–А]. Шокиров, Ф.Ш. Численное моделирование взаимодействия двумерных топологических вихрей в обращенном времени [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // LIV всероссийская конференция по проблемам динамики, физики частиц, физики плазмы и оптоэлектроники. М.: Изд-во РУДН. – 2018. – 311с. – С. 71–74. – ISBN 978-5-209-09132-5.
- [86–А]. Шокиров, Ф.Ш. Взаимодействие двумерных топологических солитонов в обращенном времени [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Материалы Республиканской научно-практической конференции «Математическое и компьютерное моделирование физических процессов». Душанбе: Изд-во ТНУ. – 2019. – 192 с. – С. 82–85.
- [87–А]. Шокир, Ф. Динамика локализованных структур в нелинейных моделях теории поля [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Шокир // Материалы VII Международной конференции «Современные проблемы физики». Душанбе, ФТИ: «Дониш». – 2020. – С. 10–14.
- [88–А]. Шокир, Ф. – Численное моделирование динамики эволюции многосолитонных взаимодействий (2+1)-мерных локализованных топологических структур [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Шокир, Ш.Ю.Аминджанов // Материалы VII Международной конференции «Современные проблемы физики». Душанбе, ФТИ: «Дониш». – 2020. – С. 131–135.
- [89–А]. Шокиров, Ф.Ш. Численное моделирование трехсолитонных взаимодействий [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров, Ш.Ю.Аминджанов // LVI Всероссийская конференция по проблемам динамики, физики частиц, физики плазмы и оптоэлектроники. М.: Изд-во РУДН. – 2020. – С. 54–57.
- [90–А]. Шокир, Ф. Усули фарқии ҳалли масъалаҳои физикаи математикӣ [Текст] / Ф.Шокир, Э.Э.Оқилов // Маводҳои Симпозиуми физикони Тоҷикистон, бахшида ба 85-солагии академик Р.Марупов. Душанбе: нашриёти «Дониш». – 2022. – 201 с. – 163–166.
- [91–А]. Шокир, Ф. Применение метода Майораны для описания квантовых спиновых систем [Текст] / Ф.Шокир // Сборник материалов Республиканской научно-практической конференции «Современные проблемы естествознания в науке и образовательном процессе», посвященная двадцатилетию изучения и развития естественных, точных и математических наук. Душанбе: РТСУ. – 2022. – С. 106–107.
- [92–А]. Shokir, F. Dynamics of interaction of topological localized structures in reversed time [Text] / F.Shokir // E-Print of Cornell University. [nlin.PS]. – 2022. – 21 p. – doi: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2211.14526>.

- [93–A]. Shokir, F. Majorana Representation in Mathematical Modeling of Quantum States [Text] / F.Shokir // E-Print of Cornell University: [Quantum Physics]. – 2022. – 10 p. – doi: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2211.15113>.
- [94–A]. Шокир, Ф. Математическое моделирование квантовых систем с высоким значением спина: корреляционные функции ориентированных состояний [Текст] / Ф.Шокир // Республиканская научно-практическая конференция «Развитие и достижения физической науки в годы независимости», посвященная 32-летию Государственной независимости Республики Таджикистан. Душанбе: «Дониш». – 2023. – 241 с. – С. 23–29.
- [95–A]. Shokir, F. Mathematical modeling of the interaction of (2+1)-dimensional topological localized structures in reversed time [Text] / F.Shokir // Международная научная конференция «Современные проблемы физики конденсированного состояния», посвящённая 75 годовщине основания ТНУ, объявлению 2025 года Годом защиты ледников и 80-летию со дня рождения Заслуженного работника Таджикистана, чл.-корр. НАНТ, д.ф.-м.н., профессора Туйчиева Ш.Т. Душанбе: Изд-во ТНУ. – 2023. – С. 38–43.

**ИНСТИТУТИ ФИЗИКАЮ ТЕХНИКАИ БА НОМИ С.У. УМАРОВИ
АКАДЕМИЯИ МИЛЛИИ ИЛМҲОИ ТОҶИКИСТОН**

Бо ҳуқуқи дастнавис

ВБД 537.611+530.145+004.942+51-73

Шокир Фарҳод

**АМСИЛАСОЗИИ МАТЕМАТИКИИ ҲАЛҲОИ
ЛОКАЛИШУДАИ ДИНАМИКӢ ВА ТОПОЛОГИИ
МУОДИЛАҲОИ ҒАЙРИҲАТТИИ ТАҲАВВУЛӢ**

Автореферати

диссертатсия барои дарёфти дараҷаи илмии
доктори илмҳои физикаю математика аз рӯи ихтисоси
05.13.18 – «Амсиласозии математикӣ, методҳои ададӣ
ва муҷтамаъи барномаҳо»

Душанбе – 2024

Диссертатсия дар Институти физикаю техникаи ба номи С.У. Умарови
Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон таҳия гардидааст

Мушовири илмӣ:	Муминов Ҳикмат Ҳалимович - доктори илмҳои физикаю математика, академики Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон
Муқарризони расмӣ:	Аскерзаде Иман Новруз оглы - доктори илмҳои физикаю математика, профессор, мудирӣ кафедраи муҳандисии компютери Донишгоҳи Анкараи Ҷумҳурии Туркия Исҳоқов Сулаймон Абунасович - доктори илмҳои физикаю математика, профессор, узви вобастаи АМИТ, мудирӣ шӯбаи назарияи функсияҳо ва таҳлили функционалии Институти математикаи ба номи А. Ҷӯраеви АМИТ Матрасулов Давронбек Урунович - доктори илмҳои физикаю математика, мудирӣ лабораторияи таҳқиқоти пешсафи Донишгоҳи политехникии Турин дар ш. Тошканди Ҷумҳурии Ўзбекистон
Муассисаи пешбар:	МБТ ТО «Донишгоҳи (Славянии) Россия ва Тоҷикистон»

Ҳимояи диссертатсия санаи 18 октябри соли 2024, соати 14:00 дар маҷлиси шурои диссертатсионии 6D.КOA-011-и назди Донишгоҳи миллии Тоҷикистон баргузор мегардад. Нишонӣ: 734027, ш. Душанбе, маҳаллаи Буни Ҳисорак, факултети механикаю математика, бинои 17, синфхонаи 216.

Бо диссертатсия дар китобхонаи марказии илмии Донишгоҳи миллии Тоҷикистон, инчунин дар сомонаи www.tnu.tj шинос шудан мумкин аст.

Автореферат санаи « ___ » _____ соли 2024 тавзеъ шудааст.

Котиби илмии шурои диссертатсионӣ,
доктори илмҳои физикаю математика



И.Ҷ. Нуров

МУҚАДДИМА

Мубрамии мавзуи таҳқиқот. Рушди концептуалӣ дар физикаи назариявии бунёдӣ бо ҷустуҷӯи сохторҳои мувофиқи математикӣ алоқаманд аст, ки амсиласозии қонуниятҳо ва робитаҳои дохилии падидаҳои физикии таҳқиқшавандаро амалӣ менамоянд. Махсусан назарияи гурӯҳҳо ва назарияи намояндагӣ, ки асоси механизми сохторбандии зарраҳои бунёдиро ташкил медиҳанд, барои ҳар як муҳаққиқи физикаи назариявӣ воситаи ивазнашаванда гардидаанд. Ҳамчунин алоқаҳои шабеҳро оғоз аз геометрияи симплектикӣ бо механикаи классикии Ҳамилтонӣ, геометрияи дифференсиалӣ бо сохтори гравитатсия, кохомологияҳои дифференсиалӣ бо назарияҳои локалӣ то гурӯҳҳои квантӣ ёдрас намудан мумкин аст, ки аслан тавсеаи идеяи симметрия мебошанд. Дар аксарияти системаҳои динамикӣ таҳқиқи хосиятҳои падидаҳои ғайрихаттӣ метавонад тасаввуроти интуитивии таҳаввули интизоришавандаи онҳоро комилан тағйир диҳад ва барои татбиқҳои амалӣ самтҳои навро кушояд.

Дар муддати таърихи зиёда аз якуним асраи таҳлили илмии қонуниятҳои ғайрихаттӣ табиат, ки падидаҳои локалишудаи устувори материя (энергия)-ро дар бар мегирад барои таҳқиқи хосиятҳо ва ба даст овардани тавсифи аналитикӣ ва адабии онҳо маҷмӯи методҳои самаранок кор карда баромада шудааст. Ташаккули ин соҳаро шартан ба 3 марҳила тақсим намудан мумкин аст, ки – таҳқиқоти инфиродии ибтидоиро аз нимаи дуюми асри XIX, таҳқиқоти классикии солҳои 40–90-уми асри XX ва таҳқиқоти даҳсолаҳои охириро дар бар мегирад. Вобаста ба ин, марҳилаи охирин, ки то имрӯз давом дорад бевосита бо рушди интенсивии иқтисодии протсессорҳои ҳисоббарор барои татбиқи техникаи методҳои адабии амсиласозии математикӣ ва афзоиши потенциали технологӣ барои татбиқи амалии самаранок алоқаманд аст.

Дар ин теъдод асарҳои асосии классикиро зикр намудан мумкин аст: муодилаи Буссинеск^{1,2}, ки шакли сатҳи озоди моеъро ҳангоми дар ҳоки ковок ҷорӣ шудани он тавсиф менамояд; муодилаи Кортевег – де Фриз³, ки модели математикии мавҷҳоро дар обҳои рӯйсатҳӣ ифода менамояд; муодилаи синус-Гордон⁴ (СГ), ки паҳншавии мавҷи шаффофияти худиндуксияшуда, динамикаи дислокатсияҳо дар кристаллҳо, майдони магнитӣ дар пайванди Ҷозефсон ва ҳамчунин зарраҳои бунёдиро шарҳ медиҳад; навъи ғайрихаттӣ муодилаи

¹ Boussinesq, J. Theorie de l'intumescence liquide, applelee onde solitaire ou de translation, se propageant dans un canal rectangulaire [Text] / J. Boussinesq // Comptes Rendus de l'Académie des Sciences. – 1871. – Vol. 72. – P. 755–759.

² Boussinesq, J. Theorie des ondes et des remous qui se propagent le long dun canal rectangulaire horizontal, en communiquant au liquide contenu dans ce canal des vitesses sensiblement pareilles de la surface au fond [Text] / J. Boussinesq // J. Math. Pures Appl. – 1872. – Vol. 17 (2). – P. 55–108.

³ Korteweg, D.J. On the change of form of long waves advancing in a rectangular canal, and on a new type of long stationary waves [Text] / D.J. Korteweg, G. de Vries // Phil. mag. – 1895. Vol. 39. – P. 422–443.

⁴ Ablowitz, M.J. Method for solving the Sine-Gordon equation [Text] / M.J. Ablowitz, D.J. Kaup, A.C. Newell, H.Segur // Phys. Lett. – 1973. – Vol. 30. – P. 1262–1264.

Шредингер^{5,6} – муодилаи классикии майдон, ки татбиқҳои асосии он ба паҳншавии рӯшноӣ дар нахҳои оптикӣ ғайрихаттӣ ва мавҷбарҳои ҳамвор, ба конденсатҳои Бозе-Эйнштейн, таҳқиқи мавҷҳои гравитатсионӣ амплитудаи хурд, мавҷҳои Ленгмюр дар плазмаи гарм иртибот дошта, ҳамчунин яке аз муодилаҳои универсалӣ мебошад, ки таҳаввули тағйирёбии пастсуръати бастаҳои мавҷҳои квазимонохроматикӣ дар муҳитҳои сустғайрихаттӣ дисперсионӣ шарҳ медиҳад; муодилаи Ландау–Лифшиц⁷ – муодилаи квазихаттӣ, ки таҳаввули вектори магнитнокшавиро дар маводи ферромагнитӣ ва ҳамчунин ҳаракати претсессии магнитнокшавиро дар ҷисми саҳт тавсиф менамояд; муодилаи Бюргерс⁸ – муодилаи бунёдӣ дар ҳосилаҳои хусусӣ ва муодилаи конвексия-диффузия, ки дар соҳаҳои гуногуни математикаи амалӣ, аз қабилҳои механикаи моеъ, акустикаи ғайрихаттӣ ва динамикаи газӣ дучор мешавад.

Аз нимаи дуоми асри ХХ, дар асоси озмоиши маъмули Ферми-Паста-Улама-Тсингоу⁹ (ФПУТ), ки аввалин таҷрибаи амсиласозии ададӣ бо истифода аз протсессори ҳисоббарор (соли 1953) барои омӯзиши тақсимои энергияи системаи динамикии якченака ҳисобида мешавад ва муайян шудани натиҷаҳои ғайриҷашмдошти динамикаи тақрибан даврии системаи ошӯбёфта – рушди интенсивии таққоти ҳалҳои локалишудаи муодилаҳои таҳаввулии ғайрихаттӣ (МТҒ) тавассути методҳои таҳлилӣ ва ҳам ададӣ мушоҳида мешавад. Рушди методҳои таҳқиқот имкон дод, ки ҳалҳои локалишудаи (ҲЛ) метаустувор – солитонҳои МТҒ дар як қатор муодилаҳои аллақай маълум, аз ҷумла СГ, Кортевег – де Фриз, муодилаи ғайрихаттӣ Шредингер, муодилаи Ландау-Лифшиц ва ғ. нисбатан муфассал омӯхта шаванд. Аз ҳамон вақт инҷониб таҳқиқоти интенсивии ҲЛ метаустувор ҳамчун синфи ҳалҳои МТҒ, ки дисперсияҳои сустғайрихаттӣ системаҳои гуногуни физикиро тавсиф мекунанд гузаронида шуда, дар самтҳои назариявӣ ва ҳам таҷрибавӣ натиҷаҳои назаррас ба даст оварда шудаанд. Методҳои гуногуни ҳалли МТҒ таҳия гардиданд, аз ҷумла – методи масъалаи баръакси парокандашавӣ¹⁰, ки дар ғояи барқарорсозии таҳаввули вақтии потенциал аз рӯйи таҳаввули вақтии додаҳои парокандагии он

⁵ Zakharov, V.E. On the complete integrability of a nonlinear Schrödinger equation [Text] / V.E. Zakharov, S.V. Manakov // Journal of Theoretical and Mathematical Physics. – 1974. – Vol. 19 (3). – P. 551–559.

⁶ Kato, T. On Nonlinear Schrodinger Equations [Text] / T. Kato // Ann. Inst. H. Poincare Phys. Theo. – 1987. – Vol. 46. – P. 113–129.

⁷ Ландау, Л.Д. К теории дисперсии магнитной проницаемости ферромагнитных тел [Текст] / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц // Собрание трудов в 2 т. Под ред. Е. М. Лифшица. М.: Наука. – 1969. – Т1. – С. 128–143.

⁸ Benton, E.R. A table of solutions of one-dimensional Burgers equation [Text] / E.R. Benton, G.W. Platzman // Qu. App. M. – 1972. – Vol. 30, – P. 195–212.

⁹ Fermi, E. Studies of Nonlinear Problems [Text] / E.Fermi, J.Pasta, S.Ulam // Document LA. – 1955. P. 491–502.

¹⁰ Захаров, В.Е. Теория солитонов: метод обратной задачи [Текст] / В.Е.Захаров, С.В.Манаков, С.П.Новиков, Л.П.Питаевский // М.: Наука. – 1980. – 319 с.

асос ёфтааст; методи Хирота¹¹ – барои дарёфти ҳалҳои N-солитонии МТҒ; табдилдиҳии Бэклунд¹² – табдилдиҳандаи МТҒ бо ҳосилаҳои хусусӣ ба дигар муодила бо ҳосилаҳои хусусӣ, ки ҳал карда шуда, ҳалли он бояд бо муодилаи аввал ҳамчоя бошад; чуфтҳои Лакс¹³ – чуфти операторҳои аз вақт вобаста, ки муодилаи мувофиқ – тавсифи Лаксро қонеъ мекунад ва ғ.

Ҳамин тавр, аз миёнаи асри ХХ, дар тӯли якчанд даҳсолаҳо маҷмӯи назарияҳо ва методологияҳои мӯътамад барои ошкор намудани ҳалҳои дақиқи МТҒ таҳия карда шуданд. Муайян карда шуд, ки ҳалҳои солитонӣ синфи хусусӣ ва устувори ҲЛ МТҒ буда, сохторҳои локалишуда (СЛ)-ро шарҳ медиханд, ки аҳамияти муҳими илмӣ ва амалӣ доранд. Аз он ҷумла, муодилаҳои, ки ҳалҳои солитониро дар бар гирифта метавонанд, сохтор ва хосиятҳои амиқи математикӣ дошта, яке аз хосиятҳои асосии муодилаҳои мазкур ин аст, ки онҳо миқдори беохирӣ қонунҳои бақо ва симметрияҳои ба онҳо алоқамандро доро мебошанд, ки бо интегронишаванда будани онҳо алоқамандии зич доранд.

Инчунин шоҳаи дигари таҳқиқотро қайд кардан зарур аст, ки аз рӯйи натиҷаҳои таҷрибаи ФПУТ⁹ ба вуҷуд омада, гарчанде ба таври параллел, вале бештар дар соҳаи физикаи квантӣ, физикаи энергияҳои баланд ва зарраҳои элементарӣ рушд кардааст. Натиҷаҳои асосӣ дар ин самт, ҳамчунин аз ҷониби – Т.Х.Р.Скирм¹⁴ ба даст оварда шудааст, ки модели бариониро бо истифода аз хосиятҳои топологии СЛ кор карда баромадааст; М.Гелл-Манн ва М.М.Лэви¹⁵, ки алоқаи гурӯҳҳои симметрия ва назарияҳои квантии майдонро муқаррар кардаанд; Р.Раҷараман ва Э.Вейнберг¹⁶, ки методи квантиқунонии солитонҳои дорои симметрияи дохилро кор карда баромаданд; А.А.Белавин¹⁷ ва А.М.Поляков, ки ҳолатҳои метаустувори ғайриҷинсаи ферромагнетикӣ Гейзенбергро дарёфт намуданд; В.Г.Маханков¹⁸, Ю.П.Рибак¹⁹, В.И.Санюк²⁰, ки методи тавсифи СЛ устувори дорои характеристикаҳои динамикии охиноқро

¹¹ Hirota, R. Exact solution of the Korteweg-de Vries equation for multiple collisions of solitons [Text] / R. Hirota // Phys. Rev. Lett. – 1971. – Vol. 27. – P. 1192–1201.

¹² Hermann, R. Geometry of Non-Linear Differential Equations, Backlund Transformations, and Solitons [Text] / R.Hermann // Interdisciplinary Mathematics Series – 1977. – No 12. – 336 p. – ISBN: 978-0915692163.

¹³ Lax, P.D. Integrals of nonlinear equations of evolution and solitary waves [Text]. / P.D. Lax // Comm. Pure Appl. Math. – 1968. Vol. 21. P. 467–490.

¹⁴ Skyrme, T. H. R. Nonlinear Field Theory [Text] / T.H.R. Skyrme // Proc. Roy. Soc. London, ser. A. – 1961. – Vol. 260. – P. 127–138.

¹⁵ Gell-Mann, M. The axial vector current in beta decay [Text] / M. Gell-Mann, M. Levy // Nuovo Cimento. – 1960. – Vol. 16. P. 705–726.

¹⁶ Rajaraman, R. Internal symmetry and the semiclassical method in quantum field theory [Text] / R. Rajaraman, E.J. Weinberg // Phys. Rev. D. – 1975. – Vol. 11. – P. 2950–2966.

¹⁷ Белавин, А.А. Метастабильные состояния двумерного изотропного ферромагнетика [Текст] / А.А.Белавин, А.М.Поляков // ЖЭТФ. – 1975, –Т. 22(10). – С. 503–506.

¹⁸ Маханьков, В.Г. Модель Скирма и сильные взаимодействия [Текст] / В.Г. Маханьков, Ю.П. Рыбаков, В.И. Санюк // УФН. – 1992. – Т.162(2). – С. 1–61.

¹⁹ Rybakov, Yu.P., Chakrabarti S. Conditional stability of multiple-charged solitons [Text] / Yu.P. Rybakov, S. Chakrabarti // Intern. J. Theor. Phys. – 1984. – Vol. 23. – P. 325–333.

²⁰ Санюк, В.И. Проблемы физики высоких энергий и теории поля [Текст] / В.И. Санюк // Труды XI семинара. Противино. М.: Наука. – 1989. — С. 240–251.

бо истифода аз ҳалҳои махсуси заррамонанд кор карда баромаданд; А.С.Ковалев²¹, А.М.Косевич, Б.А.Иванов, ки дурнамои ҲЛ динамикӣ – солитонҳои муҳитҳои ғайрихаттиро ҳамчун ҳолатҳои алоқаманди теъдоди зиёди ангишиҳои элементарӣ кор карда баромаданд, ҳамчунин аз ҷониби физикони ватанӣ, аз ҷумла Ҳ.О.Абдуллоев²² бо ҳаммуаллифон, ки дар қорҳои онҳо таҳқиқи падидаҳои ғайрихаттии системаҳои магнитӣ ба таври назаррас рушд ёфтааст.

Ҷӣ тавре, ки дар боло қайд шуд, даҳсолаҳои охир афзоиши интенсификации таҳқиқоти ҳалҳои локалишуда (солитонӣ)-и МТҒ бо истифода аз протсессорҳои муосири ҳисоббарор мушоҳида мешавад, ки барои омӯзиши хосиятҳои падидаҳои ғайрихаттӣ имкониятҳои наву назаррас пешниҳод менамоянд. Дар ин давра методҳои амсиласозии адабии таҳаввули ҲЛ динамикӣ ва топологии МТҒ, аз он ҷумла дар асарҳои риёзидони амрикоӣ Ҷ.Ксин²³, физики шотландӣ Н.Ф.Смит²⁴, физикони Англия В.Ҷ.Закржевский ва Б. Пиетт²⁵, физики шуравӣ ва исроилӣ Б.Маломед²⁶, физикони чинӣ Х.К.Ҷиа²⁷, П.М.Жанг, Ю.Х.Ву, Ю.Ю.Вонг, физикони шуравӣ ва россиягӣ А.Кудрявтсев²⁵, П.В.Захаров, И.М.Тамбовтсев, Н.Н.Розанов, гурӯҳи физикони Испания, Итолиё ва Лаҳистон С.Адам²⁸, С.Б.Таби, Ф.Латини, физикони олмонӣ Л.Мунсберг²⁹, Ҷ.Ҷаволноис, физикони амрикоӣ М.Йу³⁰, К.Дасбисваз, Х.Г.Родштейн, физики ирландӣ А.А.Африди³¹, физики швейтсариягӣ Х.Гуо³², ҳаммуаллифони онҳо, инчунин дар қорҳое, ки дар истинодҳои ин адабиётҳо оварда шудаанд мавриди таҳқиқ қарор дода шудаанд.

Дар қори диссертатсионии мазкур тамоюли муосири истифодаи протсессорҳои ҳисоббарор барои санҷиши натиҷаҳои нави бо методҳои таҳлилий ба даст овардашуда, гузаронидани таҳқиқоту таҷрибаҳои ададӣ бо истифода аз

²¹ Косевич, А.М. Нелинейные волны намагнитченности. Динамические и топологические солитоны [Текст] / А.М. Косевич, Б.А. Иванов, А.С. Ковалев. – Киев: Наук. Думка. – 1983. – 192 с.

²² Abdulloev, Kh.O. One more example of inelastic soliton interaction [Text] / Kh.O.Abdulloev, I.L.Bogolubsky, V.G.Makhankov // Physics Letters A. – 1976. – Vol. 56 (6). – P. 427–428.

²³ Xin, J.X. Modeling light bullets with the two-dimensional sine–Gordon equation [Text] / J.X. Xin // Physica D. – 2000. Vol. 135. – P. 345–368.

²⁴ Minzoni, A.A. Evolution of two-dimensional standing and travelling breather solutions for the Sine–Gordon equation [Text] / A.A. Minzoni, N.F. Smyth, A.L. Worthy // Phys. D. – 2004. – Vol. 189. – P. 167–187.

²⁵ Kudryavtsev, A. Skyrmions and domain walls in (2+1) dimensions [Text] / A. Kudryavtsev, B.M.A.G. Piette, W.J. Zakrjewsky // Nonlinearity. – 1998. – Vol. 11(4). – P. 783–796.

²⁶ Malomed, B.A. Decay of shrinking solitons in multidimensional sine-Gordon equation [Text] / B.A.Malomed // Physica D. – 1987. – Vol. 24 – P. 155–171.

²⁷ Jia, H. Breather, soliton and rogue wave of a two-component derivative nonlinear Schrödinger equation [Text] / H. Jia, D. Zuo, X.H. Li, X.S. Xiang // Physics Letters A. – 2021. – Vol. 405. – P. 127426 (1–11).

²⁸ Adam, C. Incompressible topological solitons [Text] / C. Adam, C. Naya, K. Oles, T. Romanczukiewicz, J. Sanchez-Guillen, A. Wereszczynski // Phys. Rev. D. – 2020. – Vol 102 (10). – P. 105007 (1–14).

²⁹ Munsberg, L. Topological localized states in the time delayed Adler model: Bifurcation analysis and interaction law [Text] / L.Munsberg, J.Javaloyes, S.V. Gurevich // Chaos. – 2020. – Vol.30. – P. 063137(1-9); doi:10.1063/5.0002015.

³⁰ Yu, M. Breather soliton dynamics in microresonators [Text] / M. Yu, J.K. Jang, Y. Okawachi, A.G. Griffith, K.Luke et al. // Nature Communications. – 2017. – Vol. 8. – P. 14569 (1–7). – doi: 10.1038/ncomms14569.

³¹ Afridi, A.A. Breather solitons in AlN microresonators [Text] / A.A. Afridi, H. Weng, J. Li, J. Liu, M. McDermott et al. // Optics Continuum. – 2022. – Vol. 1 (1). P. 42–50. – <https://doi.org/10.1364/OPTCON.444775>.

³² Guo, H. Intermode Breather Solitons in Optical Microresonators [Text] / H. Guo, E. Lucas, M.H.P. Pfeiffer, M. Karpov et al. // Phys. Rev. – 2017. – Vol. 7 (4). – P. 041055 (1–14). – <https://doi.org/10.1103/PhysRevX.7.041055>.

ҲЛ озмоишии МТҒ, ки ҳалли аналитикии дақиқи онҳо айни ҳол вучуд надорад, идома дода шудааст. Дар ин самт, дар чаҳорҷубаи омӯзиши фермӣ-майдонҳо (системаҳо бо қимати спинии $S = \hbar/2$) ду намуди асосии ҳолатҳои утсувори ғайриҷакчинса дида баромада шудаанд – ҲЛ динамикӣ ва топологӣ, ки бо шартҳои таъмикунандаи устувории онҳо нисбати парокандшавӣ ба ҳолатҳои энергияшон камтар фарқ мекунанд.

ҲЛ МТҒ аттракторҳои динамикаро ифода мекунанд, ки система ба онҳо аз маҷмӯи калони шартҳои ибтидоӣ наздик мешавад. ҲЛ ҳалҳои нисбатан устувор дар фазои фазавии системаи динамикӣ ва дорои потенциали як қатор татбиқҳои муҳими амалии дар боло зикршуда буда, дар робита бо коркарди методҳои зиёди таҷрибавии омӯзиш, оғоз аз амсиласозии математикӣ (таҳлилӣ, ададӣ ва компютерӣ) то гузаронидани таҷрибаҳои амалӣ дар муҳитҳои ғайриҳаттӣ тавачҷӯҳи зиёди муҳаққиқонро ҷалб намудаанд. ҲЛ дар системаҳои ғайриҳаттии фазоии тӯлкашида мушоҳида мешаванд ва дар муҳитҳои диссипативӣ ва ё ғайриҳаттии консервативӣ ба вучуд меоянд. Ба монанди ҳалҳои солитонӣ СЛ низ, ки бо ҲЛ шарҳ дода мешаванд доираи васеи татбиқҳои гуногуни амалиро дар наноэлектроникаи магнитӣ, шабакаҳои телекоммуникатсионии квантӣ, информатика ва оптикаи квантӣ, системаҳои плазма-оптикӣ, акустикаи квантӣ, технологияи лазерӣ, биофизика, биология ва тиб доранд.

Сохторҳои локалишудаи топологӣ (СЛТ), ки мувофиқан бо ҳалҳои локалишудаи топологӣ (ҲЛТ) шарҳ дода мешаванд – объектҳои паҳншудаи физикаи муосир ҳам аз ҷиҳати назариявӣ ва ҳам дар татбиқҳои амалии гуногун оғоз аз оптикаи ғайриҳаттӣ ва муҳитҳои конденсӣ то физикаи ядрӣ, космология ва назарияҳои суперсимметрӣ мебошанд^{33,34}. Дар фарқият аз СЛТ, сохторҳои локалишудаи динамикӣ (СЛД) речаҳои лапандаи ғайриҳаттии аз ҷиҳати фазой локалишуда мебошанд, ки устувории онҳо на бо хусусиятҳои топологии майдонҳои векторӣ, ки СЛТ-ро тавсиф мекунанд, балки бо қонунҳои бақо таъмин карда мешавад. Ҳолати хусусии нисбатан маъмули СЛД, ки мувофиқан бо ҳалҳои локалишудаи динамикӣ (ҲЛД) шарҳ дода мешаванд – синфи ҳалҳои дар фазо локалишуда ва нисбати вақт даврии ошӯбҳои амплитудаашон баланд мебошанд, ки бризер номида мешаванд. Ин синфи ҳалҳо низ доираи васеи татбиқҳои амалиро дар оптикаи ғайриҳаттӣ³², пайваستҳои фавкулгузаронандаи

³³ Моффатт, К. Вихревая динамика: наследие Гельмгольца и Кельвина [Текст] / К. Моффатт // Нелин. динамика. – 2006. – Т. 2(4). – С. 401–410.

³⁴ Shnir, Y.M. O(3) Nonlinear Sigma Model. In: Topological and Non-Topological Solitons in Scalar Field Theories [Text] / Y.M.Shnir // Cambridge Monographs on Mathematical Physics. – 2018. – Vol. 4. – P. 87–112.

Цозефсон³⁵, микрорезонаторҳои оптикӣ^{29,30}, маводи композитсионӣ³⁶, инчунин дар назарияи зарраҳои бунёдӣ, аз он ҷумла, дар физикаи адронӣ доранд.

Моделҳои асосии майдонӣ-назариявӣ, ки дар доираи он таҳқиқоти диссертатсияи мазкур гузаронида шудаанд $O(3)$ сигма-моделҳои ғайрихаттӣ^{37,38} (SMF) – лабораторияи махсуси назариявӣ мебошад, ки барои тавсифи падидаҳои физикаи зарраҳои бунёдӣ ($S = \hbar/2$) ва ҳолатҳои конденсии ферромагнетизм истифода шуда, ҳамчун қолиби таъсири мутақобилаи қавии ядрои ифода карда мешавад^{39,40}. Барои таҳқиқи баъзе масъалаҳои амсиласозии математикии майдонҳои квантӣ бо спини баланд ($S > \hbar/2$) тавсифи Майорана⁴¹ истифода шудааст.

Мубрамӣ ва мақсаднок будани таҳқиқоти диссертатсионии мазкур бо он муайян карда мешавад, ки ҳалҳои локалишудаи динамикӣ ва топологии SMF $(2+1)$ -ченакаи дар ҷаҳорҷубаи системаҳои квантӣ бо симметрияи $SU(2)$ (бо адади спинии $S = \hbar/2$) тавассути усулҳои аналитикӣ ва ададӣ ба даст оварда шуда, инчунин системаи полиномҳои тавсифкунандаи равандҳои квантӣ бо адади баланди спинӣ $S = j\hbar$ ($j > 1/2$) – нав буда, дар мавридҳои муайян натиҷаҳои таҳқиқоти хоричиро такмил ва умумӣ менамоянд.

Дарачаи коркарди илмии мавзӯи таҳқиқшаванда. Мавҷҳои ғайрихаттӣ ҳамчун ташкилкунандаҳои асосии падидаҳои мураккаби физикӣ, объектҳо ва равандҳо дорои хосиятҳои мукамал мебошанд. ҲЛ, ки падидаҳои физикиро дар шакли СЛ шарҳ медиҳанд дар баробари ҳалҳои солитонӣ, унсурҳои калидии соҳаҳои босуръат рушдбандаи таҷҳизоти микроэлектронӣ, технологияи иттилоотӣ ва телекоммуникатсионӣ, оптикаи ғайрихаттӣ, биологияи молекулавӣ, астрофизика, гидродинамика ва ғ. мебошанд.

Бояд зикр намуд, ки қисми асосии пажӯҳиши муаллифони муосир оид ба таҳқиқи хосиятҳои СЛ моделҳои ғайрихаттӣ, инчунин таҳияи усулҳои татбиқи амалии онҳо дар истифодабарии методҳои амсиласозии математикӣ асос ёфтааст. Дар ин ҷо, масъалаи муҳими илмиро таҳқиқи хосиятҳои СЛТ ва СЛД-и

³⁵ Miroshnichenko, A.E. Breather in Josephson junction ladders: resonances and electromagnetic waves spectroscopy [Text] / A.E.Miroshnichenko, S.Flach, M.V.Fistul, Y.Zolotaryuk, J.B. Page // Phys. Rev. – 2001. – V.64. –P.066601.

³⁶ Mohyaldeen, Sh.Y. Periodic and breather solutions for miscellaneous soliton in metamaterials model by computational schemes [Text] / Sh.Y.Mohyaldeen, J.Manafian, O.A.Ilhan et al. // Int. J. of Geom. Meth. in Modern Phys. – 2022. – Vol. 19(12). – P. 2250196 (3969–3981). – doi: 10.1142/S0219887822501961.

³⁷ Zhang, P.M. Topological objects in the $O(3)$ nonlinear sigma model [Text] / P.M. Zhang, X.G. Lee // Modern Physics Letters A. – 2007. – Vol. 22(31). – P. 2379–2386.

³⁸ Schutzhold, R. Quantum simulator for the $O(3)$ nonlinear sigma model [Text] / R. Schutzhold, S. Mostame // Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters. – 2005. – Vol. 82. – P. 248–252.

³⁹ Singh, H. Qubit regularization of the $O(3)$ sigma model [Text] / H.Singh, Sh.Chandrasekharan // Physical Review D. – 2019. – Vol. 100. – P. 054505 (1–13). – <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.100.054505>.

⁴⁰ Evangelisti, S. Semi-classical theory for quantum quenches in the $O(3)$ non-linear sigma model [Text] / S.Evangelisti // Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment. – 2013. – Vol. 1304. – P. P04003 (1–14). – doi 10.1088/1742-5468/2013/04/P04003.

⁴¹ Majorana, E. Atomi orientati in campo magnetico variabile [Text] / E. Majorana // Nuovo Cim. – 1932. – Vol. 9. – P. 43–50.

дар фазо худлокалишудаи моделҳои ғайрихаттии назариявӣ-майдонӣ ва равандҳои ташаккули онҳо ташкил медиҳад. Аз он ҷумла, бояд зикр намуд, ки барои ифшо намудани табиат ва шартҳои, ки боиси ба вуҷуд омадани ошӯбҳои устувори заррашакли локалишуда мегарданд, на танҳо таҳлили дақиқи хосиятҳои хоси ташкилкунандаҳои бунёдӣ (аз қабилӣ ададҳои зарядӣ ва квантии спинӣ), балки омӯхтани таъсири мутақобилаи онҳо низ талаб карда мешавад¹⁸.

Таҳқиқи баъзе масъалаҳои амсиласозии математикии системаҳои физикии квантӣ бо фазои бисёрченакаи проективии Хилбертӣ, ки боби панҷуми диссертатсияи мазкур ба он бахшида шудааст, даҳсолаи охир дар робита ба рушди технологияи иттилоотӣ, ки дорои потенциали амалии бузурги татбиқро дар соҳаи технологияи баланд, аз он ҷумла, дар саноати ҳисобкунии квантӣ³⁹ мебошанд ба худ тавачҷӯҳи бештарро ҷалб намуд.

Аз қайдҳои зикршуда бармеояд, ки таҳқиқи хосиятҳои ХЛ МТҒ назарияи квантии майдон, ки дар он методҳои амсиласозии математикӣ бо назардошти хосиятҳои физикии объектҳои таҳқиқшаванда татбиқ карда мешаванд, аз ҷиҳати назариявӣ ва амалӣ мубрам мебошад ва ба ин масъалаҳои мубрам кори диссертатсионии мазкур бахшида шудааст.

ТАВСИФИ УМУМИИ ТАҲҚИҚОТ

Мақсади таҳқиқот. Ҳадафҳои кори диссертатсионӣ инҳо мебошанд:

- амсиласозии ададии таҳаввули ҳалҳои локалишудаи динамикӣ ва топологии МТҒ дар фазо ва вақти (2+1)-ченака;
- амсиласозии ададии ҳалҳои локалишудаи топологии муодилаҳои таҳаввулии ғайрихатӣ ва динамикаи таъсири мутақобилаи онҳо дар фазо ва вақти (2+1)-ченака;
- таҳқиқи хосиятҳои Т-инвариантнокии назарияҳои моделии баррасишавандаи физикаи квантӣ тавассути методҳои амсиласозии математикӣ;
- амсиласозии математикии ҳалҳои лапанда (бризери)-и муодилаҳои таҳаввулии ғайрихатӣ дар ҷаҳорҷубаи фазо ва вақти (2+1)-ченака;
- амсиласозии ададии таҳаввули ҳалҳои локалишудаи динамикӣ – ҳалҳои бризери муодилаҳои таҳаввулии ғайрихатӣ ва динамикаи таъсири мутақобилаи онҳо дар фазо ва вақти (2+1)-ченака;
- амсиласозии математикии баъзе равандҳои системаҳои квантӣ бо киматҳои баланди спин – $S = j\hbar$ ($j > 1/2$).

Вазифаҳои таҳқиқот. Вобаста аз мақсадҳои гузошташуда вазифаҳои зерин ҷудо карда шуданд:

- таҳияи алгоритм, нақшаҳои устувори ададӣ ва барномаҳои компютерӣ, ки имкон медиҳанд, дар асоси ҳолати заминавии ҳалҳои динамикӣ ва топологии муодилаҳои таҳаввулии ғайрихатии (2+1)-ченака ($t = t_0$), ҳисобкунии саҳеҳи

қиматҳои зичии энергия (DH) барои $t_n = t_{n-1} + \tau$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) бо дараҷаи кифояи баланди дақиқият $-\Delta E_n/E_{n_0} \leq 10^{-3}$ гузаронида шавад;

– гузаронидани амсиласозии ададии таҳаввули динамикаи таъсири мутақобилаи гирдбодҳои топологӣ ва девораҳои доменӣ (сарҳадҳои доменҳои магнитӣ) дар ҷаҳорҷубаи муодилаи $(2+1)$ -ченакаи синус-Гордон ва $O(3)$ сигма-моделҳои ғайрихаттӣ;

– гузаронидани амсиласозии ададии таҳаввули динамикаи таъсири мутақобилаи гирдбодҳои топологӣ ва девораҳои доменӣ дар вақти баръакс ($t' = -t$);

– ҳосил намудани шакли аналитикии ҳалли нави бризерии муодилаи $(2+1)$ -ченакаи синус-Гордон;

– дар асоси ҳалли бризерии бо методҳои аналитикӣ ҳосилкардашудаи муодилаи синус-Гордон бо истифода аз усулҳои амсиласозии ададӣ, ба даст овардани ҳалли шабеҳи муодилаи $(2+1)$ -ченакаи $O(3)$ сигма-моделҳои ғайрихаттӣ;

– таҳқиқи устувории ҳалҳои аналитикии дученакаи бризерии ба даст овардашуда тавассути амсиласозии ададии таҳаввули онҳо ($t > 0.0$) дар ҳолатҳои статсионарӣ, ҳаракаткунанда ва таъсири мутақобила;

– таҳқиқи полиномҳои Майорана ва ҳисоби функсияҳои коррелятсионии ҳолатҳои самтнок барои ҳолати умумии ($j \geq 1/2$) системаҳои квантӣ бо қиматҳои баланди спин.

Объекти таҳқиқот. Объектҳои таҳқиқот ҳалҳои локалишудаи устувори динамикӣ ва топологии муодилаҳои таҳаввули ғайрихаттии $(2+1)$ -ченака ва системаҳои квантӣ бо қимати баланди спин мебошанд.

Предмети таҳқиқот. Предмети таҳқиқот ба даст овардани ҳалҳои аналитикӣ ва моделҳои ададии равандҳои таҳаввул ва динамикаи таъсири мутақобилаи ҳалҳои локалишудаи динамикӣ ва топологии муодилаҳои таҳаввули ғайрихаттии $(2+1)$ -ченакаи – синус-Гордон ва $O(3)$ сигма-моделҳои ғайрихаттӣ (дар ҷаҳорҷубаи системаҳо бо қимати спини $S = \hbar/2$), инчунин таҳияи асосҳои назариявӣ барои баъзе масъалаҳои амсиласозии математикии системаҳои квантӣ бо қиматҳои баланди спин ($S > \hbar/2$) мебошад.

Навгонии илмӣ таҳқиқот. Ҳамаи натиҷаҳои асосии диссертатсия нав мебошанд, характери назариявӣ ва ҳам амалӣ доранд ва аз инҳо иборат мебошанд:

– алгоритм, нақшаҳои ададӣ ва кодҳои компютерӣ таҳия шуданд, ки имкон медиҳанд амсиласозии ададии таҳаввули ХҶЛ алоҳида дар ҳолати статсионарию ҳаракаткунанда ва ҳам равандҳои таъсири мутақобилаи онҳо (то се ХҶЛ) дар доираи МТҶ $(2+1)$ -ченакаи СГ ва $O(3)$ НСМ бо саҳеҳияти баланди нигоҳдории энергия гузаронида шавад;

– моделҳо-муодилҳои рақамии объектҳои таҳқиқшаванда ба даст оварда шуда, як қатор хосиятҳои нави равандҳои таъсири мутақобилаи ҲЛ динамикӣ ва топологӣ муайян ва аёнсозӣ карда шуданд;

– шакли аналитикии ҳалли нави бризерии муодилаи (2+1)-ченакаи СГ ба даст овардашуда, тавассути амсиласозии ададӣ устувории он барои муддати кифоя калони вақти таҳаввул ($t_n, n = 4.5E4$) нишон дода шудааст – $\Delta E_n/E_n \in (10^{-6} - 10^{-5})$;

– алгоритм, нақшаҳои ададӣ ва кодҳои компютерӣ таҳия шудаанд, ки амсиласозии ададии таҳаввули равандҳои таъсири мутақобилаи ҲЛ-ро дар доираи МТФ (2+1)-ченакаи СГ ва О(3) СМФ дар вақти баръакс ($t' = -t$) имконият медиҳанд;

– моделҳо-муодилҳои рақамии таҳаввули равандҳои таъсири мутақобилаи ҲЛТ дар вақти баръакс ($t' = -t$) ба даст оварда шуд, ҳамчунин хосияти Т-инвариантнокии моделҳои таҳқиқшаванда тасдиқ карда шуда, устуворӣ ва саҳеҳии нақшаҳои ададӣ, алгоритмҳо ва барномаҳои компютерӣ, ки барои таҳқиқи ададии вазифаҳои гузошташуда кор карда баромада шуда буданд, нишон дода шуд;

– системаи полиномҳои Майорана таҳқиқ карда шуда, ифодаи функсияҳои коррелясионии ҳолатҳои самтнок барои тавсифи системаҳои спинии холис дар асоси ҳолатҳои заминавӣ бо спини $S = j\hbar$ ($j \geq 1/2$) муайян карда шуд.

Аҳамияти назариявӣ ва илмию амалии таҳқиқот. Сохтори умумии мавзуии диссертатсияро таҳқиқи масъалаҳои мубрам, методҳои таҳияшуда ва натиҷаҳои амалии амсиласозии математикӣ падидаҳои ғайрихаттӣ дар самтҳои зерин ташкил медиҳад:

– таҳқиқи назариявӣ ва методологии МТФ (2+1)-ченака – СГ ва О(3) СМФ;

– таҳқиқоти назариявӣ ва амалии системаҳо дар ҳадди ниҳии квантии қимати адади спинӣ – $S = \hbar/2$, ки дар он ҳамчун лабораторияи моделӣ барои гузаронидани таҷрибаҳои ҳисоббарорӣ муодилаҳои СГ ва О(3) СМФ истифода шудаанд;

– таҳқиқоти назариявии масъалаҳои амсиласозии математикӣ дар доираи системаҳои квантӣ бо қиматҳои баланди спин – $S > \hbar/2$.

Қисми муҳими кори диссертатсиониро коркарди моделҳои таъсири мутақобилаи ҲЛ динамикӣ ва топологии заррамонанд ташкил медиҳанд, ки имкон доданд як қатор хосиятҳои нави объектҳои таҳқиқшаванда муайян карда шавад.

Хосияти Т-симметрияи объектҳои таҳқиқшаванда, ки дар диссертатсия омӯхта шудааст, пеш аз ҳама дар масъалаҳои амалӣ, аз ҷумла аёнсозии тиббӣ, назорати эхо-импульсӣ, коркарди дастгоҳҳои нанофотонӣ, изоляторҳои оптикӣ,

инчунин дар акустикаи зериобӣ ва мавҷҳои экстремалӣ аҳамияти муҳим доранд. Аз ҷиҳати назариявӣ, натиҷаҳои, ки дар ҷаҳорҷубаи фазо ва вақти $(2+1)$ -ченака ҳосил шуданд, нишон медиҳанд, ки методи коркардшудаи таҳқиқот имкон медиҳад ҳолати ибтидоии майдони ҳалҳои локалишудаи муҳитҳои ғайриҳаттӣ дар алоҳидагӣ ва дар ҳолати таъсироти мутақобилаи онҳо, ки аз ҷониби $MTF - SG$ ва $O(3)$ SMF идора карда мешаванд, таҷрибавӣ барқарор карда шавад.

Натиҷаи ҳалли аналитикии масъалаи дарёфти бризерҳои наву устувори муодилаи $(2+1)$ -ченакаи SG , ки дар боби 4 тавсиф шудааст, аз сабаби вобастагии ғайримуқаррарии онҳо бо вақт масъалаи мураккаби илмӣ мебошад – бризерҳо барои ҳар як координатаи фазоии додашуда лаппиш мекунанд, дар ҳолате, ки SLT дар системаи ором статикӣ мебошанд.

Таҳқиқоти системаҳои квантӣ бо қимати баланди спин ($S > \hbar/2$), ки боби панҷуми диссертатсия ба он бахшида шудааст, барои омӯзиши системаҳои спинҳои омехта, печидани квантӣ, суперпозитсияи ҳолатҳои квантии кутрит, криптографияи квантӣ, телепортатсияи квантӣ ва рамзгузориҳои зич, ҳолатҳои умумишудаи когерентӣ, равандҳои адиабатӣ ва фавқуладиабатӣ дар системаҳои сесатҳӣ мубрам мебошанд. Аз ҷиҳати назариявӣ, таҳқиқоте, ки дар рисола анҷом дода шудааст, барои фаҳмидани геометрияи маҷмӯи ҳама ҳолатҳои имконпазири системаҳои квантӣ бо қиматҳои баланди спин, ки дар фазои бисёрченакаи \mathbb{R}^D ($D \geq 4$) таҳаввул мекунанд, кӯмак мекунад.

Нуктаҳои ба ҳимоя пешниҳодшаванда.

1. Алгоритм, нақшаҳои ададӣ ва барномаҳои компютерӣ кор карда баромада шуданд, ки имкон медиҳанд амсиласозии ададии равандҳои таҳаввули ҳалҳои локалишудаи динамикӣ ва топологӣ ва таъсири мутақобилаи онҳо дар ҷаҳорҷубаи муодилаҳои таҳаввулии ғайриҳаттии $(2+1)$ -ченака гузаронида шавад.

2. Бо истифода аз усулҳои ададӣ девораҳои домени нави ҳаракаткунанда – кинк/антикинк дар ҷаҳорҷубаи муодилаҳои таҳаввулии ғайриҳаттии $(2+1)$ -ченака ба даст оварда шуданд. Моделҳои таъсироти мутақобилаи онҳо ба даст оварда шуда, шартҳои шаклбандии сохтори ягонаи лаппанда, дуртаъсирнамоӣ ва аз байни ҳамдигар гузаштани девораҳои доменӣ муайян карда шуданд.

3. Амсиласозии ададии равандҳои таъсироти мутақобилаи ҳалҳои локалишудаи топологӣ — гирдбодҳои топологӣ ва девораҳои доменӣ гузаронида шуд. Нишон дода шуд, ки барои дилхоҳ параметрҳои системаи майдонҳои таъсироти мутақобила гирдбоди топологӣ бо заряди топологии Q_t ба $2Q_t$ ошӯбҳои локалишуда пароканда мешавад, ки дар ҳамвории девораҳои доменӣ ба самтҳои ба ҳам муқобил бо суръати рӯшноӣ ($c = 1$) ҳаракат мекунанд. Инчунин нишон дода шуд, ки устувориҳои девораҳои доменӣ дар дилхоҳ параметрҳои майдонҳои топологии таъсироти (“дузаррагии”) мутақобила нигоҳ дошта мешавад.

4. Амсиласозии ададии равандҳои модели таъсироти мутақобилаи «сезаррагии» ҳалҳои локалишудаи топологӣ – гирдбоди топологӣ ва девораҳои доменӣ гузаронида шуд. Хосиятҳои нави моделҳои ҳосилшуда дар суръат ва конфигуратсияҳои гуногуни сохторҳои топологии ба ҳамдигар таъсиркунанда муайян карда шуданд.

5. Бо истифода аз методҳои ададӣ, гирдбодҳои топологии лаппандаи нави $O(3)$ сигма-моделҳои ғайрихаттии $(2+1)$ -ченака ба даст оварда шуданд. Моделҳои таъсироти мутақобилаи онҳо ҳосил карда шуда, устувории ҳалҳои ба даст овардашуда нишон дода шуд.

6. Шакли аналитикии ҳалҳои нави бризерии муодилаи $(2+1)$ -ченакаи синус-Гордон муайян карда шуд. Дар асоси ҳалҳои ёфташуда, тавассути методҳои амсиласозии ададӣ, бо илова кардани ошӯбҳо ба вектори спини изотопӣ дар фазои сфераи Блох S^2 , ҳалҳои нави бризерии $O(3)$ сигма-моделҳои ғайрихаттӣ ба даст оварда шуданд.

7. Амсиласозии ададии равандҳои таҳаввули ҳалҳои бризерии ҳосилшуда, инчунин таъсири мутақобилаи онҳо бо гирдбодҳои топологӣ ва девораҳои доменӣ гузаронида шуд. Нишон дода шуд, ки ҳалҳои бризерии бо методҳои аналитикӣ ба даст овардашуда, ҳам дар ҳолати таҳаввули алоҳида ва ҳам дар таъсироти мутақобила бо бризерҳо устувориро нигоҳ медоранд. Хосиятҳои нави моделҳои ҳосилшуда муайян карда шуданд.

8. Алгоритм, нақшаҳои ададӣ ва барномаҳои компютерӣ таҳия карда шудаанд, ки имкон медиҳанд амсиласозии ададии равандҳои таҳаввули ҳалҳои локалишудаи топологӣ ва таъсири мутақобилаи онҳо дар доираи муодилаҳои таҳаввулии ғайрихаттии $(2+1)$ -ченака дар вақти баръакс ($t' = -t$) гузаронида шавад. Моделҳои ба даст оварда шуданд, ки раванди муттаҳидшавии мавҷҳои ихроҷшуда ва ба вучуд омадани ҳолати ибтидоии таъсироти мутақобилаи ҳалҳои локалишудаи топологиро шарҳ медиҳанд. Хосияти T -инвариантнокии муодилаҳои $(2+1)$ -ченакаи синус-Гордон ва $O(3)$ сигма-моделҳои ғайрихаттӣ тасдиқ карда шуда, саҳеҳияти алгоритми таҳияшуда, дақиқии нақшаи ададӣ ва бастаи барномаҳои компютерӣ нишон дода шудааст, ки гузаронидани таҳқиқоти таҳаввули таъсироти мутақобилаи ҳалҳои локалишудаи моделҳои назарияи майдонро дар вақти баръакс имконият медиҳанд.

9. Системаи полиномҳои Майорана барои тавсифи системаҳои квантӣ бо адади спини $S = j\hbar$ ($j \geq 1/2$) таҳқиқ карда шуда, намуди умумии функцияи тақсимои эҳтимолияти мувофиқаи системаҳои спини самтнок барои қиматҳои гуногуни адади спини $S \geq \hbar/2$ муайян карда шуд.

Дарачаи эътимоднокии натиҷаҳо. Эътимоднокии натиҷаҳои таҳқиқоти диссертатсионӣ бо наздикшаванда будани нақшаҳои ададии таҳияшуда, мувофиқати маълумоти бадастомадаи ҳисобшудаи масъалаҳои санҷишӣ бо

натичаҳои муаллифони дигар, устувории моделҳои ададӣ ва нигоҳ дошта шудани дақиқии интегралҳои энергияи моделҳои таҳаввулӣ – $\Delta E_n/E_{n_0} \in (10^{-6} - 10^{-3})$ таъмин карда шуда, ҳамчунин бо маълумоти адабиётӣ тасдиқ шудааст.

Мутобиқати диссертатсия ба шиносномаи ихтисоси илмӣ. Дар таҳқиқоти диссертатсионӣ масъалаҳои таҳияи алгоритмҳои нав, амсиласозии ададӣ ва коркарди методҳои тақрибии таҳлили моделҳои математикии равандҳо ва падидаҳои муодилаҳои таҳаввулии ғайрихатии назарияи квантии майдон бо истифода аз протсессорҳои муосири ҳисоббарорӣ омӯхта шудаанд, ки ба шиносномаи ихтисоси илмӣ 05.13.18 – «Амсиласозии математикӣ, методҳои ададӣ ва мучтамаъи барномаҳо» (қисми III, бандҳои 1–6, 9, 10) мувофиқ мебошанд.

Саҳми шахсии доктараби дарёфти дараҷаи илмӣ. Масъалаҳои таҳқиқот дар якҷоягӣ бо мушовири илмӣ кор, ки кӯмаки машваратӣ расонидааст, таҳия карда шуданд. Натичаҳои таҳқиқоти диссертатсионӣ, ки дар бахшҳои «Навгони илмӣ» ва «Нуктаҳои ба ҳимоя пешниҳодшаванда» инъикос ёфтаанд, аз ҷониби муаллиф шахсан ба даст оварда шудаанд.

Тасвиб ва амалисозии натичаҳои диссертатсия. Натичаҳои асосии диссертатсия дар семинарҳои ИФТ ба номи С.У.Умарови АМИТ (ш.Душанбе, солҳои 2012–2024), конференсияҳои ҷумҳуриявӣ ва байналмилалӣ зерин муҳокима карда шуда, тақризҳои мусбӣ гирифтанд:

– Қаласаи 5-уми Русияю Чопон «Таҳқиқоти динамикию молекулавӣ дар илмҳо оид ба материя ва биология» (MSSMBS–2012). – Дубна, ИМТЯ, 10–11 сентябри соли 2012; Конференсияи V-уми байналмилалӣ «Муаммоҳои муосири математикаи амалӣ, назарияи идоракунии ва амсиласозии математикӣ» (ПМТУММ–2012). – Воронеж, ДДВ, 11–16 сентябри соли 2012; Конференсияи якуми байналмилалӣ «Системаҳои иттилоотӣ амалӣ: муаммоҳои амсиласозӣ, татбиқ дар кишварҳои рушдкардаи стода». – Хучанд, ФХДТТ, 29–30 июни соли 2012; Конференсияи байналмилалӣ илмӣ «Муаммоҳои мубрами математика ва татбиқи он». – Қўрғонтеппа, 5–6 октябри соли 2012; Конференсияи байналмилалӣ «Амсиласозии математикӣ ва физикаи ҳисоббарор» (ММСР'2013)». – Дубна, ИМТЯ, 8–12 июли 2013; Конференсияи VI-уми байналмилалӣ «Муаммоҳои муосири математикаи амалӣ, назарияи идоракунии ва технологияи компютерӣ» (ПМТУКТ–2013). – Воронеж, ДДВ, 10-16 сентябри соли 2013 (ҳамчунин: ПМТУКТ–2015 – 21–26 сентябри соли 2015; ПМТУКТ–2016 – 20–26 сентябри соли 2016); Конференсияи байналмилалӣ «Мақтаи математикии зимистонаи Воронеж «Усулҳои муосири назарияи функсияҳо ва масъалаҳои ҳамҷоя»». – Воронеж, ДДВ, 28 январ – 1 феввали соли 2013 (ҳамчунин: 26 январ – 1 феввали соли 2017); Конференсияи байналмилалӣ илмию амалии «Технологияи нави мошинсозии илмталаб: афзалиятҳои рушд ва

омодасозии кадрҳо». – Қазон, ДДТҚ, 16 майи соли 2013; Конференсияи байналмилалии «Мактаби математикии баҳории Воронеж «Методҳои муосири назарияи масъалаҳои канорӣ. Хонишҳои Понтрягин — XXIV»». – Воронеж, ДДВ, 3–9 майи соли 2013 (ҳамчунин: 3–9 майи соли 2015; 3–9 майи соли 2016; 3–9 майи соли 2017); III International Research and Practice Conference «Science, Technology and Higher Education». – Westwood, October 16th, 2013; Конференсияи байналмилалӣ оид ба физикаи ҳолатҳои конденсӣ, бахшида ба 85-солагии академик А.А.Адхамов. – Душанбе, 17–18 октябри соли 2013; IX International Research and Practice Conference «European Science and Technology». – Munich, October 3–4th, 2013; Конференсияи IV байналмилалии «Муаммоҳои муосири физика». – Душанбе, ИФТ, 5–7 декабри соли 2014 (ҳамчунин: 18–19 ноябри соли 2016; 28–30 июни соли 2018; 9–10 октябри соли 2020; 21–22 октябри соли 2022); Конференсияи LI-уми умумироссиягӣ оид ба муаммоҳои динамика, физикаи зарраҳо, физикаи плазма ва оптоэлектроника. – Москва, ДРДХ, 12–15 майи соли 2015 (ҳамчунин: 17–19 майи соли 2016; 15–19 майи соли 2017; 14–18 майи соли 2018 г.; 8–22 майи соли 2020); Конференсияи илми байналмилалии «Таҳлили математикӣ, муодилаҳои дифференциалӣ ва назарияи ададҳо» бахшида ба 75-солагии д.и.ф.м., профессор Собиров Т.С. – Душанбе, 29–30 октябри соли 2015; Конференсияи илмии ҷумҳуриявии «Муаммоҳои муосири физикаи муҳитҳои конденсӣ», бахшида ба 70-солагии зодруз ва 50-солагии фаъолияти меҳнати Корманди шоистаи Ҷумҳурии Тоҷикистон, д.и.ф.м., профессор Тӯйчиев Ш.Т. – Душанбе, 24 октябри соли 2015; Конференсияи ҷумҳуриявии илмию амалии «Нақши ҷавонон дар рушди илми ватанӣ». – Душанбе, 22 майи соли 2015; Конференсияи илми байналмилалии «Назарияи наздикшавии функсияҳо ва масъалаҳои марбут ба таҳлил», бахшида ба хотираи д.и.ф.м., профессор П.П. Коровкин. – Калуга, 9–10 октябри соли 2015; VI International Scientific Conference «Global Science and Innovation Science». – Chicago, November 18–19th, 2015; Конференсияи байналмилалии «Мактаби математикии зимистонаи Воронежи С.Г. Крейн». – Воронеж, ДДВ, 25–31 январӣ соли 2016; Конференсияи ҷумҳуриявии илмию амалии «Муаммоҳои маводшиносӣ дар Ҷумҳурии Тоҷикистон», бахшида ба «Рӯзи химия» ва 80-солагии д.и.т., профессор, академики Академияи байналмилалии муҳандисӣ А.В.Ваҳобов. – Душанбе, 25 майи соли 2016; Конференсияи илми байналмилалии «Масъалаҳои муосири математика ва татбиқҳои он», бахшида ба 25-солагии Истиклолияти давлатии Ҷумҳурии Тоҷикистон. – Душанбе, Филиали ДДМ ба номи М.В. Ломоносов дар Душанбе, 3–4 июни соли 2016; Мактаби донишҷӯён, аспирантҳо ва олимони ҷавон «Амсиласозии математикӣ ва компютерӣ, технологияҳои иттилоотии идоракунӣ (МКМИТУ–2016)». – Воронеж, ДДВ, 3–8 октябри соли 2016; International Workshop KSCMBS'16: Khujand Symposium on Computational Materials and Biological Sciences. – Khujand, KSU, 24–28 September 2016;

Конференсия илмию амалии минтақавии «Таҳлили комплексӣ ва татбиқҳои он». – Брянск, ДДБ, 23–24 ноябри соли 2016; Конференсия байналмилалӣ «Дурнамои рушди илми физика» бахшида ба хотираи (80-солагии) узви вобастаи АИ ҚТ, д.и.ф.м., профессор Ф.Х.Ҳакимов. – Душанбе, соли 2017; Конференсияи нухуми байналмилалӣ илмӣ-техникӣ бахшида ба 175-солагии зодрузи Ҳ.С. Ледентсов. ИНФОС–2017. – Вологда, 30 июн – 1 июли соли 2017 (ҳамчунин: ИНФОС–2022, 29–30 июни соли 2022); Конференсия байналмилалӣ илмию амалии «XIV хонишҳои Нуъмоновӣ. Саҳми олимони ҷавон дар рушди илми химия». – Душанбе, 22 ноябри соли 2017; Симпозиуми байналмилалӣ ҷавонон «Муаммоҳои муосири математика. Усулҳо, моделҳо, татбиқҳо». – Воронеж, ДДҚТВ ба номи Г.Ф.Морозов, 21–24 ноябри соли 2017; Конференсия байналмилалӣ «Муаммоҳои муосири математика ва татбиқҳои он», бахшида ба 70-солагии академики АИ ҚТ, д.и.ф.м., профессор Илолов М.И. – Душанбе, 14–15 марти соли 2018; Конференсия байналмилалӣ «Муаммоҳои мубрами физикаи муосир», бахшида ба 80-солагии хотираи Арбоби шоистаи илм ва техникаи Тоҷикистон, д.и.ф.м., профессор Нарзиев Б.Н. – Душанбе, 18 апрели соли 2018; Конференсияи XI-уми илмию назариявӣ байналмилалӣ «Таҳлили компютерӣ муаммоҳои илму техника», бахшида ба 70-солагии таъсисёбии ДМТ ва 70-солагии д.и.ф.м., профессор Юнусӣ М.Қ. – Душанбе: ДМТ, 27–28 декабри соли 2018; Конференсияи III-уми кушоди байналмилалӣ «Муаммоҳои муосир дар таҳлили системаҳои динамикӣ. Татбиқҳо дар техника ва технология» – Воронеж, ДДҚТВ, 17–19 октябри соли 2018; Конференсияи ҷумҳуриявӣ илмию амалии «Амсиласозии математикӣ ва компютерӣ равандҳои физикӣ». – Душанбе, ДМТ, 25 октябри соли 2019; Конференсияи ҷумҳуриявӣ илмию амалӣ дар мавзӯи «Усулҳои муосири ҳифзи иттилоот дар раванди рушди технологияи иттилоотӣ коммуникатсионӣ», бахшида ба солҳои 2020–2040 – «Бистсолаи омӯзиш ва рушди илмҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф». – Данғара, ДДД, 22–23 апрели соли 2020; Конференсияи ҷумҳуриявӣ илмию амалии «Татбиқи саноатикунӣ босуръати Ҷумҳурии Тоҷикистон ҳамчун ҳадафи чоруми стратегияи миллӣ: муаммоҳо ва роҳҳои ҳалли онҳо». – Душанбе, ДТТ, 23–24 апрели 2021; Конференсия байналмилалӣ илмию амалӣ бахшида ба «Бистсолаи омӯзиш ва рушди илмҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф»: Баррасии муаммоҳои муосири физикию техникӣ ва технологияи нимноқилӣ. – Хучанд, 18 майи соли 2021; Конференсияи X-уми байналмилалӣ «Маводҳои полимерӣ оташангезиашон паст». – Қазоқистон, Кокшетау, АМГ ба номи М.Габдулин, 14–18 сентябри соли 2021; Симпозиуми физикони Тоҷикистон, бахшида ба 85-солагии академик Р.Марупов. – Душанбе, ИФТ, 25–26 ноябри соли 2021; Конференсияи илмию назариявӣ дар мавзӯи «Академик С. Каримов ва саҳми ӯ дар рушди илми тоҷик», бахшида ба 30-солагии Истиклолияти давлатӣ Ҷумҳурии Тоҷикистон ва «Бистсолаи омӯзиш ва рушди

илмҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф»» – Кӯлоб, ДДК ба номи Абӯабдуллоҳи Рӯдакӣ, 28 декабри соли 2021; Конференсияи ҷумҳуриявии илмию амалӣ дар мавзуи «Муаммоҳои химияи муосир ва ҳолати татбиқи он дар раванди таълим», бахшида ба солҳои 2020–2040 – «Бистсолаи омӯзиш ва рушди илмҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф». – Данғара, ДДД, 13–14 майи соли 2022; Конференсияи ҷумҳуриявии илмию амалии «Муаммоҳои муосири табиатшиносӣ дар илм ва раванди таълим», бахшида ба бистсолаи омӯзиш ва рушди илмҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ. – Душанбе, ДСРТ, 27 майи соли 2022; Конференсияи ҷумҳуриявии илмию амалии «Рушд ва дастовардҳои илми физика дар солҳои истиқлолият», бахшида ба 32-солагии Истиқлолияти давлатии Ҷумҳурии Тоҷикистон. – Душанбе, ИФТ, 25–26 августи соли 2023; Конференсия илми байналмилалии «Муаммоҳои муосири физикаи ҳолатҳои конденсӣ», бахшида ба 75-солагии таъсисёбии ДМТ, эълон гардидани соли 2025 ҳамчун Соли ҳифзи пиряхҳо ва 80-солагии зодрӯзи Корманди шоистаи Тоҷикистон, узви вобастаи АМИТ, д.и.ф.м., профессор Тӯйчиев Ш.Т. – Душанбе, ДМТ, 24–25 октябри 2023.

Интишорот аз рӯйи мавзуи диссертатсия. Натиҷаҳои асосии диссертатсия дар 129 маводи илмӣ нашр гардида, руйхати онҳо дар интиҳои диссертатсия оварда шудааст. Аз ҷумла, 3 монография, ки дар ҳаммуаллифӣ навишта шудаанд, 21 мақола дар маҷаллаҳо аз рӯйхати маҷаллаҳо ва нашриҳои илми муқаризӣшавандаи аз ҷониби Комиссияи олии аттестатсионии назди Президенти Ҷумҳурии Тоҷикистон тавсияшуда интишор гардидаанд, ки 7-тоашон бе ҳаммуаллифӣ навишта шуда, аз ин теъдод мақолаҳои [4, 5] дар маҷаллаҳои додаҳои байналмилалии библиографӣ, реферативӣ ва системаҳои иқтибосҳои Scopus ва Web of Science нашр шудаанд. Ҳамчунин 12 шаҳодатномаи бақайдгирии давлатии барномаҳои компютерӣ гирифта шуданд, ки 6-тоашон бе ҳаммуаллифӣ таҳия гардидаанд.

Сохтор ва ҳаҷми диссертатсия. Диссертатсия аз номгӯи ихтисораю ишораҳо, муқаддима, тавсифи умумии таҳқиқот, шаш боб, хулосаҳо, тавсияҳо барои истифодаи амалии натиҷаҳо, номгӯи адабиёти истинодшуда, ки 311 ададро ташкил медиҳанд, номгӯи мақолаҳои муаллиф ва замимаҳо иборат буда, 353 саҳифаи матни чопи компютериро дар бар мегирад. Бобҳо ба параграфҳо ва қисмҳо тақсим карда шудаанд. Барои қулай дар диссертатсия тарзи рақамгузори зинавии қисмҳо, аксҳо, ҷадвалҳо ва формулаҳо истифода шудаанд. Онҳо дорои рақамгузори секарата мебошад, ки рақами аввал бо рақами боб мувофиқат мекунад, рақами дуюм параграфро ифода намуда, рақами сеюм рақами тартибии қисмҳо, аксҳо, ҷадвалҳо ва формулаҳои ин параграфро нишон медиҳад.

ҚИСМҲОИ АСОСИИ ТАҲҚИҚОТ

Мавод ва методҳои таҳқиқот. Маводи таҳқиқот аз ҳалли як қатор масъалаҳо дар доираи МТҒ – назарияҳои моделии физикаи квантии (2+1)-ченака иборат аст, ки ба амсиласозии математикии таҳаввули СЛ динамикӣ ва топологии статсионарӣ, ҳаракаткунанда ва дар таъсири мутақобила буда, ҳамчунин ба баъзе масъалаҳои амсиласозии математикии системаҳои квантӣ бо адади баланди спин рабт дорад.

Дар маводи таҳқиқот методҳои самарабахши амсиласозии математикӣ, аз ҷумла, методи нақшаҳои фарқии охиринок барои амсиласозии ададӣ, методи қимати миёнаи лагранжиан барои дарёфти ҳалҳои бризерии дученака, методи Майорана барои таҳқиқи системаҳои квантӣ бо қимати баланди спин, ҳамчунин маҷмӯи платформаҳои компютерӣ, ки дар он барои таҷрибаҳои компютерӣ асосӣ ҳисобкунӣҳои муайянкунанда дар заминаи забони барномасозии Фортран гузаронида шудааст, истифода шудаанд.

Натиҷаҳои таҳқиқот. Мазмуни мухтасари натиҷаҳои бобҳои таҳқиқоти диссертатсиониро меорем.

Дар муқаддима шарҳи мухтасари таърихии натиҷаҳо оид ба муаммоҳои дахлдори мавзӯ оварда шуда, мубрамии мавзӯ асоснок карда шудааст.

Боби якуми таҳқиқоти диссертатсионӣ ба шарҳи адабиёти омӯхташуда, методологияи асосии таҳқиқот ва муаммоҳои муосири ба мавзӯи рисола рабтдошта бахшида шудааст. Шарҳи методҳои асосии таҳқиқот оварда шудааст.

Боби дуюм аз се параграф иборат буда, ба тавсифи объектҳои асосии таҳқиқот – ҲЛ динамикӣ ва топологии МТҒ (2+1)-ченака, назарияҳои моделии назарияи квантии майдон, системаҳои квантии бисёрсатҳӣ, ҳамчунин методҳои истифодашуда ва қор карда баромадашуда бахшида шудааст. Аз ин ҷумла, маълумоти асосӣ оид ба лабораторияи асосии назариявӣ дар доираи системаҳои дорои симметрияи $SU(N-1) - O(N)$ СМҒ суперсимметрӣ, ки бо гурӯҳи ортогоналӣ $O(N)$ ва амали инварианти Пуанкаре тавсиф мешавад

$$\mathcal{L} = \frac{\hbar}{2c} \partial_\mu \mathbf{S} \partial^\mu \mathbf{S} \quad (1)$$

оварда шудаанд, ки дар ин ҷо вектори дохилии $\mathbf{S}(s_1, s_2, \dots, s_N) \in R^N$ симметрияи $O(N)$ -ро инъикос менамояд. Дар таҳқиқоти диссертатсионии мазкур барои гузаронидани таҷрибаҳои ҳисоббарорӣ ҳолати $N = 3$ истифода шудааст. Дар ҳолати умумӣ, ин назария N майдони озоду новобастаро тавсиф мекунад, ки бо ҷорӣ кардани маҳдудияти

$$\mathbf{S}^2 = s_1^2 + s_2^2 + \dots + s_N^2 = Ng^{-2} \quad (2)$$

таъсири мутақобилаи онҳо ба даст оварда мешавад. Хусусиятҳои асосии СМҒ аз нуқтаи назари физикӣ ва потенциали истифодаи он дар масъалаҳои амсиласозии математикӣ шарҳ дода шудаанд. Маълумоти асосӣ оид ба ҳолати

хусусии лабораторияи моделии назарияи квантии майдони болозикр – $O(3)$ СМҒ, ки дар он хосиятҳои геометрии бисёршакла назарияро бо топологияи самарабахш ғанӣ мегардонад оварда шудааст. Модели мазкур таҳаввули майдони 3-вектории воҳидиро $n = (n_x, n_y, n_z)$, $n^2 = 1$ дар фазои d -ченакаи Евклидӣ бо амали зерин тавсиф мекунад:

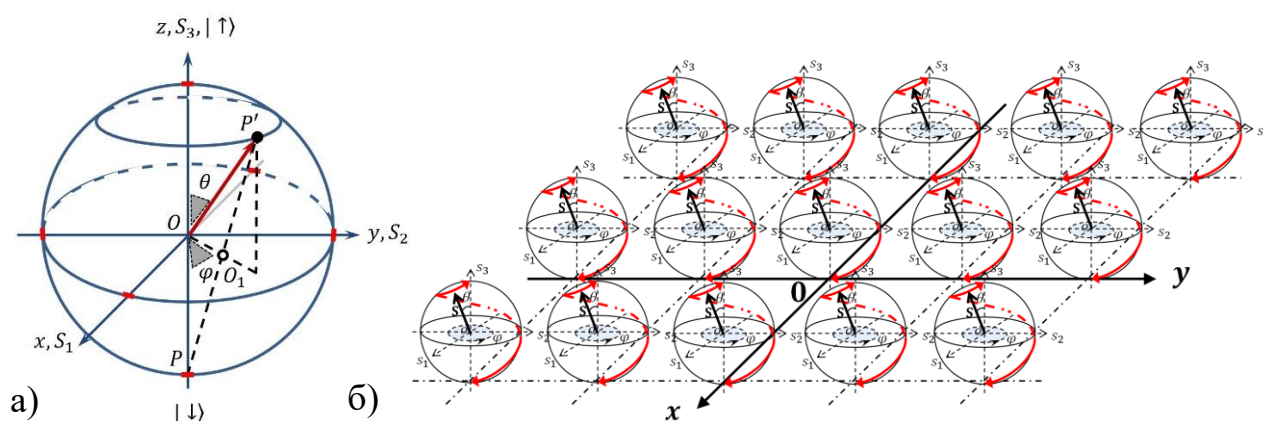
$$S = \frac{1}{2\lambda^2} \int d^d x \partial_\mu n_a \partial^\mu n_a, \quad (3)$$

ки дар он $a = 1, 2, 3$ – шохиси унсурҳои майдонӣ буда, шохисҳои $\mu = 1, \dots, d$ шохиси Евклидӣ барои d -ҳои умумӣ мебошанд. Дар татбиқҳои физикӣ ин модел ҳамчун “модели классикии Гейзенберг” ё “ $O(3)$ сигма-модели ғайрихаттӣ” маълум аст, ки дар он хосиятҳои ғайрихаттӣ аз сабаби маҳдудияти зерин ба вуҷуд меоянд:

$$n_a n_a = 1. \quad (4)$$

Боби сеюм аз чор параграф иборат буда, ба амсиласозии ададии ҲЛТ бахшида шудааст, ки дар онҳо натиҷаҳои таҳқиқоти гирдбодҳои лаппандаи топологӣ ва девораҳои доменӣ (ДД) оварда шуда, ҳамчунин тавассути амсиласозии ададӣ хосияти Т-инвариантнокии МТҒ таҳқиқшаванда тасдиқ карда шудааст.

Барои ба даст овардани модели адабии таҳаввулии ҳалҳои ибтидоии озмоишии моделҳои назариявӣ-майдонии таҳқиқшаванда, методи нисбатан паҳншуда ва самараноки нақшаҳои фарқии охиринок истифода шудааст^{42,43}. Ҳисобҳои муайянкунанда бо истифода аз нақшаҳои фарқии дараҷаи дуҷуми дақиқӣ аз рӯйи вақт ва фазо – $O(\tau^2 + h_{x,y}^2)$ гузаронида шудаанд.



Расми 1 – а) сфераи Блох: s_1, s_2, s_3 – координатаҳои изоспинӣ, $\theta(t), \varphi(t)$ – координатаҳои сферикӣ (эйлерӣ); б) фазои қабатнок (2D)

⁴² Самарский, А.А. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры [Текст] / А.А. Самарский, А.П. Михайлов. – М.: Физматлит. – 2001. – 320 с. – ISBN: 9785922101202.

⁴³ Самарский, А.А. Устойчивость трехслойных проекционно-разностных схем [Текст] / А.А. Самарский, П.Н. Вабищевич // Математическое моделирование. – 1995. – Т. 8(9). – С. 74–84.

Дар ҳолати мазкур хосиятҳои махсуси проексияи стереографӣ истифода шуда, компактификатсияи $S^2 - R_{comp}^2$ ҳамаи нуқтаҳои ҳамвории комплексӣ (ҳамчунин нуқтаҳои $(x, y) = \infty$) ва нуқтаҳои сфераи радиуси доимӣ – сфераи Блох амалӣ шудааст:

$$S^2 = SU(2)/U(1) = SO(3)/SO(2), \quad (5)$$

ки ба ҳаракати интиҳои изовектори $\overline{OP'}$ (расми 1, *a*) мувофиқ аст.

Аз нуқтаи назари геометрӣ дар таҳқиқоти диссертатсионии мазкур фазои қабатнок ҳамчун ҳосилаи зарби бевоситаи фазои Евклидӣ ба сфераи S^2 истифода шудааст (расми 1, *b*), ки дар он ба ҳар як нуқтаи майдони амсиласозӣ сфераи Блох (5) мувофиқат намуда, бо изовектори воҳидии

$$\mathbf{S}(s_1, s_2, s_3), \quad s_i s_i = 1, \quad i = 1, 2, 3. \quad (6)$$

шарҳ дода мешавад.

Дар параграфи якум маълумоти умумӣ оид ба гирдбодҳои топологии навъи Белавин-Поляков²⁶ ва динамикаи сохтори изопинии онҳо оварда шудааст

$$F(r, R) = \sqrt[Q_t]{\operatorname{tg} \frac{\theta(t)}{2}}, \quad \varphi = Q_t \chi - \omega \tau, \quad (7)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \chi = \arcsin(yr^{-1}).$$

Натиҷаҳои амсиласозии ададии гирдбодҳои топологии лапандаи нави намуди (7) дар ҳолатҳои статсионарӣ, ҳаракаткунанда ва таъсироти мутақобила оварда шудаанд. Параметрҳои гирдбодҳои топологӣ, ки динамикаи лапандаи онҳоро тавсиф менамоянд, муайян карда шудаанд.

Параграфи дуум ба амсиласозии ададии сарҳадҳои доменҳои магнитии нав – ДД Неел ва Блох

$$\theta(x, y) = 2 \operatorname{arctg} \left(e^{\pm [B_1 (\frac{w}{k_1} x - \frac{w}{k_1} x_0) + B_2 (\frac{w}{k_2} y - \frac{w}{k_2} y_0)]} \right), \quad (8)$$

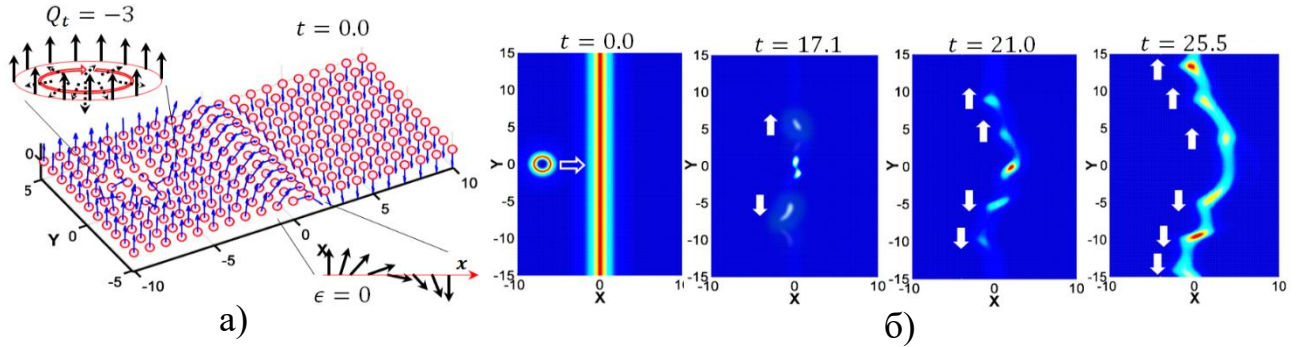
$$\varphi(x, y, t) = \varphi_0 + \omega \tau,$$

дар ҳолатҳои статсионарӣ, ҳаракаткунанда ва таъсироти мутақобила дар ҷаҳорҷубаи $O(3)$ СМҒ (2+1)-ченака бахшида шудааст.

Хусусиятҳои динамикаи сохтори изопинии таъсироти мутақобилаи ДД (8) муайян карда шуданд, ки зуҳуроти падидаи дуртаъсиркунӣ ва инчунин муттаҳидшавии онҳоро ба ДД-и ягонаи лапанда тавсиф менамоянд.

Дар параграфи сеюм натиҷаҳои амсиласозии ададии таъсироти мутақобилаи СЛТ – гирдбодҳои топологии навъи Белавин-Поляков (7) ва ДД (8) оварда шудааст (расми 2). Хосияти парокандашавии гирдбодҳои топологии (7) ба ошӯбҳои локалишуда (ОЛ), ки дорои заряди топологии (ЗТ) нисфӣ ($Q_t = 1/2$) мебошанд ва дар ҳамвории ДД бо суръати рӯшноӣ ($c = 1$) ҳаракат мекунанд, муайян карда шуд. Методҳои таҳияшудаи таҳқиқоти ададӣ тамоми спектри

қиматҳои ЗТ ($Q_t = 1, 2, 3, \dots$) гирдбодҳои навъи (7)-ро дар бар мегиранд ва ҳамин тавр, натиҷаҳои таҳқиқоти шабеҳи муаллифони хориҷиро, ки барои қимати воҳидии ЗТ ($Q_t = 1$) ҳосил намуда буданд²⁵, умумӣ менамоянд.



Расми 2 – Таъсири мутақобила ва ба ОЛ парокандашавии гирдбоди топологӣ ҳаракаткунандаи (7) ($v(t_0) \approx 0.447$) ва дорои ЗТ $Q_t = -3$ бо ДД статсионарии (8) ($v(t_0) = 0.0$) навъи Неел: а) сохтори изоспинӣ барои $t = 0.0$; б) ДН барои $t \in [0.0, 25.5]$

Дар қисми охири ин параграф натиҷаҳои амсиласозии ададии таъсири мутақобилаи “сезаррагии” ХЛТ-и шакли (7) ва (8) дар конфигуратсияи зерин оварда шудааст (расми 3):

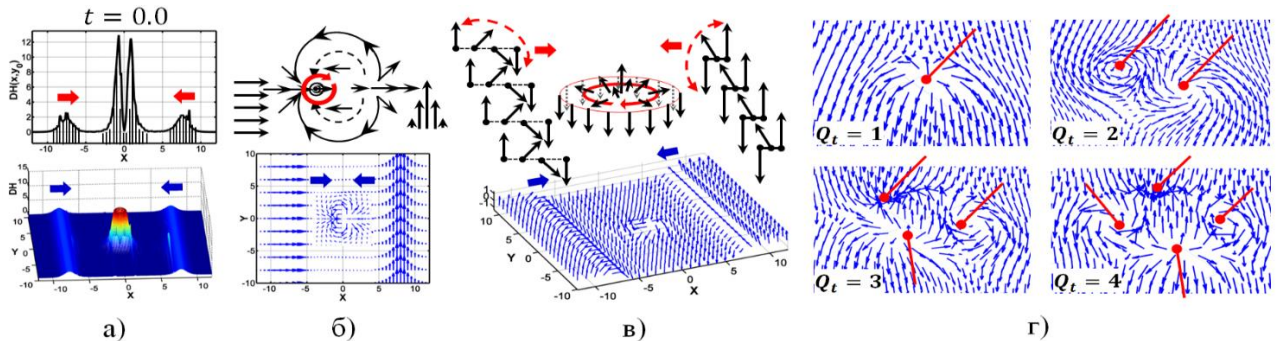
$$\mathbf{S}_{K(0)+V+Ak(\pi)} = \mathbf{S}_{Kink}(0) \rightarrow \mathbf{S}_{Vortex} \leftarrow \mathbf{S}_{Antikink}(\pi), \quad (9)$$

ки дар инҷо

$$\mathbf{S}_{Kink}(0) = (1 + e^{2x})^{-1} \begin{pmatrix} 2e^x \\ 0 \\ 1 - e^{2x} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{S}_{Vortex} = 2(1 + r^6)^{-1} \begin{pmatrix} (x^3 - 3xy^2) \cos \tau - (y^3 - 3x^2y) \sin \tau \\ (3x^2y - y^3) \cos \tau + (3xy^2 - x^3) \sin \tau \\ 2^{-1}(1 - r^6) \end{pmatrix},$$

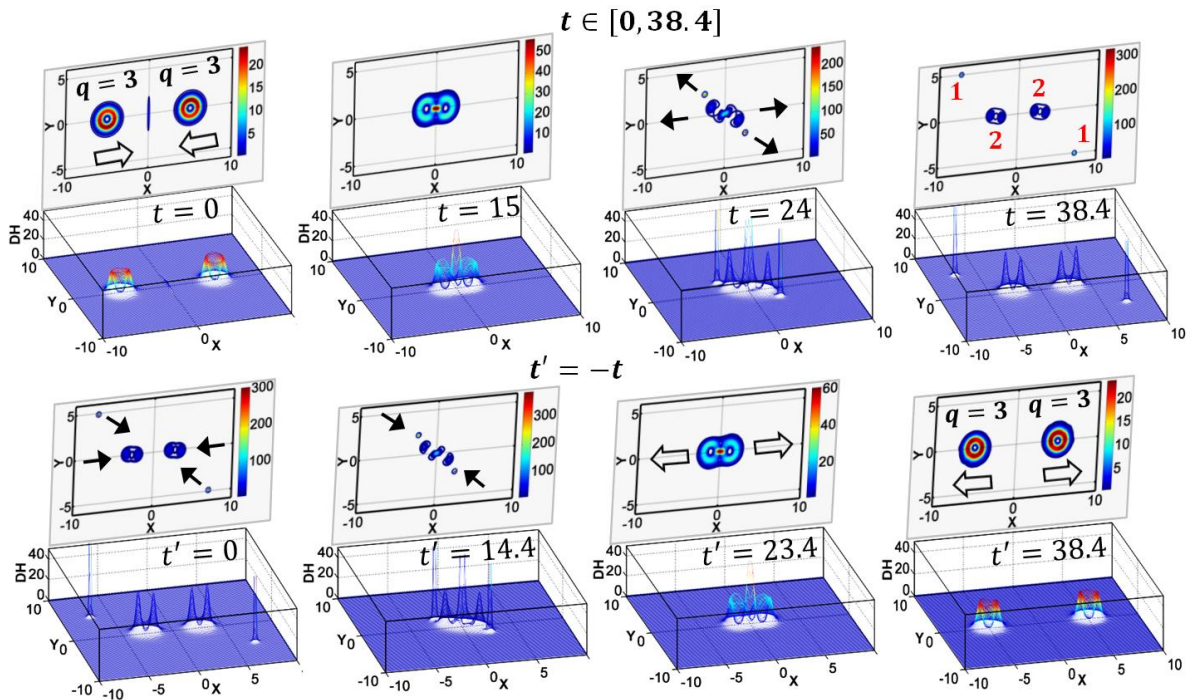
$$\mathbf{S}_{Antikink}(\pi) = -(1 + e^{2x})^{-1} \begin{pmatrix} 2e^x \\ 0 \\ 1 - e^{2x} \end{pmatrix}.$$



Расми 3 – Майдони “сезаррагии” конфигуратсияи (9) дар ҳолати $Q_t = 2$ ва $\epsilon_1 = 0$ (ДД навъи Неел), $\epsilon_2 = \pi/2$ (ДД навъи Блох) ҳангоми $t = 0.0$ (а–в); г) сохтори изоспинии $\mathbf{S}(s_1, s_2, s_3)$ ҳалли (7) барои $Q_t = 1, \dots, 4$

Як қатор хосиятҳои нави системаи таъсироти мутақобилаи ҲЛТ (9) муайян карда шуд.

Параграфи чоруми боби сеюм ба омӯзиши хосиятҳои Т-инвариантнокии $O(3)$ СМҒ (2+1)-ченака дар мисоли равандҳои таъсироти мутақобила, парокандашавӣ ва аннигилятсияи ҳалҳои он дар шакли СЛТ баҳшида шудааст. Барои моделҳои таҳаввулии таъсироти мутақобилаи ҲЛТ намуди (7) ва (8) амалиёти вақти баръакс (ВБ): $t' \rightarrow -t$ татбиқ карда шудааст (расми 4).



Расми 4 – Таъсироти мутақобила ва парокандашавии гирдбодҳои топологии (7), бо ЗТ $Q_t = 3 (v(t_0) \approx \pm 0.287)$: а) барои $t \in [0.0, 38.4]$; б) дар ВБ: $t' \rightarrow -t$

Моделҳои ба даст оварда шуданд, ки раванди муттаҳидшавии мавҷҳои ихроҷшуда ва ташаккули ҳолати ибтидоии майдони СЛТ зери таъсироти мутақобила қарордоштаро тавсиф мекунанд ва ҳамин тавр, хосияти Т-инвариантнокии $O(3)$ СМҒ (2+1)-ченакаи таҳқиқшаванда тасдиқ карда шуда, дақиқии он дар тавсифи падидаҳои ғайрихаттӣ, инчунин саҳеҳияти алгоритмҳо, нақшаҳои ададӣ ва барномаҳои компютерӣ таҳияшуда нишон дода шудааст.

Боби чоруми таҳқиқоти диссертатсионӣ низ аз чор параграф иборат буда, ба амсиласозии математикии ҲЛ МТҒ (2+1)-ченака дар шакли СЛ лаппанда – бризерҳо баҳшида шудааст.

Дар параграфи аввал натиҷаҳо вобаста ба муайян кардани шакли аналитикии ҳалли нави бризерии муодилаи (2+1)-ченакаи СГ

$$u_{tt} - u_{xx} - u_{yy} + \sin u = 0 \quad (10)$$

бо методи қимати миёнаи лагранжиан дар шакли зерин:

$$u(x, y, t) = -4 \arctg \left[\lambda (1 - \lambda^2)^{-\frac{1}{2}} \sin(\varphi) \operatorname{sech}(\lambda x) \operatorname{sech}(\lambda y) \right], \quad (11)$$

$$\lambda(t, D) = \pm \operatorname{th} \left(\sqrt{3} D \sqrt{\frac{-1 \pm \sqrt{1 + \sqrt{2} t \frac{D^2 - 288}{3D}}}{D^2 - 288}} \right), \quad (11.1)$$

$$\varphi(t, D) = - \frac{\sqrt{1 - \lambda^2} + \lambda \arcsin(\lambda)}{4\lambda} D. \quad (11.2)$$

оварда шудааст. Баъдан, бо истифода аз ҳалли (11)-и модели (10) ҳамчун ҳалли заминавӣ ва илова намудани ошӯби ба таври махсус интихобшуда

$$\varphi(x, y, t) = \varphi_c(x, y, t_0) + \omega \tau, \quad \omega \neq 0.0, \quad (12)$$

тавассути ҳалли масъалаи Коши ҳалли нави ададии $O(3)$ СМҒ дар шакли бризер ба даст оварда шудааст, ки онро ба таври зерин навиштан мумкин аст (бо истифодаи параметрҳои изопинӣ):

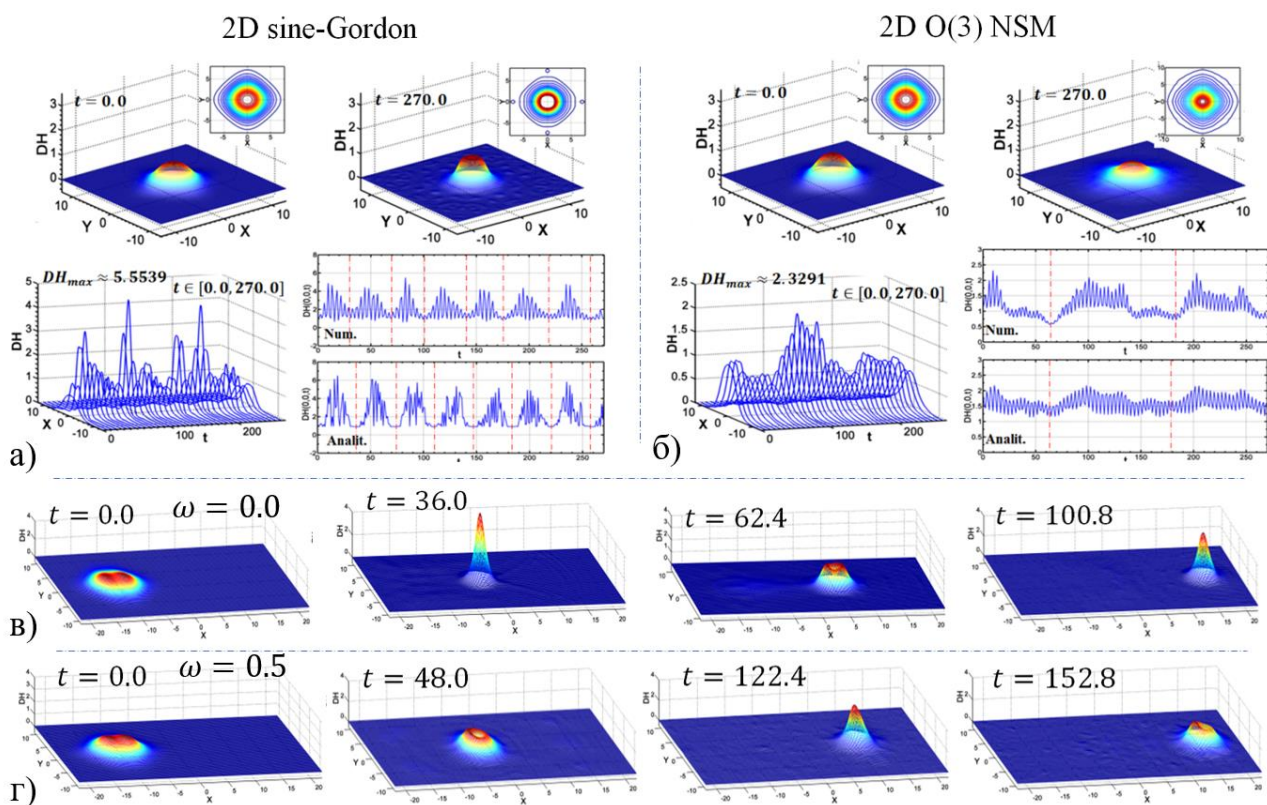
$$s_1 = - \frac{2\xi}{1 + \xi^2} \cos \varphi, \quad s_2 = - \frac{2\xi}{1 + \xi^2} \sin \varphi, \quad s_3 = \frac{1 - \xi^2}{1 + \xi^2}, \quad (13)$$

$$\xi(x, y, t) = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \lambda^2}} \frac{\sin(\varphi)}{\cosh(\lambda x) \cosh(\lambda y)}.$$

Параграфи дуюм ба амсиласозии ададии таҳаввули ҳалҳои нави бризерии (11) ва (13)-и дар параграфи қаблӣ тавсифшуда бахшида шуда, дар он нишон дода шудааст, ки ин ҳалҳо дар ҳолатҳои статсионарӣ ва ҳаракаткунанда устувор мебошанд (расми 5). Интегралҳои энергияи ҳалҳои мазкур дар муддати миқдори кифоя зиёди даврҳои итератсионӣ ($n_\tau = 4.5E4$) бо дақиқияти баланд $\Delta E n / E n_0 \in [10^{-6} - 10^{-5}]$ нигоҳ дошта шудааст. Ҳамин тавр, нишон дода шуд, ки ҳалҳои бризерии (11) ва (13)-и дар таҳқиқоти диссертатсионӣ ёфташуда, таҳқиқоти шабеҳи муаллифони хоричиро²⁴, ки ҳалҳои дученакаи бризерии муодилаи СГ (10)-ро бо вақти кӯтоҳи таҳаввул ба даст овардаанд, мукамал ва умумӣ менамоянд.

Дар параграфи сеюми боби чорум натиҷаҳои амсиласозии ададии равандҳои таъсироти мутақобилаи ҳалҳои нави бризерии (11) ва (13) оварда шудаанд, ки дар он моделҳои шарҳдиҳандаи бархӯрди бевоситаи онҳо ба даст оварда шудаанд. Бризерҳои бархӯранда, аз ҷумла, ба СЛ лаппандаи ягона муттаҳхид мешаванд, инъикос меёбанд ва ҳамчунин аз дохили ҳамдигар мегузаранд. Ҳамин тавр, устувории ҳалҳои бризерии (11) ва (13), ки дар таҳқиқоти диссертатсионӣ ба даст оварда шудаанд дар раванди таъсироти мутақобила низ нишон дода шудааст.

Параграфи чорум ба амсиласозии ададии равандҳои таъсироти мутақобилаи ҳалҳои бризерии (11) ва (13) бо ҲЛТ намуди (7) ва (8) бахшида шудааст. Як қатор хосиятҳои нави равандҳои таъсироти мутақобилаи байни ин ҲЛ динамикӣ ва топологӣ муайян ва аёнсозӣ карда шудаанд, аз ҷумла – зуҳури падидаи дуртаъсиркунӣ, гузариши ОЛ ҲЛД аз дохили ДД, ҳамчунин равандҳои вайроншавии бризерҳои (11) ва (13) бо сабаби устувории топологии ҳалҳои (7) ва (8).



Расми 5 – Таҳаввули ДН ҳалҳои бризерии (11) бо дарназардошти (12) ва (13). Бризерҳои статсионарӣ ($v(t_0) = 0.0$) барои $t \in [0.0, 270.0]$: а) СГ (10); б) О(3) НСМ (3) ($\omega = 0.5$). Бризерҳои ҳаракаткунанда ($v(t_0) = 0.707$): в) СГ (10); г) О(3) НСМ (3) ($\omega = 0.5$)

Боби панҷуми таҳқиқоти диссертатсионӣ аз се параграф иборат буда, ба амсиласозии математикии баъзе масъалаҳои марбут ба динамикаи системаҳои квантӣ бо қимати баланди спин – $S = j\hbar$ ($j > 1/2$) бахшида шудааст.

Дар параграфи якум маълумоти умумӣ доир ба системаҳои динамикии квантӣ оварда шуда, дар он таҳлили муфассали масъалаҳои амсиласозии компютери таҳаввули системаҳои квантии бисёрченака оварда шудааст, ки аз ҷумла, бо экспоненсиалӣ афзоиш ёфтани фазои гилбертӣ алоқаманд мебошанд. Ёдрас менамоем, ки дараҷаҳои озодии спинӣ дар системаҳо бо қимати спинии $S > \hbar/2$ нисбат ба системаҳои сатҳи заминавии $S = \hbar/2$ барои таҳлили ададӣ талаботи бештар мегузоранд. Дар натиҷа, фазои гилбертӣ $(2j + 1)N$ ҳолатро барои N зарраҳо дар бар мегирад, ки аз ҷумла, диагонализатсияи дақиқро алақай барои N -ҳои хурд ба таври назаррас мурқаб менамояд.

Параграфи дуюми боби панҷум ба татбиқи методи Майорана барои ҳалли бархе аз масъалаҳо, вобаста ба муаммои амсиласозии математикии системаҳои квантӣ бо адади баланди спинӣ бахшида шудааст. Ёдрас менамоем, ки ҳолати спинии квантии ҳолиси дусатҳиро ($|\psi\rangle^{(S=\pm\hbar/2)}$) бо нуқтаи сфераи Блох S^2 (расми 1, а) шарҳ додан мумкин буда, таҳаввули ин системаро бо масири нуқтаи (P') сфераи мазкур якмаъно ифода намудан мумкин аст. Дар таҳқиқоти Майорана⁴¹ нишон дода шудааст, ки масъаларо тавассути ба ҷои як нуқтаи сохтори

геометрии бисёрченака $(|\psi\rangle_{(2S)}^{(S>j\hbar)})$, $j \geq 1/2$: $S^D \in \mathbb{R}^{D+1}$, $D \geq 3$) дохил кардани миқдори бештари нуқтаҳо $(2j)$ дар хати рости проективии комплексӣ $\mathbb{C}P^1$, ки бо сфераи Блох S^2 (5) алоқамандӣ дорад, ба таври назаррас содда намудан мумкин аст. Аз он чумла, дар ин параграф системаи полиномҳои Майорана барои ҳолати умумӣ ($S \geq \hbar/2$), ки дар шакли зерин муайян гардидааст, оварда шудааст:

$$\left\{ \begin{array}{l} C_{+\frac{1}{2}}^{(\hbar/2)} \zeta - C_{-\frac{1}{2}}^{(\hbar/2)} = 0 \\ C_{+1}^{(\hbar)} \zeta^2 - \sqrt{2} C_0^{(\hbar)} \zeta + C_{-1}^{(\hbar)} = 0 \\ C_{+\frac{3}{2}}^{(\frac{3\hbar}{2})} \zeta^3 - \sqrt{3} C_{+\frac{1}{2}}^{(\frac{3\hbar}{2})} \zeta^2 + \sqrt{3} C_{-\frac{1}{2}}^{(\frac{3\hbar}{2})} \zeta - C_{-\frac{3}{2}}^{(\frac{3\hbar}{2})} = 0 \\ C_{+2}^{(2\hbar)} \zeta^4 - 2C_{+1}^{(2\hbar)} \zeta^3 + \sqrt{6} C_0^{(2\hbar)} \zeta^2 - 2C_{-1}^{(2\hbar)} \zeta + C_{-2}^{(2\hbar)} = 0 \\ C_{+\frac{5}{2}}^{(\frac{5\hbar}{2})} \zeta^5 - \sqrt{5} C_{+\frac{3}{2}}^{(\frac{5\hbar}{2})} \zeta^4 + \sqrt{10} C_{+\frac{1}{2}}^{(\frac{5\hbar}{2})} \zeta^3 - \sqrt{10} C_{-\frac{1}{2}}^{(\frac{5\hbar}{2})} \zeta^2 + \sqrt{5} C_{-\frac{3}{2}}^{(\frac{5\hbar}{2})} \zeta - C_{-\frac{5}{2}}^{(\frac{5\hbar}{2})} = 0, \\ \dots \\ \sum_{r=0}^{2S} (-1)^r N_r^{(S)} C_{S-r} \zeta^{2S-r} = 0 \end{array} \right. \quad (14)$$

ки дар инҷо $N_r^{(S)}$ – функцияи характеристикӣ мебошад

$$N_r^{(S)} = \begin{cases} 1, & r = 0 \cup r = 2S \\ \sqrt{\left(N_{r-1}^{(S-\frac{1}{2})}\right)^2 + \left(N_r^{(S-\frac{1}{2})}\right)^2}, & 0 < r < 2S \end{cases} \quad (14.1)$$

Дар параграфи сеюм натиҷаҳои ҳисоби функцияҳои коррелятсионии ҳолатҳои самтноки системаҳои квантӣ оварда шудаанд. Қайд менамоем, ки тавсифи Майорана барои системаҳои спинии квантӣ тавассути $(2j)$ нуқтаҳои репрезентативӣ (P') дар мавриди ҳолатҳои самтнок $\angle POP' = \pi$ (расми 6, а) махсусан содда мегардад, ки дар он ҳар яке аз ду ҳолатҳои $|\psi\rangle_{(2S)}^{(OP)}$, $|\psi\rangle_{(2S)}^{(OP')}$ мувофиқан дорои адади спинии $m\hbar|\frac{\hbar}{2}$, $m'\hbar|\frac{\hbar}{2}$ мебошанд. Дар ҳолати умумӣ, эҳтимолияти мувофиқаи байни ин ҳолатҳоро ҳангоми $\angle POP' = \alpha$, ки дар таҳқиқоти Майорана⁴¹ муайян гардидааст, дар шакли зерин навиштан мумкин аст:

$$\mathbb{P}_{cor}(F(\hbar)) = F_1 F_2^2, \quad (15),$$

$$F_1(\alpha, j, m, m') = \left(\cos \frac{\alpha}{2}\right)^{4j} (j+m)! (j-m)! (j+m')! (j-m')!,$$

$$F_2(\alpha, r, j, m, m') = \sum_{r=0}^{2j} \frac{(-1)^r \left(\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}\right)^{2r-m+m'}}{r!(r-m+m')!(j+m-r)!(j-m'-r)!}.$$

Дар таҳқиқоти диссертатсионии мазкур қиматҳои $\mathbb{P}_{cor}(F_k(S))$ системаҳои квантии самтнок (расми 6) барои $S = j\hbar$ ($j \geq 1/2$) дар шакли зерин ҳисоб карда шуданд:

$$\mathbb{P}_{cor}(F(S)) = \begin{cases} \cos^{4S} \frac{\alpha}{2} & |m|, |m'| = S \frac{n}{2} \\ \frac{1}{G} \cos^{4(S-1)} \frac{\alpha}{2} \Psi_{(1)}^2(S) & |m|, |m'| = S \frac{n}{2} - 1 \\ \frac{1}{G^2} \cos^{4(S-2)} \frac{\alpha}{2} \Psi_{(2)}^2(S) & |m|, |m'| = S \frac{n}{2} - 2 \\ \dots \\ q_k \cos^{4(S-k)} \frac{\alpha}{2} \Psi_{(k)}^2(S) & |m|, |m'| = S \frac{n}{2} - k \end{cases}, \quad (16)$$

$$\Psi_k^2(S) = C_k^{(j)} \cos^k \alpha + C_{k-1}^{(j-1)} \cos^{k-1} \alpha + \dots + C_1^{(2)} \cos^1 \alpha + C_0^{(1)},$$

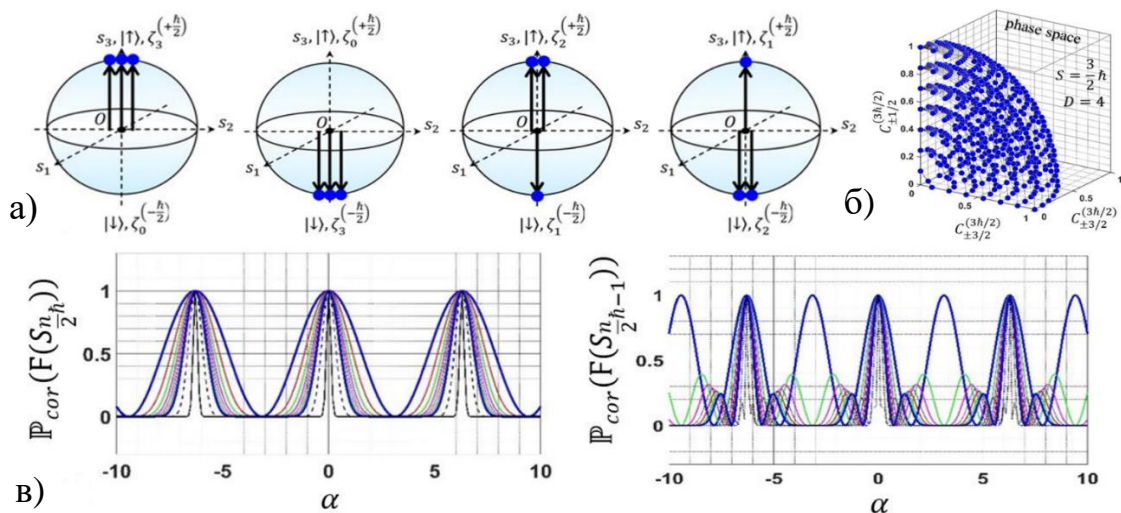
$$q_k = G^{-k}, k = 0, 1, 2, 3, \dots, n = 1, 2, 3, \dots$$

Дар ин ҳолат, C_k^S намуди зерин доранд:

$$\left\{ \begin{array}{l} C_0^{(j)} = \{1, j_1 \\ C_1^{(j)} = 2 \begin{cases} 1 - S, & j_1 \\ S, & j_2 \end{cases} \\ C_2^{(j)} = \begin{cases} 2S^2 - 9S + 8, & j_1 \\ -2(2S^2 - 5S + 2), & j_2 \\ S(2S - 1), & j_3 \end{cases} \\ C_3^{(j)} = 2 \begin{cases} -3^{-1}(2S^3 - 21S^2 + 64S - 57), & j_1 \\ 2S^3 - 15S^2 + 31S - 18, & j_2 \\ -2S^3 - 9S^2 + 10S - 3, & j_3 \\ 3^{-1}(2S^3 - 3S^2 + S), & j_4 \end{cases} \\ C_4^{(j)} = 3^{-1} \begin{cases} 2^{-1}(4S^4 - 76S^3 + 491S^2 - 1283S + 1152), & j_1 \\ -2(4S^4 - 60S^3 + 299S^2 - 591S + 396), & j_2 \\ 3(4S^4 - 44S^3 + 155S^2 - 211S + 96), & j_3 \\ -2(4S^4 - 28S^3 + 59S^2 - 47S + 12), & j_4 \\ 2^{-2}(2S - 3)(2S - 2)(2S - 1)S, & j_5 \\ \dots & \dots \end{cases} \end{array} \right. \quad (17)$$

Боби шашуми таҳқиқоти диссертатсионӣ аз ду параграф иборат буда, ниҳой мебошад ва ба муҳокимаи натиҷаҳои бадастомада, муқоиса бо таҳқиқоти муаллифони дигар, инчунин баррасии баъзе масъалаҳои татбиқи амалии онҳо бахшида шудааст.

Дар параграфи аввал баррасии умумии натиҷаҳои дар ҷаҳорҷӯбаи МТҒ (2+1)-ченака ва системаҳои квантӣ бо қимати баланди спин бадастомада оварда шудааст.



Расми 6 – а) тавсифи Майорана барои системаҳои самтноки спини квантӣ $|\psi\rangle_{(2S)}^{(OP)}$, $|\psi\rangle_{(2S)}^{(OP)}$ дар сфераи Блох S^2 (5) барои $S = 3\hbar/2$; б) тақсимоти қиматҳои $C_r^{(S\hbar)}$ барои $S = 3\hbar/2$ (дар фазои фазавии сфераи S^3); в) тақсимоти қиматҳои $\mathbb{P}_{cor}(F(S))$ барои қиматҳои $S: n\hbar/2$ (аз чап) ва $n\hbar - 1$ (аз рост)

Параграфи дуюми боби шашум ба баррасии муфассали потенциали илмию амалии натиҷаҳои бадастомада ва муқоисаи онҳо бо таҳқиқоти муаллифони дигар бахшида шудааст. Намунаи ҳисобкунии параметрҳои воқеии физикии моделҳои таҳаввулии наносохторҳои локалишуда, ки дар таҳқиқоти диссертатсионии мазкур ҳосил карда шудаанд, оварда шудааст. Аз ин ҷумла, дар асоси методҳои маълум раванди ҳисоб кардани бари ДД плёнкаи никелӣ оварда шуда, дар натиҷаи он ифодаи зерин ҳосил карда шудааст:

$$\sqrt{\frac{kT_c}{a\beta S^2}} \approx 25 \text{ нм}, \quad (18)$$

ки бо маълумоти адабиётӣ мувофиқаи хуб дорад⁴⁴.

⁴⁴ Wei, J. Tunable Magnetic Domain Patterns in Thickness-Gradient Nickel [Text] / J.We, S.Yu, L.Li et al. // ACS Omega. – 2023. – Vol. 8. – P. 31178–31187. – <https://doi.org/10.1021/acsomega.3c03188>.

ХУЛОСАҲО

Натиҷаҳои амсиласозии математикии таҳаввули падидаҳои ғайрихаттӣ ва равандҳои системаҳои спинии квантӣ, ки бо назарияҳои моделии таҳқиқшаванда, муодилаҳои таҳаввулии ғайрихаттӣ – синус-Гордон ва $O(3)$ сигма-моделии ғайрихаттӣ ($S = j\hbar$, $j = 1/2$) шарҳ дода мешаванд, инчунин баъзе хосиятҳои системаҳо бо қимати баланди спин ($j > 1/2$), ки дар таҳқиқоти диссертатсионии мазкур ба даст оварда шудаанд, нав буда, аҳамияти илмию амалӣ доранд ва аз қисмҳои техникӣ ва илмию-таҳқиқотии дар поён тавсифшуда иборат мебошанд.

Қисми техникӣ (таҳлили адабии масъалаҳои гузошташуда ва амсиласозии компютерӣ):

– алгоритми амсиласозии адабии равандҳои таҳаввули таъсири мутақобилаи сохторҳои локалишудаи динамикӣ ва топологии муодилаҳои таҳаввулии ғайрихаттии $(2+1)$ -ченака бо истифода аз хосиятҳои проексияи стереографии фазои комплексӣ $z(x, y)$ ба сфераи Блох, тариқи компактификасияи $S^2 - R_{comp}^2$ кор карда баромада шуданд; нақшаҳои сеқабатаи фарқии возеҳи тартиби дуҷуми дақиқият нисбати вақт ва фазо – $O(\tau^2 + h_{x,y}^2)$ таҳия гардиданд, ки тавассути онҳо масъалаи ҳалли муодилаҳои дифференсиалии ибтидоӣ ба масъалаи ҳалли муодилаҳои алгебравӣ оварда шудааст; мучтамаъи барномаҳои компютерӣ барои ҳисобҳои итератсионии параметрҳои ҳалҳои адабии системаҳои алгебравӣ – муодилҳои моделии муодилаҳои таҳаввулии ғайрихаттии таҳқиқшаванда дар фазо ва вақти $(2+1)$ -ченака кор карда баромада шуданд; мучтамаъи барномаҳои компютерӣ барои аёнсозии додаҳои рақамии дар асоси натиҷаҳои ҳисобҳо дар гиреҳҳои тор ($h_{x,y}^{n+1} = h_{x,y}^n + h_{x,y}^0$) ва қабатҳои вақтӣ ($t_{n+1} = t_n + \tau$) ҳосилшаванда кор карда баромада шуданд; ҳисобҳои санҷишӣ ва озмоиши мучтамаъи барномаҳои таҳияшуда дар ҳалҳои маълуми моделҳои таҳаввулии ғайрихаттии $(2+1)$ -ченака (муодилаи синус-Гордон) [25–А–36–А] гузаронида шуданд.

Қисми илмию таҳқиқотӣ:

– моделҳои адабии сохторҳои локалишудаи топологии $(2+1)$ -ченакаи лаппанда дар ҳолатҳои статсионарӣ, ҳаракаткунанда ва таъсири мутақобила ба даст оварда шуданд, бо таҷрибаҳои адабӣ устувории ҳалҳои бадастомада нишон дода шуда, як қатор хосиятҳои нави онҳо муайян карда шудааст [3–А, 54–А];

– моделҳои адабии равандҳои таҳаввули таъсири мутақобилаи девораҳои домени $(2+1)$ -ченака ба даст оварда шуданд, ки дар онҳо, аз ҷумла, ҳолатҳои муттаҳидшавӣ ба сохтори устувори лаппанда ва дуртаъсиринамӣ қайд гардида, шартҳои ташаккули падидаҳои мазкур муайян карда шудаанд [2–А, 3–А, 5–А, 8–А, 17–А, 50–А, 52–А, 61–А, 66–А];

– моделҳои адабии равандҳои таҳаввули таъсири мутақобилаи девораҳои домени $(2+1)$ -ченака бо гирдбодҳои топологӣ ба даст оварда шуда, дар онҳо

хосиятҳои аннигилятсияи марҳилавии гирдбодҳо дар ҳамвории девораҳои доменӣ барои дилҳо қимати заряди топологӣ қайд карда шуд ва ҳамин тавр, таҳқиқоти шабеҳи гурӯҳи муаллифони хоричӣ, ки барои ҳолати воҳидии заряди топологӣ ба даст оварда буданд, мукамал карда шудааст [2–А, 3–А, 7–А, 15–А, 21–А, 48–А, 49–А, 51–А, 58–А, 64–А, 67–А, 77–А, 80–А, 83–А, 84–А];

– моделҳои таҳаввули таъсироти мутақобилаи майдонҳои локалишудаи топологӣ дар вақти баръакс ($t' = -t$) ба даст оварда шуда, хосияти Т-инвариантнокии назарияҳои моделии таҳқиқшаванда, саҳеҳии алгоритмҳо, нақшаҳои ададӣ ва муҷтамаъи барномаҳои коркардшуда тасдиқ карда шудааст [18–А–20–А, 80–А–82–А, 84–А–86–А, 92–А, 95–А];

– моделҳои ададии равандҳои таҳаввули таъсироти мутақобилаи «сезаррагии» сохторҳои локалишудаи топологӣ (2+1)-ченака – гирдбодҳои топологӣ ва сарҳадҳои доменҳои магнитӣ дар конфигуратсияҳои гуногуни фазой ба даст оварда шуда, як қатор хосиятҳои нави моделҳои таҳияшуда муайян карда шуданд [14–А, 16–А, 88–А, 89–А];

– намуди аналитикии ҳалҳои бризерии муодилаҳои таҳаввулии ғайрихаттии (2+1)-ченакаи таҳқиқшаванда (синус-Гордон, O(3) сигма-модели ғайрихаттӣ) ба даст оварда шуда, тавассути амсиласозии ададӣ устувории онҳо нишон дода шуд, ки таҳқиқоти шабеҳи гурӯҳи муаллифони хоричиро умумӣ ва мукамал менамоянд [6–А, 9–А, 13–А, 22–А, 39–А, 40–А, 42–А–44–А, 55–А, 59–А, 60–А, 62–А, 63–А, 65–А, 68–А, 70–А, 75–А, 79–А];

– моделҳои ададии равандҳои таъсироти мутақобилаи сохторҳои локалишудаи топологӣ (гирдбодҳо, девораҳои доменӣ) бо ҳалҳои бризерии муодилаҳои таҳаввулии ғайрихаттии (2+1)-ченака оварда шуда, хосиятҳои моделҳои бадастовардашуда омӯхта шуданд [1–А–4–А, 61–А];

– системаи полиномҳои тавсифи Майорана таҳқиқ карда шуда, шакли умумии функцияи тақсироти эҳтимолияти мувофиқати ҳолатҳои самтноки спинӣ $\mathbb{P}_{cor}(F(S))$ барои ҳолати $j \geq 1/2$ ба даст оварда шудааст [23–А, 24–А, 91–А, 93–А, 94–А].

Таҳқиқоти гузаронидашуда ва натиҷаҳои бадастовардашуда назарияи системаҳои спинии квантиро, ки падидаҳои ғайрихаттӣ ва таъсироти мутақобилаи ошӯбҳои майдониро дар доираи сигма-моделҳои ғайрихаттӣ ва системаҳои дорой қимати баланди спин тавсиф мекунанд, мукамал менамоянд.

ТАВСИЯҲО ОИД БА ИСТИФОДАИ АМАЛИИ НАТИҶАҲО

Натиҷаҳои дар таҳқиқоти диссертатсионии мазкур ба даст овардашударо дар амалия, аз ҷумла дар самтҳои илмталаби соҳаҳои зерини хоҷагии халқ истифода бурдан мумкин аст:

– ҳалҳои локалишудаи топологӣ (гирдбодҳои топологӣ ва девораҳои доменӣ)-и дученака, ки хосиятҳои нави онҳо дар таҳқиқоти диссертатсионӣ муайян ва тавсиф шуданд – яке аз наносохторҳои локалишудаи асосӣ ва ояндадор барои истифодабарӣ дар таҷҳизоти хотираи ғаврии магнитии инноватсионӣ мебошанд;

– гирдбодҳои дученакаи топологӣ, ки дар маводҳои дорои тартиби магнитӣ ё немагнитӣ мушоҳида мешаванд барои коркарди дастгоҳҳои спинтронӣ заминаи ояндадори унсурӣ ва функционалӣ мебошанд. Моделҳои адабии таҳаввулӣ, ки дар таҳқиқоти диссертатсионӣ ба даст оварда шудаанд, оид ба динамикаи сохторҳои локалишудаи мазкур маълумоти иловагӣ пешниҳод менамоянд;

– хосиятҳои нави равандҳои таъсири мутақобилаи «сезаррагӣ», ки моделҳои таҳаввули адабии онҳо дар таҳқиқоти диссертатсионӣ ба даст оварда шудаанд, дар кор карда баромадани калидҳои мантиқӣ барои ҳисобҳои оптикӣ истифода шуда метавонанд ва барои беҳтар намудани сифати системаҳои алоқаи оптикӣ мубрам мебошанд;

– методҳои таҳияшудаи таҳқиқи хосияти Т-симметрияи падидаҳои физикӣ дар аёнсозии тиббӣ, назорати импульсӣ-аксӣ, коркарди таҷҳизоти нанофотонӣ, ҳифзкунадаҳои тағйирпазири оптикӣ тангбар, инчунин дар акустикаи зеринӣ ва омӯзиши мавҷҳои экстремалӣ аҳамияти муҳими амалӣ доранд;

– ҳалҳои нави дученакаи бризерии бо методҳои аналитикӣ ва ададӣ ёфташуда, дар соҳаи оптика ва системаҳои нахӣ ғайрихаттӣ мубрам мебошанд ва дар шаклбандии импульсҳои устувори энергияшон баланд истифода шуда метавонанд, ки сифати алоқаро дар масофаҳои калон баланд мекунанд;

– усулҳои таҳияшудаи таҳқиқи баъзе аз масъалаҳои амсиласозии математикии равандҳои таҳаввулии системаҳои квантӣ бо қимати баланди спин ($S = j\hbar$, $j > 1/2$) низ дорои спектри васеи татбиқҳои амалӣ ва ояндадор мебошанд, оғоз аз оптикаи квантӣ, ки имкон медиҳад ҳолати квантии гуногун аз когерентӣ то бо дақиқияти баланд ташаккулёбии печидаи бисёркубитии тақсимшуда барои шабакаҳои коммуникатсионӣ ва ҳисоббарории квантӣ дар миқёси калон тарҳрезӣ карда шавад;

– алгоритмҳо, нақшаҳои ададӣ ва мучтамаъи барномаҳои компютерӣ таҳияшуда имкон медиҳанд сохторҳои локалишудаи динамикӣ ва топологӣ муодилаҳои таҳаввулии ғайрихаттии (2+1)-ченака, ки дар қори диссертатсионӣ таҳқиқ шудаанд, дар ҳолатҳои статсионарӣ, ҳаракаткунанда ва таъсири мутақобила амсиласозӣ ва дар шакли динамикӣ аёнсозӣ карда шаванд;

– натиҷаҳои ба даст овардашуда ҳосиятҳо ва тарҳҳои навро ифода мекунанд, ки динамикаи равандҳои магнитиро дар микро- ва наномикроскоп тавсиф мекунанд, дар таҳқиқоти бунёдӣ ва технологияҳо истифода шуда метавонанд, ҳамчунин метавонанд дар муассисаҳои илмӣ-таҳқиқотӣ ва таҳсилоти олии касбӣ истифода шаванд, ки дар онҳо таҳқиқот аз рӯйи амсиласозии математикӣ, коркарди методҳои адабӣ ва барномаҳои компютерӣ барои омӯзиши падидаҳои ғайрихаттӣ гузаронида мешаванд.

ФЕҲРИСТИ ИНТИШОРОТИ ДОВТАЛАБИ ДАРЁФТИ ДАРАҶАИ ИЛМӢ ДОИР БА МАВЗУИ ДИССЕРТАТСИЯ

Монографияҳо

- [1–М]. Шокиров, Ф.Ш. Динамические и топологические солитоны в нелинейных сигма-моделях [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров. – Душанбе: «Дониш». – 2014. – 387 с. – ISBN: 978-99975-44-49-0.
- [2–М]. Шокиров, Ф.Ш. Динамика локализованных структур в нелинейных моделях теории поля [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров. – М.: Нобель Пресс. – 2015. – 388 с. – ISBN: 978-5-519-49053-5.
- [3–М]. Шокиров, Ф.Ш. Математическое моделирование нелинейных динамических систем квантовой теории поля [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров. – Новосибирск: Изд-во СО РАН. – 2017. – 375 с. – ISBN: 978-5-7692-1547-6.

Мақолаҳо дар маҷаллаҳои тақризишаванда

- [4–М]. Шокиров, Ф.Ш. Взаимодействие бризера с доменной стенкой в двумерной $O(3)$ нелинейной сигма-модели [Текст] / Ф.Ш.Шокиров // Компьютерные исследования и моделирование. – 2017. – Т. 9(5). – С. 773–787. – doi: 10.20537/2076-7633-2017-9-5-773-787. (**Scopus**).
- [5–М]. Шокиров, Ф.Ш. Динамика взаимодействия блоховских доменных границ в двумерной нелинейной сигма-модели [Текст] / Ф.Ш.Шокиров // Вестник ЮУрГУ. Серия «Математическое моделирование и программирование». – 2017. – Т. 10(4). – С. 132–144. – doi: <https://doi.org/10.14529/mmp170413>. (**Scopus, Web of Science**).
- [6–М]. Шокиров, Ф.Ш. Новые двумерные бризерные решения $O(3)$ векторной нелинейной сигма-модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. – 2011. – Т. 54 (10). – С. 825–830.
- [7–М]. Шокиров, Ф.Ш. Динамика взаимодействия топологических вихрей с доменной стенкой в $(2+1)$ -мерной нелинейной сигма-модели [Текст] /

- Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. – 2015. – Т. 58 (4). С. 302–308.
- [8–М]. Шокиров, Ф.Ш. Динамика взаимодействия доменных границ в $(2+1)$ -мерной $O(3)$ нелинейной сигма-модели [Текст] / Х.Х. Муминов, Ф.Ш. Шокиров // Известия Академии наук Республики Таджикистан. – 2015. – Т. 161 (4). – С. 57–64.
- [9–М]. Шокиров, Ф.Ш. Формирование и эволюция бризеров $(2+1)$ -мерной $O(3)$ нелинейной σ -модели [Текст] / Ф.Ш.Шокиров // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. – 2015. – Т. 58(11). – С. 990–996.
- [10–М]. Шокиров, Ф.Ш. Взаимодействие динамических и топологических солитонов в $1D$ нелинейной сигма-модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. – 2016. – Т. 59 (3–4). – С. 120–126.
- [11–М]. Шокиров, Ф.Ш. Изоспиновая динамика топологических вихрей [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. – 2016. – Т. 59 (7–8). – С. 320–326.
- [12–М]. Шокиров, Ф.Ш. Численное моделирование топологических вихрей в квазидвумерных системах [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. – 2016. – Т. 59 (11–12). – С. 483–488.
- [13–М]. Шокиров, Ф.Ш. Математическое моделирование бризеров двумерной $O(3)$ нелинейной сигма-модели [Текст] / Ф.Ш.Шокиров // Математическое моделирование и численные методы. – 2016. Т. 4 (12). – С. 3–16. – doi: 10.18698/2309-3684-2016-4-316.
- [14–М]. Шокиров, Ф.Ш. Динамика топологических трехсолитонных взаимодействий в нелинейной сигма-модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Наноструктуры. Математическая физика и моделирование. – 2017. – Т. 16 (2). – С. 53–68.
- [15–М]. Шокиров, Ф.Ш. Численное моделирование процессов формирования топологических вихрей на двумерных доменных стенках [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. – 2017. – Т. 60 (10). – С. 501–507.
- [16–М]. Шокиров, Ф.Ш. Численное моделирование трехсолитонных взаимодействий в двумерной нелинейной сигма-модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Вестник ВГУ. Серия: Физика. Математика. – 2018. – № 1. – С. 24–33.
- [17–М]. Шокиров, Ф.Ш. Динамика взаимодействия разнотипных доменных границ в $(2+1)$ -мерной нелинейной сигма-модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Естественные и технические науки. – 2018. – Т. 2 (116). – С. 152–155.

- [18–М]. Шокиров, Ф.Ш. Численное моделирование процессов аннигиляции взаимодействующих топологических вихрей в обращенном времени [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Вестник НИЯУ «МИФИ». – 2018. – Т. 7 (3). – С. 253–263. – doi: 10.1134/S2304487X18030100.
- [19–М]. Шокиров, Ф.Ш. Численное моделирование процессов взаимодействия и распада топологических вихрей в обращенном времени [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Математика и математическое моделирование. – 2018. – № 2. – С. 1–18. – doi: 10.24108/mathm.0218.0000099.
- [20–М]. Шокиров, Ф.Ш. Динамика взаимодействия топологических солитонов в обращенном времени [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Известия СПбГЭТУ «ЛЭТИ». – 2018. – № 5. – С. 10–22.
- [21–М]. Шокиров, Ф.Ш. Динамика взаимодействия двумерных доменных стенок с топологическим вихрем [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Сибирский физический журнал. – 2018. – Т. 13(2). – С. 5–15. – <https://doi.org/10.25205/2541-9447-2018-13-2-5-15>.
- [22–М]. Шокиров, Ф.Ш. Численное моделирование взаимодействия бризерных решений $(2+1)$ -мерной $O(3)$ нелинейной сигма-модели [Текст] / Ф.Ш.Шокиров // Математическая физика и компьютерное моделирование. – 2018. – Т. 21(4). – С. 64–79. – doi: <https://doi.org/10.15688/mpcm.jvolsu.2018.4.6>.
- [23–М]. Шокиров, Ф.Ш. Представление Майораны для квантовых спиновых систем [Текст] / Ф.Ш.Шокиров // Известия Национальной академии наук Таджикистана. – 2022. – № 1 (186). – С. 62–70.
- [24–М]. Шокиров, Ф.Ш. Математическое моделирование квантовых систем с высоким значением спина [Текст] / Ф.Ш.Шокиров // Известия Национальной академии наук Таджикистана. – 2022. – № 4 (189). – С. 66–76.

**Шаҳодатномаҳо дар бораи бақайдгирии давлатии
мучтамаъи таҳияшудаи барномаҳои компютерӣ**

- [25–М]. Шокиров, Ф.Ш. Комплекс компьютерных программ для проведения численного моделирования и визуализации взаимодействия магнитных вихрей с доменной стенкой в двумерных $O(3)$ нелинейных сигма-моделях непертурбативных квантовых теорий поля [Текст] / Ф.Ш.Шокиров. – Свидетельство о государственной регистрации информационного ресурса. ГУ «НПИЦ» МЭРТ РТ. – 26.10.2015. – №4201500324.
- [26–М]. Шокиров, Ф.Ш. Пакет компьютерных программ для проведения численного моделирования и визуализации эволюции и взаимодействия 180 -градусных доменных стенок неёловского типа в двумерных $O(3)$ векторных нелинейных сигма-моделях [Текст] / Ф.Ш.Шокиров. –

Свидетельство о государственной регистрации информационного ресурса. ГУ «НПИЦ» МЭРТ РТ. – 26.10.2015. – №4201500325.

- [27–М]. Шокиров, Ф.Ш. Параметрическая база данных для генерации новых движущихся бризерных решений 2D O(3) нелинейной сигма-модели [Текст] / Ф.Ш.Шокиров. – Свидетельство о государственной регистрации информационного ресурса. ГУ «НПИЦ» МЭРТ РТ. – 02.06.2016. – №1201600338.
- [28–М]. Шокиров, Ф.Ш. Параметрическая база данных для генерации новых стационарных бризерных решений (2+1)-мерной нелинейной сигма-модели [Текст] / Ф.Ш.Шокиров. – Свидетельство о государственной регистрации информационного ресурса. ГУ «НПИЦ» МЭРТ РТ. – 02.06.2016. – №1201600339.
- [29–М]. Шокиров, Ф.Ш. Комплекс компьютерных программ для численного моделирования эволюции взаимодействия доменных стенок и бризеров (2+1)-мерной нелинейной сигма-модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров. – Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. ФСИС «Роспатент» РФ. – 26.10.2016. – №2016661995.
- [30–М]. Шокиров, Ф.Ш. Программа для численного моделирования взаимодействия осциллирующих солитонов (бризеров) двумерной O(3) нелинейной сигма-модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров. – Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. ФСИС «Роспатент» РФ. – 03.11.2016. – №2016662243.
- [31–М]. Шокиров, Ф.Ш. Программа для численного исследования динамики квазидвумерных топологических вихревых пар в (3+1)-мерной нелинейной сигма-модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров. – Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. ФСИС «Роспатент» РФ. – 06.02.2017. – №2017611544.
- [32–М]. Шокиров, Ф.Ш. Программа для численного исследования динамики взаимодействия квазидвумерных топологических вихрей и доменных стенок в 3D нелинейной сигма-модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров. – Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. ФСИС «Роспатент» РФ. – 15.03.2017. – №2017613314
- [33–М]. Шокиров, Ф.Ш. Программа для численного исследования динамики взаимодействия 180-градусных нееловских и блоховских доменных границ в двумерной нелинейной сигма-модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров. – Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. ФСИС «Роспатент» РФ. – 17.11.2017. – №2017662789.

- [34–М]. Шокиров, Ф.Ш. Программа для численного исследования динамики трехсолитонных взаимодействий – топологического вихря с 180-градусными доменными границами в (2+1)-мерной нелинейной сигма-модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров. – Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. ФСИС «Роспатент» РФ. – 15.11.2017. – №2017662706.
- [35–М]. Шокиров, Ф.Ш. Программа для численного расчёта эволюции взаимодействия (2+1)-мерных пространственно-временных топологических структур в обращенном времени [Текст] / Ф.Ш.Шокиров. – Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. ФСИС «Роспатент» РФ. – 22.11.2018. – №2018664820.
- [36–М]. Шокиров, Ф.Ш. Программа для численного исследования геометрических свойств спиновых когерентных состояний в проективном гильбертовом пространстве [Текст] / Ф.Ш.Шокиров. – Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. ФСИС «Роспатент» РФ. – 22.11.2018, – №2018664769.

Мақола ва фишурдаҳои асосии интишороти дар дигар нашрияҳо

(номгӯи умумӣ дар матни диссертатсия оварда шудааст)

- [37–М]. Shokirov, F.Sh. Numerical simulation of new types of topological and dynamical solitons in non-linear sigma-model [Text] / Kh.Kh.Muminov, F.Sh.Shokirov // 5th Japan-Russia International Workshop MSSMBS'12: Molecular Simulation Studies in Material and Biological Sciences. Book of Abstracts. JINR. Russia. Dubna. – 2012. – P. 47–48.
- [38–М]. Шокиров, Ф.Ш. Поэтапная аннигиляция взаимодействующих топологических солитонов двумерной $O(3)$ векторной нелинейной сигма-модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Современные проблемы прикладной математики, теории управления и математического моделирования. Материалы V Международной конференции. Воронеж: ВГУ. – 2012. – С. 208–210.
- [39–М]. Shokirov, F.Sh. Dynamics of two-dimensional breathers in $O(3)$ vectorial nonlinear sigma-model [Text] / Kh.Kh. Muminov, F.Sh. Shokirov // The Book of abstracts of the International Conference Mathematical modeling and computational physics. Russia, Dubna. – 2013. – P.134.
- [40–М]. Шокиров, Ф.Ш. Распределение плотности энергии движущихся бризеров $O(3)$ векторной нелинейной сигма-модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Современные методы прикладной математики, теории управления и компьютерных технологий (ПМТУКТ-2013): сборник трудов

- VI Международной конференции. Воронеж: Издательство ВГУ. – 2013. – С. 163–165.
- [41–М]. Шокиров, Ф.Ш. Численный анализ структуры топологических солитонов двумерной $O(3)$ векторной нелинейной сигма-модели [Текст] / Ф.Ш.Шокиров // Современные методы теории функций и смежные проблемы: Материалы ВЗМШ. Воронеж: ВГУ. – 2013. – С. 290.
- [42–М]. Шокиров, Ф.Ш. Сброс густка энергии движущимся бризером $O(3)$ векторной нелинейной сигма-модели [Текст] / Ф.Ш.Шокиров // Современные методы теории краевых задач: Материалы ВВМШ «Понтрягинские чтения – XXIV». Воронеж: ВГУ. – 2013. – С. 224.
- [43–М]. Шокиров, Ф.Ш. Эволюция бризеров $O(3)$ векторной нелинейной сигма-модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Материалы Международной конференции по физике конденсированного состояния, посвященной 85-летию академика А.А.Адхамова. Душанбе: «Дониш». – 2013. – С. 209–212.
- [44–М]. Шокиров, Ф.Ш. Численный анализ бризеров 1D и 2D нелинейной сигма-модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Материалы IV международной конференции «Современные проблемы физики». Душанбе: «Дониш». – 2015. – С. 111–115.
- [45–М]. Shokirov, F.Sh. Numerical and analytical study of evolution of topological vortices in $O(3)$ nonlinear sigma-model [Text] / Kh.Kh.Muminov, F.Sh.Shokirov // Материалы IV международной конференции «Современные проблемы физики». Душанбе: «Дониш». – 2015. – С. 105–111.
- [46–М]. Шокиров, Ф.Ш. Численное моделирование дальнедействующих топологических вихрей двумерной нелинейной сигма-модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Современные методы теории краевых задач: Материалы Международной конференции ВВМШ «Понтрягинские чтения – XXVI». Воронеж: ВГУ. – 2015. – С. 223–224.
- [47–М]. Шокиров, Ф.Ш. Численное моделирование бризеров 1D и 2D $O(3)$ векторной нелинейной сигма-модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // LI Всероссийская конференция по проблемам динамики, физики частиц, физики плазмы и оптоэлектроники. Тезисы докладов. М.: Изд-во РУДН. – 2015. – С. 94–98.
- [48–М]. Шокиров, Ф.Ш. Численное моделирование столкновения топологических вихрей с доменной стенкой в двумерной нелинейной сигма-модели [Текст] / Ф.Ш.Шокиров // Материалы Международной научной конференции «Математический анализ, дифференциальные уравнения и теория чисел», посвященной 75-летию д.ф.-м.н., профессора Сабирова Темура Сафаровича. Душанбе. – 2015. – С. 157–158.

- [49–М]. Шокиров, Ф.Ш. Взаимодействие топологических вихрей с доменной стенкой в 2D нелинейной сигма-модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Материалы республиканской научной конференции «Современные проблемы физики конденсированных сред», посвященной 70-летию со дня рождения и 50-летию трудовой деятельности заслуженного деятеля Республики Таджикистан, д.ф.-м.н., профессора Туйчиева Ш.Т. Душанбе. – 2015. – 175с. – С. 16–19.
- [50–М]. Шокиров, Ф.Ш. Численное моделирование взаимодействия доменных границ в 2D $O(3)$ нелинейной сигма-модели [Текст] / Ф.Ш.Шокиров // Современные методы прикладной математики, теории управления и компьютерных технологий: сб. тр. VIII межд. конф. «ПМТУКТ-2015». Воронеж: «Научная книга». – 2015. – 478 с. – С. 401–404.
- [51–М]. Шокиров, Ф.Ш. Численное моделирование взаимодействия топологических вихрей с доменной стенкой в 2D $O(3)$ нелинейной сигма-модели [Текст] / Ф.Ш.Шокиров // Материалы Международной научной конференции «Теория приближений функций и родственные задачи анализа», посвященной памяти д.ф.-м.н., профессора П.П. Коровкина. Калуга: КГУ им. К.Э. Циолковского. – 2015. – С. 90–91.
- [52–М]. Шокиров, Ф.Ш. Численное моделирование взаимодействия далекодействующих неёловских 180-градусных доменных границ [Текст] / Ф.Ш.Шокиров // Материалы Международной конференции «ВЗМШ С.Г. Крейна – 2016». Воронеж: «Научная книга». – 2016. – С. 444–446.
- [53–М]. Shokirov, F.Sh. Dynamics of interaction of radially symmetric topological solitons in two-dimensional nonlinear sigma model [Text] / F.Sh.Shokirov // E-Print of Cornell University: arXiv:1602.03631v2 [nlin]. – 2016 – 9 p. – <https://doi.org/10.48550/arXiv.1602.03631>.
- [54–М]. Shokirov, F.Sh. Numerical simulation of oscillating topological solitons in 2D $O(3)$ nonlinear sigma model [Text] / F.Sh.Shokirov // E-Print of Cornell University: arXiv:1602.05309v1 [nlin]. – 2016 – 16 p. – <https://doi.org/10.48550/arXiv.1602.05309>.
- [55–М]. Shokirov, F.Sh. Stationary and moving breathers in (2+1)-dimensional $O(3)$ nonlinear σ -model [Text] / F.Sh.Shokirov // E-Print of Cornell University: <http://www.mathpubs.com/detail/1605.01000v1> [nlin.PS]. – 2016 – 11 p. – doi: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1605.01000>.
- [56–М]. Шокиров, Ф.Ш. Изоспиновая динамика взаимодействующих топологических вихрей (2+1)-мерной $O(3)$ нелинейной σ -модели [Текст] / Ф.Ш.Шокиров // Современные методы теории краевых задач: Материалы Международной конференции ВВМШ «Понтрягинские чтения - XXVII». Воронеж: ВГУ. – 2016. – С. 299–301.

- [57–М]. Шокиров, Ф.Ш. Динамика далекодействующих неёловских 180-градусных доменных границ в магнитных наноструктурах [Текст] / Ф.Ш.Шокиров // Республиканская научно-практическая конференция «Проблемы материаловедения в Республике Таджикистан», посвященная «Дню химика» и 80-летию д.т.н., профессора, академика Международной инженерной академии Вахобова А.В. Душанбе. – 2016. – С. 166–170.
- [58–М]. Шокиров, Ф.Ш. Взаимодействие топологических солитонов с доменной стенкой в двумерной $O(3)$ нелинейной σ -модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Международная научная конференция, посвященная 25-летию Государственной независимости Республики Таджикистан. Филиал МГУ им. М.В.Ломоносова в г.Душанбе. – 2016. – С. 131–134.
- [59–М]. Шокиров, Ф.Ш. Стационарные и движущиеся бризеры двумерной $O(3)$ нелинейной σ -модели [Текст] / Ф.Ш.Шокиров // Международная научная конференция, посвященная 25-летию Государственной независимости Республики Таджикистан. Филиал МГУ им. М.В.Ломоносова в г.Душанбе. – 2016. – С. 145–149.
- [60–М]. Shokirov, F.Sh. Numerical simulation of breathers interactions in two-dimensional $O(3)$ nonlinear sigma model [Text] / F.Sh.Shokirov // E-Print of Cornell University: 1608.02178v2 [nlin.PS]. – 2016. – 14 p. – doi: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1608.02178>.
- [61–М]. Shokirov, F.Sh. Numerical simulation of the interactions of domain walls with breathers in two-dimensional $O(3)$ nonlinear sigma model [Text] / F.Sh.Shokirov // E-Print of Cornell University: 1608.03168v1 [nlin.PS]. – 2016. – 20 p. – doi: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1608.03168>.
- [62–М]. Шокиров, Ф.Ш. Нелинейная динамика бризеров двумерной $O(3)$ нелинейной сигма-модели [Текст] / Ф.Ш.Шокиров // Современные методы прикладной математики, теории управления и компьютерных технологий: сб. тр. IX межд. конф. «ПМТУКТ-2016». Воронеж: «Научная книга». – 2016. – 468 с., С. 409–412. – ISBN: 978-5-98222-906-9.
- [63–М]. Шокиров, Ф.Ш. Формирование и эволюция стационарных бризеров $(2+1)$ -мерной $O(3)$ нелинейной σ -модели [Текст] / Ф.Ш.Шокиров // LI Всероссийская конференция по проблемам динамики, физики частиц, физики плазмы и оптоэлектроники. М.: Изд-во РУДН. – 2016. – С. 10–14.
- [64–М]. Шокиров, Ф.Ш. Численное моделирование взаимодействия топологических вихрей с доменной стенкой в $(2+1)$ -мерной нелинейной σ -модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // LI Всероссийская конференция по проблемам динамики, физики частиц, физики плазмы и оптоэлектроники. М.: Изд-во РУДН. – 2016. – С. 61–64.
- [65–М]. Шокиров, Ф.Ш. Математическое моделирование стационарных бризеров двумерной $O(3)$ нелинейной сигма-модели [Текст] / Ф.Ш.Шокиров //

Математическое и компьютерное моделирование, информационные технологии управления: сб. тр. Межд. конф. «МКМИТУ-2016». Воронеж: «Научная книга». – 2016. – С. 242–244.

- [66–М]. Шокиров, Ф.Ш. Динамика взаимодействия неёловских 180-градусных доменных границ в двумерной $O(3)$ нелинейной σ -модели / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // International Workshop KSCMBS'16: Khujand Symposium on Computational Materials and Biological Sciences. Book of Abstracts. Tajikistan, Khujand State University. – 2016. – P. 68–69.
- [67–М]. Шокиров, Ф.Ш. Взаимодействия топологических вихрей с доменной стенкой в 2D $O(3)$ нелинейной σ -модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // International Workshop KSCMBS'16: Khujand Symposium on Computational Materials and Biological Sciences. Book of Abstracts. Tajikistan, Khujand State University. – 2016. – P. 70–71.
- [68–М]. Шокиров, Ф.Ш. Динамика бризерных решений двумерной нелинейной сигма-модели [Текст] / Ф.Ш.Шокиров // Материалы Международной конференции Воронежская зимняя математическая школа. ВГУ, МГУ им. М. В. Ломоносова; МИ им. В. А. Стеклова РАН. Воронеж: ВГУ. – 2017. – С. 222–223. – ISBN: 978-5-9273-2415-6.
- [69–М]. Шокиров, Ф.Ш. Эволюция квазидвумерных топологических вихрей в $(3+1)$ -мерной нелинейной сигма-модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Вестник Филиала МГУ имени М.В. Ломоносова в г. Душанбе, серия естественных наук. – 2017. № 1 (1). – С. 80–86.
- [70–М]. Шокиров, Ф.Ш. Стационарные и движущиеся бризеры двумерной $O(3)$ нелинейной сигма-модели [Текст] / Ф.Ш.Шокиров // Межд. конф. «Перспективы развития физической науки», посвященная памяти (80-летию) заслуженного деятеля науки и техники РТ, чл.-корр. АН РТ, д.ф.-м.н., профессора Хакимова Ф.Х. Душанбе: «Эр-граф». – 2017. – С. 59–60.
- [71–М]. Шокиров, Ф.Ш. Численное моделирование квазидвумерных топологических вихрей $(3+1)$ -мерной нелинейной сигма-модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Межд. конф. «Перспективы развития физической науки», посвященная памяти (80-летию) заслуженного деятеля науки и техники РТ, чл.-корр. АН РТ, д.ф.-м.н., профессора Хакимова Ф.Х. Душанбе: «Эр-граф». – 2017. – С. 17–18.
- [72–М]. Шокиров, Ф.Ш. Динамика квазидвумерных топологических вихрей в $(3+1)$ -мерной нелинейной сигма-модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Современные методы теории краевых задач: Материалы Международной конференции ВВМШ «Понтрягинские чтения - XXVIII». Воронеж: ВГУ. – 2017. – С. 118–120.
- [73–М]. Шокиров, Ф.Ш. Численное моделирование квазидвумерных топологических вихрей в трехмерной нелинейной сигма-модели [Текст] /

- Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Девятая международная научно-техническая конференция, посвященная 175-летию со дня рождения Х.С. Леденцова. ИНФОС–2017. Вологда: ВГУ. – 2017. – С. 93–98.
- [74–М]. Шокиров, Ф.Ш. Взаимодействие квазидвумерных топологических вихрей в $(3+1)$ -мерной нелинейной сигма-модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Материалы LIII Всероссийской конференции по проблемам динамики, физики частиц, физики плазмы и оптоэлектроники. М.: Изд-во РУДН. – 2017. – С. 11–14.
- [75–М]. Шокиров, Ф.Ш. Асимптотическое и численное исследование двумерных бризеров [Текст] / Ф.Ш.Шокиров // XIV Нумановские чтения. Вклад молодых ученых в развитие химической науки. Душанбе. – 2017. – С. 108–112.
- [76–М]. Шокиров, Ф.Ш. Численное моделирование топологических солитонов в квазидвумерной нелинейной сигма-модели [Текст] / Ф.Ш.Шокиров // Материалы Международного молодежного симпозиума «Современные проблемы математики. Методы, модели, приложения». Воронеж. – 2017. – № 7, ч.1 (33-1). – С. 235–239.
- [77–М]. Шокиров, Ф.Ш. Динамика взаимодействия топологических вихрей с доменной стенкой в двумерной $O(3)$ нелинейной σ -модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Материалы V Международной конференции «Современные проблемы физики», посвященной 25-летию Государственной независимости Республики Таджикистан. Душанбе, ФТИ, «Эр-граф». – 2016. – С. 14–17.
- [78–М]. Шокиров, Ф.Ш. Численное моделирование неёловских 180° -градусных доменных границ в 2D нелинейной σ -модели [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Материалы V Международной конференции «Современные проблемы физики», посвященной 25-летию Государственной независимости Республики Таджикистан. Душанбе, ФТИ, «Эр-граф». – 2017. – С. 52–54.
- [79–М]. Шокиров, Ф.Ш. Новые бризерные решения $(2+1)$ -мерной нелинейной σ -модели [Текст] / Ф.Ш.Шокиров // Материалы V Международной конференции «Современные проблемы физики», посвященной 25-летию Государственной независимости Республики Таджикистан. Душанбе, ФТИ, «Эр-граф». – 2017. – С. 69–71.
- [80–М]. Шокиров, Ф.Ш. Численное моделирование взаимодействия топологических вихрей с доменными границами в обращенном времени [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Международная конференция «Современные проблемы математики и её приложения», посвящённая 70-летию со дня рождения академика АН РТ, д.ф.-м.н., профессора Илолова М.И. Душанбе. – 2018. – С. 170–171.

- [81–М]. Шокиров, Ф.Ш. Численное исследование процессов аннигиляции топологических вихрей в обращенном времени [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Международная конференция «Актуальные проблемы современной физики», посвящённая 80-летию памяти Заслуженного деятеля науки и техники Таджикистан, д.ф.-м.н., профессора Нарзиева Б.Н. Душанбе. – 2018. – С. 114–116.
- [82–М]. Шокиров, Ф.Ш. Динамика взаимодействия $(2+1)$ -мерных топологических вихрей в обращенном времени [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Материалы VI Международной конференции «Современные проблемы физики», посвящённой 110-летию академика АН РТ С.У.Умарова и 90-летию академика АН РТ А.А.Адхамова. – 2018. – С. 49–52.
- [83–М]. Шокиров, Ф.Ш. Численное моделирование процессов формирования двумерных топологических вихрей в доменных границах [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Материалы VI Международной конференции «Современные проблемы физики», посвящённой 110-летию академика АН РТ С.У.Умарова и 90-летию академика АН РТ А.А.Адхамова. – 2018. – С. 76–78.
- [84–М]. Шокиров, Ф.Ш. Динамика взаимодействия топологических вихрей с нееловскими доменными границами в обращенном времени [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Материалы XI -международной научно-теоретической конференции «Компьютерный анализ проблем науки и технологии». Душанбе: ТНУ. – 2018. – С. 390–395.
- [85–М]. Шокиров, Ф.Ш. Численное моделирование взаимодействия двумерных топологических вихрей в обращенном времени [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // LIV всероссийская конференция по проблемам динамики, физики частиц, физики плазмы и оптоэлектроники. М.: Изд-во РУДН. – 2018. – 311с. – С. 71–74. – ISBN 978-5-209-09132-5.
- [86–М]. Шокиров, Ф.Ш. Взаимодействие двумерных топологических солитонов в обращенном времени [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров // Материалы Республиканской научно-практической конференции «Математическое и компьютерное моделирование физических процессов». Душанбе: Изд-во ТНУ. – 2019. – 192 с. – С. 82–85.
- [87–М]. Шокир, Ф. Динамика локализованных структур в нелинейных моделях теории поля [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Шокир // Материалы VII Международной конференции «Современные проблемы физики». Душанбе, ФТИ: «Дониш». – 2020. – С. 10–14.
- [88–М]. Шокир, Ф. – Численное моделирование динамики эволюции многосолитонных взаимодействий $(2+1)$ -мерных локализованных топологических структур [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Шокир, Ш.Ю.Аминджанов //

- Материалы VII Международной конференции «Современные проблемы физики». Душанбе, ФТИ: «Дониш». – 2020. – С. 131–135.
- [89–М]. Шокиров, Ф.Ш. Численное моделирование трехсолитонных взаимодействий [Текст] / Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров, Ш.Ю.Аминджанов // LVI Всероссийская конференция по проблемам динамики, физики частиц, физики плазмы и оптоэлектроники. М.: Изд-во РУДН. – 2020. – С. 54–57.
- [90–М]. Шокир, Ф. Усули фарқии ҳалли масъалаҳои физикаи математикӣ [Текст] / Ф.Шокир, Э.Э.Оқилов // Маводҳои Симпозиуми физикони Тоҷикистон, бахшида ба 85-солагии академик Р.Марупов. Душанбе: нашриёти «Дониш». – 2022. – 201 с. – 163–166.
- [91–М]. Шокир, Ф. Применение метода Майораны для описания квантовых спиновых систем [Текст] / Ф.Шокир // Сборник материалов Республиканской научно-практической конференции «Современные проблемы естествознания в науке и образовательном процессе», посвященная двадцатилетию изучения и развития естественных, точных и математических наук. Душанбе: РТСУ. – 2022. – С. 106–107.
- [92–М]. Shokir, F. Dynamics of interaction of topological localized structures in reversed time [Text] / F.Shokir // E-Print of Cornell University. [nlin.PS]. – 2022. – 21 p. – doi: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2211.14526>.
- [93–М]. Shokir, F. Majorana Representation in Mathematical Modeling of Quantum States [Text] / F.Shokir // E-Print of Cornell University: [Quantum Physics]. – 2022. – 10 p. – doi: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2211.15113>.
- [94–М]. Шокир, Ф. Математическое моделирование квантовых систем с высоким значением спина: корреляционные функции ориентированных состояний [Текст] / Ф.Шокир // Республиканская научно-практическая конференция «Развитие и достижения физической науки в годы независимости», посвященная 32-летию Государственной независимости Республики Таджикистан. Душанбе: «Дониш». – 2023. – 241 с. – С. 23–29.
- [95–М]. Shokir, F. Mathematical modeling of the interaction of (2+1)-dimensional topological localized structures in reversed time [Text] / F.Shokir // Международная научная конференция «Современные проблемы физики конденсированного состояния», посвящённая 75 годовщине основания ТНУ, объявлению 2025 года Годом защиты ледников и 80-летию со дня рождения Заслуженного работника Таджикистана, чл.-корр. НАНТ, д.ф.-м.н., профессора Гуйчиева Ш.Т. Душанбе: Изд-во ТНУ. – 2023. – С. 38–43.

АННОТАЦИЯ

диссертации Шокира Фархода на тему «Математическое моделирование динамических и топологических локализованных решений нелинейных эволюционных уравнений», представленной на соискание учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

Ключевые слова: нелинейные эволюционные уравнения, локализованные решения, топологический вихрь, доменная стенка, бризер, осциллирующие решения, солитон, квантовые спиновые системы, разностные схемы, нелинейная сигма-модель, уравнение синус-Гордона, представление Майораны.

Целью исследования является математическое моделирование эволюции динамических и топологических локализованных решений $(2+1)$ -мерных нелинейных эволюционных моделей квантовой теории поля, динамики их взаимодействия, исследование свойств Т-инвариантности рассматриваемых моделей методами численного моделирования, а также математическое моделирование квантовых систем с высокими значениями спина ($S > \hbar/2$).

Объектами исследования являются устойчивые динамические и топологические локализованные решения $(2+1)$ -мерных нелинейных эволюционных уравнений, а также квантовые системы с высоким значением спина.

Предметом исследования является получение аналитических решений и численных моделей процессов эволюции и динамики взаимодействия динамических и топологических локализованных решений $(2+1)$ -мерных нелинейных эволюционных уравнений – синус-Гордона и $O(3)$ нелинейной сигма-модели (в рамках систем со значением спина $S = \hbar/2$), а также разработка теоретических основ для некоторых вопросов математического моделирования квантовых систем с высокими значениями спина ($S > \hbar/2$).

Научная новизна исследования заключается в получении новых моделей, описывающих: эволюцию исследуемых объектов – топологических локализованных решений и найденных аналитическим методом динамических локализованных решений; эволюцию взаимодействия топологических локализованных решений в обращенном времени ($t' = -t$), подтверждающие свойство Т-инвариантности исследуемых моделей; систему полиномов Майораны и найденные аналитическими методами выражений для корреляционных функций ориентированных состояний квантовых систем с высоким значением спина; а также в разработке алгоритмов, численных схем и компьютерных кодов, позволяющих проведение численного моделирования эволюции исследуемых локализованных решений $(2+1)$ -мерных нелинейных эволюционных уравнений в естественном и обращенном направлениях времени.

АННОТАТСИЯ

ба дисертатсияи Шокир Фарход дар мавзуи «Амсиласозии математикии ҳалҳои локалишудаи динамикӣ ва топологии муодилаҳои ғайрихаттии таҳаввулӣ», ки барои дарёфти дараҷаи илмии доктори илмҳои физикаю математика аз рӯйи ихтисоси 05.13.18 – «Амсиласозии математикии, методҳои ададӣ ва мучтамаъи барномаҳо» пешниҳод шудааст

Калимаҳои калидӣ: муодилаҳои таҳаввулии ғайрихаттӣ, ҳалҳои локалишуда, гирдбоди топологӣ, девораи доменӣ, бризер, ҳалҳои лаппанда, солитон, системаҳои спинии квантӣ, нақшаҳои фарқӣ, сигма-моделҳои ғайрихаттӣ, муодилаи синус-Гордон, тавсифи Майорана.

Мақсади таҳқиқот амсиласозии математикии таҳаввули ҳалҳои динамикӣ ва топологии локалишудаи моделҳои таҳаввулии ғайрихаттии $(2+1)$ -ченакаи назарияи квантии майдон, динамикаи таъсири мутақобилаи онҳо, таҳқиқи хосиятҳои Т-инвариантнокии моделҳои баррасишаванда тавассути методҳои амсиласозии ададӣ, ҳамчунин амсиласозии математикии системаҳои квантӣ бо қиматҳои баланди спин ($S > \hbar/2$) мебошад.

Объектҳои таҳқиқот ҳалҳои локалишудаи устувори динамикӣ ва топологии муодилаҳои таҳаввулии ғайрихаттии $(2+1)$ -ченака ва системаҳои квантӣ бо қимати баланди спин мебошанд.

Предмети таҳқиқот ба даст овардани ҳалҳои аналитикӣ ва моделҳои ададии равандҳои таҳаввул ва динамикаи таъсири мутақобилаи ҳалҳои локалишудаи динамикӣ ва топологии муодилаҳои таҳаввулии ғайрихаттии $(2+1)$ -ченакаи – синус-Гордон ва $O(3)$ сигма-моделҳои ғайрихаттӣ (дар ҷаҳорҷубаи системаҳо бо қимати спини $S = \hbar/2$), инчунин таҳияи асосҳои назариявӣ барои баъзе масъалаҳои амсиласозии математикии системаҳои квантӣ бо қиматҳои баланди спин ($S > \hbar/2$) мебошад.

Навгонии илмии таҳқиқот аз ҳосил намудани моделҳои нави иборат аст, ки: таҳаввули объектҳои таҳқиқшаванда – ҳалҳои локалишудаи топологӣ ва ҳалҳои локалишудаи динамикии бо методи аналитикӣ ҳосил кардашуда; таҳаввули ҳалҳои локалишудаи топологӣ дар вақти баръакс ($t' = -t$), ки хосияти Т-инвариантнокии моделҳои таҳқиқшавандаро тасдиқ мекунанд; системаи полиномҳои Майорана ва ифодаҳои ро, ки бо методҳои аналитикӣ барои функсияҳои коррелясионии ҳолатҳои самтноки системаҳои квантӣ бо қиммати баланди спин ҳосил карда шуданд, шарҳ медиҳанд; инчунин аз кор карда баромадани алгоритмҳо, нақшаҳои ададӣ ва кодҳои компютерӣ иборат мебошад, ки амсиласозии ададии таҳаввули ҳалҳои таҳқиқшавандаи локалишудаи муодилаҳои таҳаввулии ғайрихаттии $(2+1)$ -ченакаро дар самтҳои табиӣ ва баръакси вақт имконият медиҳанд.

ANNOTATION

of the dissertation of Shokir Farhod on the topic «Mathematical modeling of dynamic and topological localized solutions of nonlinear evolution equations», presented for the degree of doctor of physical and mathematical sciences in the specialty 05.13.18 – «Mathematical modeling, numerical methods and software packages»

Keywords: nonlinear evolution equations, localized solutions, topological vortex, domain wall, breather, oscillating solutions, soliton, quantum spin systems, difference schemes, nonlinear sigma model, sine-Gordon equation, Majorana representation.

The purpose of the research is mathematical modeling of the evolution of dynamic and topological localized solutions of (2+1)-dimensional nonlinear evolution models of quantum field theory, the dynamics of their interaction, studying the T-invariance properties of the models under consideration using numerical modeling methods, as well as mathematical modeling of quantum systems with high spin values ($S > \hbar/2$).

The objects of research are stable dynamic and topological localized solutions of (2+1)-dimensional nonlinear evolution equations and quantum systems with a high spin value.

The subject of the research is to obtain analytical solutions and numerical models of the evolution processes and dynamics of interaction of dynamic and topological localized solutions of (2+1)-dimensional nonlinear evolution equations – sine-Gordon and O(3) nonlinear sigma model (within systems with spin value $S = \hbar/2$), as well as the development of theoretical foundations for some issues of mathematical modeling of quantum systems with high spin values ($S > \hbar/2$).

The scientific novelty of the research lies in obtaining new models that describe: the evolution of the objects under study – topological localized solutions and dynamic localized solutions found by the analytical method; evolution of interaction of topological localized solutions in reversed time ($t' = -t$), confirming the T-invariance property of the models under study; system of Majorana polynomials and expressions found by analytical methods for correlation functions of oriented states of quantum systems with a high spin value; as well in the development of algorithms, numerical schemes and computer codes that allow numerical modeling of the evolution of the studied localized solutions of (2+1)-dimensional nonlinear evolution equations in the natural and reversed time directions.