На правах рукописи

ЗАРИФЗОДА АФЗАЛШОХ КАХРАМОН

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ТЕОРИЯ РЕЛАКСАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ, ДИНАМИЧЕСКИХ ВЯЗКОУПРУГИХ И АКУСТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ МАГНИТНЫХ ЖИДКОСТЕЙ

Специальность 1.3.8 – Физика конденсированного состояния

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание учёной степени
доктора физико-математических наук

Душанбе – 2022

Работа выполнена на кафедре теоретической физики Таджикского национального университета.

Научный консультант:	**Комилов Косим** -доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической физики Таджикского национального университета.
Официальные оппоненты:	**Ряполов Пётр Алексеевич** - доктор физико-математических наук, доцент, декан естественно-научного факультета Юго-Западного государственного университета (г. Курск, Россия); **Пшеничников Александр Фёдорович** - доктор физико-математических наук, профессор, ГНС Института механики сплошных сред Уральского отделения РАН (г. Пермь, Россия); **Абулхаев Владимир Джалолович**-доктор химических наук, профессор, ГНС Лаборатории коррозионностойких материалов Института химии им. В.И.Никитина НАН Таджикистана.
Ведущая организация:	Лаборатория нейтронной физики им. И.М. Франка Объединённого института ядерных исследований (г. Дубна, Россия)

Защита состоится **«_4_»_апреля_2023 г.** в **10:00** часов на заседании объединенного диссертационного совета 99.0.057.02 по защите докторских и кандидатских диссертаций при Таджикском национальном университете по адресу: 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, проспект Рудаки, 17, факс (992-372) 21-77-11. Зал заседаний Ученого совета ТНУ.

Отзывы направлять по адресу: 734025, г. Душанбе, проспект Рудаки, 17, ТНУ, диссертационный совет 99.0.057.02, E-mail: tgnu@mail.tj

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке и на сайте Таджикского национального университета http://www.tnu.tj (734025 г. Душанбе, пр. Рудаки, 17).

Автореферат разослан «____» _____ 2023 г.

Ученый секретарь объединённого
диссертационного совета 99.0.057.02,
кандидат физ.-мат. наук, СНС Табаров С.Х.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Магнитные жидкости благодаря присутствию в них магнитных наночастиц относятся к группе «умных» материалов, свойства которых легко можно изменить с помощью внешнего магнитного поля. Магнитные жидкости сочетая в себе свойства текучести и моментального отклика на воздействие внешнего магнитного поля, нашли широкое применение в различных частях технических систем, микротехнологии, медицине, биологии и др. Их уже активно используют в магнитоуправляемых частях конструкций, робототехнике, в качестве амортизаторов и демпфирующих устройств, при диагностике опухолевых и инфекционных заболеваний, магнитной транспортировке лекарственных препаратов, терапии ряда заболеваний и т.д.

Успешное применение магнитных жидкостей в технологии требует всестороннего знания закономерностей их поведения под действием внешнего магнитного поля. Из-за сложной структуры магнитной жидкости и возникновения трудностей при моделировании среды, несмотря на существование значительного количества моделей магнитной жидкости, все еще наблюдается стремление к построению новых моделей, позволяющих адекватно описать их свойства и выяснить специфику их поведения во внешнем магнитном поле.

Хотя существуют теории, хорошо описывающие физические свойства разбавленных магнитных жидкостей, до сих пор остаются не решенными многие вопросы в описании свойств высококонцентрированных магнитных жидкостей, являющиеся важными, как с прикладной, так и фундаментальной точек зрения. Существующие трудности в этом направлении в основном связаны с вопросами межчастичного взаимодействия. Главной особенностью концентрированных магнитных жидкостей является то, что в них магнитные частицы находятся в интенсивном диполь-дипольном взаимодействии, имеющем нецентральный дальнодействующий характер. Все это требует введения дополнительных условий, значительно усложняющих математический аппарат физической теории, описывающей магнитные жидкости.

В условиях технического применения магнитных жидкостей они непрерывно претерпевают структурные изменения и подвергаются различным деформациям и течениям. При деформации в магнитной жидкости термодинамическое равновесие нарушается и при восстановлении условий равновесия в ней протекает ряд процессов, имеющих различные скорости со своими характерными временами релаксации.

Релаксационные процессы, протекающие в магнитных жидкостях имеют важные значения и позволяют исследовать их вязкоупругие, термоупру-

гие и акустические свойства, которые являются определяющими в плане прикладного назначения.

В связи с этим становится актуальным построение термодинамических моделей магнитных жидкостей на основе последовательной физической теории, позволяющей предсказать их свойства. Исследование магнитных жидкостей на основе метода статистической теории позволяет понять механизмы переноса и релаксационные процессы в них и получить систематические данные для сопоставления с экспериментальными результатами.

Целью работы является теоретическое и численное исследование процессов переноса и акустических свойств магнитных жидкостей с учетом вклада трансляционной и структурных релаксационных процессов, а также диполь-дипольного взаимодействия частиц магнитной жидкости между собой и их взаимодействие с внешним магнитным полем.

В связи с этим решались следующие задачи:

- выбор модели многокомпонентной системы для неэлектропроводящих и электропроводящих магнитных жидкостей, выбор и обобщение кинетических уравнений для одночастичных и двухчастичных функций распределения, описывающих неравновесные процессы в магнитных жидкостях и позволяющих исследовать вязкоупругие и акустические свойства магнитных жидкостей;
- обобщение уравнений для бинарных плотностей частиц неэлектропроводящих и электропроводящих магнитных жидкостей в конфигурационном пространстве с учетом внешнего магнитного поля, а также анализ диффузионного механизма релаксационных процессов в магнитных жидкостях;
- вывод уравнений обобщенной гидродинамики для многокомпонентных неэлектропроводящих и электропроводящих магнитных жидкостей, входящие в которые парциальные величины определены микроскопически;
- вывод аналитических выражений для динамических коэффициентов сдвиговой и объемной вязкости и соответствующих им сдвиговой и объемной модулей упругости, описывающих вязкоупругие и акустические свойства неэлектропроводящих и электропроводящих магнитных жидкостей;
- анализ асимптотического поведения аналитических выражений для коэффициентов вязкости и модулей упругости при низких и высоких частотах и изучение механизма протекания структурных релаксационных процессов в магнитных жидкостях;
- анализ существования термодинамического предела в полученных аналитических выражениях для коэффициентов вязкости и модулей упругости при учете диполь-дипольного взаимодействия магнитных частиц магнитной жидкости;

- проведение численных расчетов коэффициентов трения, зависящих от параметров состояния и межмолекулярных сил в системе и определение трансляционных и структурных времен релаксации в магнитных жидкостях;
- численное исследование частотной зависимости динамических коэффициентов вязкости и модулей упругости неэлектропроводящих и электропроводящих магнитных жидкостей;
- проведение численных расчетов зависимости коэффициентов вязкости и модулей упругости неэлектропроводящих и электропроводящих магнитных жидкостей от концентрации магнитных частиц, температуры и величины внешнего магнитного поля и сравнение с литературными данными;
- теоретическое исследование сдвиговых, альфвеновских, быстрых и медленных магнитозвуковых волн и анизотропии акустических параметров в магнитных жидкостях;
- исследование частотной дисперсии скорости распространения и коэффициента поглощения сдвиговых и магнитозвуковых волн в магнитных жидкостях;
- проведение численных расчетов зависимости скорости распространения и коэффициента поглощения сдвиговых и магнитозвуковых волн от концентрации, температуры и влияния внешнего магнитного поля в магнитных жидкостях и сравнение с литературными данными.

Научная новизна работы заключается в том, что впервые:

-**выбрана** обоснованная модель многокомпонентной неэлектропроводящей и электропроводящей магнитных жидкостей и обобщены кинетические уравнения для одночастичных и двухчастичных функций распределения с учетом влияния внешнего магнитного поля;

-**получены** уравнения обобщенной гидродинамики для многокомпонентной неэлектропроводящей и электропроводящей магнитных жидкостей на основе метода статистической теории;

-**обобщены** уравнения Смолуховского для бинарных плотностей частиц многокомпонентных неэлектропроводящих и электропроводящих магнитных жидкостей и найдены их общие решения. Показано, что функции Грина, являющиеся фундаментальными решениями однородного уравнения Смолуховского, медленно меняются со временем по степенному закону, совпадающему с дальневременными асимптотиками автокорреляционных функций, а механизм перестройки структуры системы является диффузионным;

-**обобщена и развита** кинетическая теория вязкоупругих и акустических свойств неэлектропроводящих и электропроводящих магнитных жидкостей с учетом трансляционной и структурных релаксационных процессов;

-получены аналитические выражения для динамических коэффициентов сдвиговой и объемной вязкости и соответствующих им сдвиговой и объемной модулей упругости многокомпонентных неэлектропроводящих и электропроводящих магнитных жидкостей, выражающиеся посредством равновесных параметров системы;

-обнаружено, что релаксация сдвиговой вязкости и сдвигового модуля упругости в магнитной жидкости является как трансляционной, так и структурной. Релаксация объемной вязкости и объемного модуля упругости в магнитной жидкости является только структурной;

-исследовано асимптотическое поведение коэффициентов вязкости и модулей упругости магнитных жидкостей при низких и высоких частотах. Установлено, что при низких частотах коэффициенты вязкости стремятся к статическим значениям по закону $\omega^{1/2}$. Объемный модуль упругости стремится к значению статического адиабатического объемного модуля упругости, а сдвиговый модуль упругости к нулю по закону $\omega^{3/2}$. При высоких частотах динамические коэффициенты объемной и сдвиговой вязкости стремятся к нулю по закону ω^{-1}, а модули упругости не зависят от частоты и переходят к выражениям высокочастотных модулей упругости.

-показано, что в предельном случае, при малых концентрациях магнитных частиц выражения для коэффициентов вязкости переходят к известному выражению Эйнштейна для эффективной вязкости, а выражения для модулей упругости-к классическому выражению Бэтчелора (аналогу выражения Эйнштейна);

-установлено, что область частотной дисперсии коэффициентов вязкости и модулей упругости неэлектропроводящих и электропроводящих магнитных жидкостей является широкой, что обусловлено медленным изменением функций Грина.

-показано, что с увеличением концентрации магнитных частиц и значения напряженности внешнего магнитного поля коэффициенты вязкости и модули упругости магнитных жидкостей нелинейно увеличиваются, возрастание температуры приводит к их нелинейному уменьшению. Полученные выражения для коэффициентов вязкости демонстрируют существование сильного магнитовязкого эффекта, наблюдаемого в экспериментах;

-установлено, что полученные выражения для коэффициентов вязкости и модулей упругости адекватно описывают свойства магнитных жидкостей, как при малых, так и при высоких концентрациях магнитных частиц и результаты расчетов согласуется с литературными данными;

-получены аналитические выражения для скорости распространения и коэффициента поглощения сдвиговых и магнитозвуковых волн, учитываю-

щие анизотропию распространения волн в магнитных жидкостях;

-**установлено**, что область частотной дисперсии скорости распространения и коэффициенты поглощения сдвиговых и магнитозвуковых волн имеют широкую область релаксации, совпадающую с результатами нелокально-диффузионной теории;

-**показано**, что увеличение концентрации магнитных частиц приводит к уменьшению скорости и возрастанию коэффициента поглощения акустических волн в магнитных жидкостях.

Практическая ценность подтверждается тем, что выражения для динамических коэффициентов сдвиговой и объемной вязкости, а также для сдвигового и объемного модулей упругости неэлектропроводящих и электропроводящих магнитных жидкостей позволяют понять механизмы процессов переноса в них, выявить природу теплового движения частиц системы и предсказать их свойства. На основе этих выражений можно прогнозировать физические свойства магнитных жидкостей в широком диапазоне концентраций магнитных частиц, а также анализировать характер изменения их свойств под действием магнитного поля, что открывает новые возможности для применения управляемых магнитожидкостных систем в технических устройствах. Полученные аналитические выражения для скорости распространения и коэффициента поглощения сдвиговых и магнитозвуковых волн могут быть использованы при обработке экспериментальных данных по акустическим параметрам магнитных жидкостей, для объяснения причин появления анизотропии акустических параметров в системе. Полученные теоретические результаты можно использовать при чтении курсов лекций по физике конденсированного состояния и молекулярной физике.

Положения, выносимые на защиту:

- выбор и обоснование модели многокомпонентной магнитной жидкости и обобщение кинетических уравнений для одночастичных и двухчастичных функций распределения, описывающих неравновесные процессы в неэлектропроводящих и электропроводящих магнитных жидкостях;
- обобщение уравнений Смолуховского для бинарных плотностей частиц неэлектропроводящей и электропроводящей магнитных жидкостей, их решения и анализа дальневременного поведения функции Грина, являющегося фундаментальным решением уравнения Смолуховского;
- вывод аналитических выражений для коэффициентов сдвиговой и объемной вязкости, а также сдвигового и объемного модулей упругости неэлектропроводящих и электропроводящих магнитных жидкостей, учитывающие диполь-дипольное взаимодействия магнитных частиц и их взаимодействие с внешним магнитным полем;

- анализ асимптотического поведения полученных аналитических выражений для коэффициентов вязкости и модулей упругости при низких и высоких частотах и механизма релаксационных процессов, протекающих в магнитных жидкостях;
- результаты численных расчетов частотной зависимости динамических коэффициентов вязкости и модулей упругости неэлектропроводящих и электропроводящих магнитных жидкостей с учетом влияния внешнего магнитного поля;
- результаты численных расчетов зависимости коэффициентов сдвиговой и объемной вязкости и сдвигового и объемного модулей упругости неэлектропроводящих и электропроводящих магнитных жидкостей от концентрации магнитных частиц, температуры и напряженности внешнего магнитного поля;
- вывод аналитических выражений для скорости распространения и коэффициента поглощения сдвиговых и магнитозвуковых волн в магнитных жидкостях, учитывающих влияние внешнего магнитного поля и анизотропии, вызванныхо возмущением намагниченности;
- результаты численных расчетов скорости и коэффициента поглощения сдвиговых и магнитозвуковых волн в магнитных жидкостях в широком интервале изменения частоты внешнего возмущения, концентрации, температуры и напряженности внешнего магнитного поля.

Апробация работы.

Основные результаты диссертационной работы были доложены и обсуждены на многих республиканских, зарубежных и международных научных конференциях: XVII International Conference on Chemical Thermodynamics in Russia, Kazan, Russian Federation, 2009; XVIII International Conference on Chemical Thermodynamics in Russia, Samara, Russian Federation, 2011; XIX international conference on chemical thermodynamics in Russia, Moscow, 2013; 5th International Conference Physics of liquid matter: modern problems, Kyiv, Ukraine, 21-24 May 2010; 6th International Conference Physics of liquid matter: modern problems, Kyiv, Ukraine, 23-27 May 2014; 7th International Conference Physics of liquid matter: modern problems, Kyiv, Ukraine, 27-31 May 2016; 8th International Conference Physics of liquid matter: modern problems, Kyiv, Ukraine, 18-22 May 2018; V-й всероссийской научной конференции «Физико-химические и прикладные проблемы магнитных дисперсных наносистем» Ставрополь, Россия, 2015; VI-й всероссийской научной конференции «Физико-химические и прикладные проблемы магнитных дисперсных наносистем» Ставрополь, Россия, 2017; 19-й Международной Плесской научной конференции по нанодисперсным магнитным жидкостям, Иваново, Россия,

2020; VI Всероссийской научно-практической конференции с международным участием, Орел, Россия, 2021; 20-й юбилейной всероссийской с международным участием Плесской научной конференции по нанодисперсным магнитным жидкостям, Иваново, Россия, 2022, IV международной научно-практической конференции «Перспективы развития науки и образования» ТТУ им. Акад. М.С. Осими, Душанбе, 2010; Международной научной конференция «Современные проблемы физики», посвященной Году образования и технического знания, Душанбе, 2010; Международной конференции «Современные проблемы физики конденсированных сред и астрофизики», Душанбе, 2010; Международной конференции «Современные вопросы молекулярной спектроскопии конденсированных сред» посвящённой 50-летию кафедры оптики и спектроскопии ТНУ, Душанбе, 2011; Международной конференции по физике конденсированного состояния, посвящённой 85-летию академика А.А. Адхамова, Душанбе, 2013; Международной конференции «Современные проблемы физики», Душанбе, 2015; IV-й международной конференции «Современные проблемы физики», Душанбе, 2015; Международной конференции «Актуальные проблемы современной физики» посвященной 80-летию памяти Заслуженного деятеля науки и техники Таджикистана, доктора физико-математических наук, профессора Нарзиева Б.Н., Душанбе, 2018; Материалы международной научно-практической конференции «Энергетика – основной фактор развития экономики», Кушониён, 2019; VII-й международной конференции «Современные проблемы физики», Душанбе, 2020; Национальной конференции «Современные проблемы физики конденсированного состояния», посвящённой 70-летию заслуженного деятеля науки и техники Республики Таджикистана, д.ф.-м.н., профессора Бобоева Т.Б., Душанбе, 2012; Республиканской конференции по ядерно-физическим методам анализа состава биологических, геологических, химических и медицинских объектов посвящённой 55-летию кафедры ядерной физики и 75-летии со дня рождения профессорского-преподавательского состава С. Шухиева, О. Аббосова, Я. Шукурова, С Кодири и Х. Нарзиева, Душанбе, 2014; Республиканской научной конференции «Современные проблемы физики конденсированного состояния» Душанбе, 2015; Научно-практической конференции «Современные проблемы естественных наук», Душанбе, 2017; Научно-практической конференции «Развития естественных наук в период Независимости Республики Таджикистан» Бустон, 2017; Республиканской научно-практической конференции «Современные проблемы физики конденсированного состояния и ядерной физики», Душанбе, 2020; Республиканской научно-теоретической конференции «Вопросы повышения качества образования в средних и высших учебных заведениях Республики Таджикистан»,

Душанбе, 2021; Симпозиуме физиков Таджикистана посвященного 85-летию академика Р. Марупова, Душанбе, 2021; Республиканской научно-практической конференции «Современные проблемы естествознания в науке и образовательном процессе», посвященной 20-летию изучения и развития естественных, точных и математических наук, Душанбе, 2022, а также в ежегодных научных конференциях Таджикского национального университета и научных семинарах физического факультета (2010–2022).

Достоверность и научная обоснованность результатов основываются на проведения численных расчетов и построении графиков зависимости коэффициентов вязкости, модулей упругости и акустических величин от термодинамических параметров системы. Полученные теоретические результаты хорошо согласуются с имеющимися теоретическими и экспериментальными результатами других авторов.

Личный вклад автора заключается в формулировке цели и постановки задач, выборе модели магнитной жидкости, построении теории, выводе уравнения обобщенной гидродинамики и их решения, получении аналитических выражений для коэффициентов вязкости, модулей упругости и акустических параметров, а также проведении численных расчетов. Основные выносимые на защиту положения, выводы и результаты сформулированы автором.

Публикации. По теме диссертационного исследования опубликовано 45 научных работ, в том числе 15 статей в рецензируемых журналах, входящих в Перечень ВАК РФ, 30 статей в сборниках трудов конференций.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка цитируемой литературы из 330 наименований. Общий объем диссертации составляет 225 страницы, включая 2 таблицы и 47 рисунок.

Ключевые слова: магнитная жидкость, сдвиговая вязкость, объемная вязкость, модули упругости, структурная релаксация, акустические волны.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы диссертации, сформулированы ее цели, указаны научная новизна, практическая ценность, основные положения, выносимые на защиту, и апробация проведенных исследований.

В первой главе, которая носит обзорный характер, приведены общие сведения о нанодисперсных магнитных жидкостях, проанализированы теоретические и экспериментальные исследования вязкостных, упругих и акустических свойств неэлектропроводящих и электропроводящих магнитных жидкостей. Рассмотрены существующие теории, описывающие физические свой-

ства разбавленных и концентрированных магнитных жидкостей, перечислены их преимущества и недостатки.

Во второй главе обоснован выбор модели двухкомпонентной неэлектропроводящей магнитной жидкости, содержащей N частиц, N_{f} из которых являются монодисперсными феррочастицами, а N_{s} из них, молекулы жидкости-носителя. Обобщена система кинетических уравнений для одночастичных и двухчастичных функций распределения, описывающих неравновесные свойства в магнитных жидкостей, которые имеют вид:

$$\frac{\partial f_{1\mathrm{i}}}{\partial t}+\frac{p_{1\mathrm{i}}^{\alpha}}{m_{\mathrm{i}}}\frac{\partial f_{1\mathrm{i}}}{\partial q_{1\mathrm{i}}^{\alpha}}+F^{\alpha}(\mathbf{q}_{1\mathrm{f}},t)\frac{\partial f_{1\mathrm{i}}}{\partial p_{1\mathrm{i}}^{\alpha}}-\int\frac{\partial\Phi(|\mathbf{q}_{1\mathrm{i}}-\mathbf{q}_{2\mathrm{i}}|)}{\partial q_{1\mathrm{i}}^{\alpha}}\frac{\partial f_{2\mathrm{i}}}{\partial p_{1\mathrm{i}}^{\alpha}}d\mathbf{q}_{2\mathrm{i}}d\mathbf{p}_{2\mathrm{i}}=$$
$$=\beta_{\mathrm{i}}\frac{\partial}{\partial p_{1\mathrm{i}}^{\alpha}}\left[\frac{\tilde{p}_{1\mathrm{i}}^{\alpha}}{m_{\mathrm{i}}}f_{1\mathrm{i}}+kT(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)\frac{\partial f_{1\mathrm{i}}}{\partial p_{1\mathrm{i}}^{\alpha}}\right], \tag{1}$$

$$\frac{\partial f_{2\mathrm{i}}}{\partial t}+\sum_{\mathrm{n}=1}^{2}\left[\frac{p_{\mathrm{ni}}^{\alpha}}{m_{\mathrm{i}}}\frac{\partial f_{2\mathrm{i}}}{\partial q_{\mathrm{ni}}^{\alpha}}+F^{\alpha}(\mathbf{q}_{\mathrm{nf}},t)\frac{\partial f_{2\mathrm{i}}}{\partial p_{\mathrm{ni}}^{\alpha}}-\frac{\partial\Phi(|\mathbf{q}_{1\mathrm{i}}-\mathbf{q}_{2\mathrm{i}}|)}{\partial q_{\mathrm{ni}}^{\alpha}}\frac{\partial f_{2\mathrm{i}}}{\partial p_{\mathrm{ni}}^{\alpha}}-\right.$$
$$\left.-\int\frac{\partial\Phi(|\mathbf{q}_{\mathrm{ni}}-\mathbf{q}_{3\mathrm{i}}|)}{\partial q_{\mathrm{ni}}^{\alpha}}\frac{\partial f_{3\mathrm{i}}}{\partial p_{\mathrm{ni}}^{\alpha}}d\mathbf{q}_{3\mathrm{i}}d\mathbf{p}_{3\mathrm{i}}\right]=\sum_{\mathrm{n}=1}^{2}\beta_{\mathrm{i}}\frac{\partial}{\partial p_{\mathrm{ni}}^{\alpha}}\left[\frac{\tilde{p}_{\mathrm{ni}}{}^{\alpha}}{m_{\mathrm{i}}}+kT(\mathbf{q}_{\mathrm{ni}},t)\frac{\partial}{\partial p_{\mathrm{ni}}^{\alpha}}\right]f_{2\mathrm{i}}, \tag{2}$$

где $\mathrm{i}=\mathrm{s},\ \mathrm{f}$, m_{i}, $\mathbf{q}_{\mathrm{i}}$, $\mathbf{p}_{\mathrm{i}}$ – масса, векторы координат и импульса частиц соответствующего сорта. $F^{\alpha}(\mathbf{q}_{\mathrm{kf}},t)$ – сила действия внешнего магнитного поля $\mathbf{H}(\mathbf{q}_{\mathrm{kf}},t)$ на ферромагнитные частицы магнитной жидкости.

В каждом из уравнений (1) и (2) входят функции распределения высокого порядка и таким образом, получается зацепляющая цепочка уравнений, которую необходимо разорвать с использованием каких-нибудь аппроксимаций и получить замкнутую систему уравнений, позволяющую исследовать физические процессы, происходящие в магнитных жидкостях.

Для этой цели в уравнениях (2) используется суперпозиционное приближение Кирквуда [1], где трехчастичные функции распределения $f_{3\mathrm{i}}$ выражаются посредством одночастичных $f_{1\mathrm{i}}$ и двухчастичных $f_{2\mathrm{i}}$ в виде

$$f_{3\mathrm{i}}(\mathbf{x}_{1\mathrm{i}},\mathbf{x}_{2\mathrm{i}},\mathbf{x}_{3\mathrm{i}},t)=\frac{f_{2\mathrm{i}}(\mathbf{x}_{1\mathrm{i}},\mathbf{x}_{2\mathrm{i}},t)\,f_{2\mathrm{i}}(\mathbf{x}_{1\mathrm{i}},\mathbf{x}_{3\mathrm{i}},t)\,f_{2\mathrm{i}}(\mathbf{x}_{2\mathrm{i}},\mathbf{x}_{3\mathrm{i}},t)}{f_{1\mathrm{i}}(\mathbf{x}_{1\mathrm{i}},t)\,f_{1\mathrm{i}}(\mathbf{x}_{2\mathrm{i}},t)\,f_{1\mathrm{i}}(\mathbf{x}_{3\mathrm{i}},t)}, \tag{3}$$

где $\mathbf{x}_{\mathrm{i}}=\mathbf{q}_{\mathrm{i}},\mathbf{p}_{\mathrm{i}}$.

Применение аппроксимации (3) замыкает систему кинетических уравнений (1) и (2) и позволяет исследовать физические процессы, происходящие в магнитных жидкостях.

Для исследования процессов переноса в магнитных жидкостях необходимо получить систему уравнения обобщенной гидродинамики, входящие в которых коэффициенты переноса являются динамическими и зависят от про-

странственных и временных переменных.

Используя импульсные моменты одночастичных и двухчастичных функций распределения, из кинетических уравнений (1) путем последовательного их умножения на единицу, p_{1i}^{α}/m_i, $p_{1i}^2/2m_i$ и интегрированием по $\mathbf{p}_{1i}$, получена система уравнений обобщенной гидродинамики для неэлектропроводящей магнитной жидкости в следующем виде:

$$\sum_{i=s,f}\frac{d\rho_i(\mathbf{q}_{1i},t)}{dt}+\sum_{i=s,f}\rho_i\,\mathrm{div}\boldsymbol{\upsilon}_{1i}(\mathbf{q}_{1i},t)=0,$$

$$\sum_{i=s,f}\rho_i\frac{d\upsilon_{1i}^{\alpha}(\mathbf{q}_{1i},t)}{dt}-\sum_{i=s,f}\frac{\partial\sigma_i^{\alpha\beta}(\mathbf{q}_{1i},t)}{\partial q_{1i}^{\beta}}=n_f\mu_0 m^{\beta}\frac{\partial H^{\alpha}}{\partial q_{1f}^{\beta}}, \tag{4}$$

$$\sum_{i=s,f}n_i\frac{dE_i}{dt}+\sum_{i=s,f}\frac{\partial S_i^{\alpha}}{\partial q_{1i}^{\alpha}}-\sum_{i=s,f}\frac{\partial(\sigma_i^{\alpha\beta}\upsilon_{1i}^{\alpha})}{\partial q_{1i}^{\beta}}=n_f\upsilon_{1i}^{\alpha}\mu_0 m^{\beta}\frac{\partial H^{\alpha}}{\partial q_{1f}^{\beta}},$$

где

$$\sigma_i^{\alpha\beta}(\mathbf{q}_{1i},t)=-K_i^{\alpha\beta}(\mathbf{q}_{1i},t)+\frac{\sigma_i^3}{2}\int\frac{\partial\Phi(r_i)}{\partial r_i}\frac{r_i^{\alpha}r_i^{\beta}}{r_i}n_{2i}(\mathbf{q}_{1i},\mathbf{r}_i,t)d\mathbf{r}_i \tag{5}$$

микроскопическое выражение тензора напряжения i-й подсистемы магнитной жидкости,

$$S_i^{\alpha}(\mathbf{q}_{1i},t)=S_{ki}^{\alpha}(\mathbf{q}_{1i},t)+\frac{1}{4}\int\left[\Phi_i(r_i)\delta^{\alpha\beta}-\frac{d\Phi_i(r_i)}{dr_i}\frac{r_i^{\alpha}r_i^{\beta}}{r_i}\right]J_{2i}^{\beta}(\mathbf{q}_{1i},\mathbf{r}_i,t)d\mathbf{r}_i \tag{6}$$

– молекулярное выражение для компонентов вектора потока тепла i-й подсистемы, $K_i^{\alpha\beta}(\mathbf{q}_{1i},t)=P_{ki}(\mathbf{q}_{1i},t)\delta^{\alpha\beta}+k_i^{\alpha\beta}(\mathbf{q}_{1i},t)$ – кинетическая часть тензора потока импульса, $P_{ki}(\mathbf{q}_{1i},t)=\frac{1}{3}\int\frac{p_{1i}^2}{m_i}f_{1i}(\mathbf{q}_{1i},\mathbf{p}_{1i},t)d\mathbf{p}_{1i}$ – кинетическая часть неравновесного давления, $k_i^{\alpha\beta}(\mathbf{q}_{1i},t)=\int\frac{1}{m_i}\left(p_{1i}^{\alpha}p_{1i}^{\beta}-\frac{1}{3}p_{1i}^2\delta^{\alpha\beta}\right)f_{1i}(\mathbf{q}_{1i},\mathbf{p}_{1i},t)d\mathbf{p}_{1i}$ – кинетическая часть вязкого тензора напряжения, $n_{2i}(\mathbf{q}_{1i},\mathbf{r}_i,t)$ – неравновесная бинарная плотность в конфигурационном пространстве, $S_{ki}^{\alpha}(\mathbf{q}_{1i},t)=\frac{1}{2}\int\frac{\tilde{p}_{1i}^2\tilde{p}_{1i}^{\alpha}}{m_i^2}f_{1i}(\mathbf{q}_{1i},\mathbf{p}_{1i},t)d\mathbf{p}_{1i}$ – кинетическая часть вектора потока тепла, σ_i – диаметр частицы соответствующей подсистемы, $r_i=|\mathbf{q}_{2i}-\mathbf{q}_{1i}|/\sigma_i=x_i/\sigma_i$ – безразмерное расстояние между частицами.

Уравнения (4) по виду не отличаются от обычных уравнений гидродинамики, однако все входящие в них потоки и физические величины определяются микроскопически. В этих уравнениях содержатся тензоры напряжения $\sigma_i^{\alpha\beta}(\mathbf{q}_{1i},t)$ и компоненты вектора потока тепла $S_i^{\alpha}(\mathbf{q}_{1i},t)$, для которых

необходимо иметь явные выражения. Кинетические части тензоров напряжения (5) определяются посредством кинетических частей неравновесного давления $P_{\mathrm{ki}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)$, вязкого тензора напряжения $k_{\mathrm{i}}^{\alpha\beta}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)$. Соответственно в (6) кинетические части $S_{\mathrm{i}}^{\alpha}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)$ определяются кинетическими частями вектора потока тепла $S_{\mathrm{ki}}^{\alpha}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)$. Следовательно для них необходимо иметь уравнения.

Уравнения для $P_{\mathrm{ki}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)$, $k_{\mathrm{i}}^{\alpha\beta}(\mathbf{q}_{1i},t)$ и $S_{\mathrm{ki}}^{\alpha}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)$ получаются из уравнения (1) при последовательном умножении на $\tilde{p}_{1\mathrm{i}}^{\alpha}\tilde{p}_{1\mathrm{i}}^{\beta}$, $\tilde{p}_{1\mathrm{i}}^{\alpha}\tilde{p}_{1\mathrm{i}}^{\beta}\tilde{p}_{1\mathrm{i}}^{\gamma}/(2m_{\mathrm{i}}^{2})$, с последующим интегрированием по импульсу $\mathbf{p}_{1\mathrm{i}}$, которые имеют вид:

$$\frac{\partial P_{\mathrm{ki}}\left(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t\right)}{\partial t}+\frac{5}{3}P_{\mathrm{ki}}(0)\mathrm{div}\upsilon_{1\mathrm{i}}+\frac{2}{3}\frac{\partial S_{\mathrm{ki}}^{\alpha}}{\partial q_{1\mathrm{i}}^{\alpha}}+\frac{2}{3}\int\frac{\partial\Phi(r_{\mathrm{i}})}{\partial r_{\mathrm{i}}^{\alpha}}J_{2\mathrm{i}(1)}^{\alpha}d\mathbf{r}_{\mathrm{i}}=0, \tag{7}$$

$$\frac{\partial k_{\mathrm{i}}^{\alpha\beta}\left(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t\right)}{\partial t}+2P_{\mathrm{ki}}(0)\left\{\frac{\partial\upsilon_{1\mathrm{i}}^{\alpha}}{\partial q_{1\mathrm{i}}^{\beta}}\right\}+\frac{4}{5}\left\{\frac{\partial S_{\mathrm{ki}}^{\alpha}}{\partial q_{1\mathrm{i}}^{\beta}}\right\}+2\int\left\{\frac{\partial\Phi(r_{\mathrm{i}})}{\partial r_{\mathrm{i}}^{\alpha}}J_{2\mathrm{i}(1)}^{\beta}\right\}d\mathbf{r}_{\mathrm{i}}=-\frac{2\beta_{\mathrm{i}}}{m_{\mathrm{i}}}k_{\mathrm{i}}^{\alpha\beta}, \tag{8}$$

$$\frac{\partial S_{\mathrm{ki}}^{\alpha}}{\partial t}+\frac{5}{2}\frac{k}{m_{\mathrm{i}}}P_{\mathrm{ki}}(0)\frac{\partial T}{\partial q_{1\mathrm{i}}^{\alpha}}+\frac{5}{2}\frac{kT_{0}}{m_{\mathrm{i}}}\frac{\partial P_{\mathrm{ki}}}{\partial q_{1\mathrm{i}}^{\alpha}}+\frac{7}{2}\frac{\partial}{\partial q_{1\mathrm{i}}^{\beta}}\left(\frac{kT}{m_{\mathrm{i}}}k_{\mathrm{i}}^{\alpha\beta}\right)=-\frac{3\beta_{\mathrm{i}}}{m_{\mathrm{i}}}S_{\mathrm{ki}}^{\alpha}+\frac{5\beta_{\mathrm{i}}kT_{0}}{m_{\mathrm{i}}}j_{1\mathrm{i}}^{\alpha}. \tag{9}$$

Потенциальные части тензоров напряжения $\sigma_{\mathrm{i}}^{\alpha\beta}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)$ описываются посредством неравновесных бинарных плотностей $n_{2\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathbf{r}_{\mathrm{i}},t)$ в конфигурационном пространстве, которых необходимо определить.

Уравнения для неравновесных бинарных плотностей, имеющих вида уравнения Смолуховского получаются из уравнений (2) при умножении на $p_{1\mathrm{i}}^{\alpha}/m_{i}$ и интегрированием по $d\mathbf{p}_{1\mathrm{i}}d\mathbf{p}_{2\mathrm{i}}$, которые имеют вид:

$$\frac{\partial n_{2\mathrm{i}}'}{\partial t}+\omega_{0\mathrm{i}}\hat{L}_{\mathrm{i}}n_{2\mathrm{i}}'\left(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathbf{r}_{\mathrm{i}},t\right)=R_{\mathrm{i}}\left(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathbf{r}_{\mathrm{i}},t\right), \tag{10}$$

$$R_{\mathrm{s}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{s}},\mathbf{r}_{\mathrm{s}},t)=-\varphi_{\mathrm{s}}(r_{\mathrm{s}})\mathrm{div}\dot{\mathbf{u}}_{\mathrm{s}}-\varphi_{\mathrm{s}}^{\alpha\beta}(r_{\mathrm{s}})\left\{\frac{\partial\dot{u}_{\mathrm{s}}^{\alpha}}{\partial q_{1\mathrm{s}}^{\beta}}\right\},$$

$$R_{\mathrm{f}}\left(\mathbf{q}_{1\mathrm{f}},\mathbf{r}_{\mathrm{f}},t\right)=-\left[\varphi_{\mathrm{f}}(r_{\mathrm{f}})+\frac{n_{\mathrm{f}}^{2}\mu_{0}}{9\beta_{\mathrm{f}}}\left(\mathbf{m}\nabla\right)\left(\frac{\partial H}{\partial\dot{u}_{\mathrm{f}}}\right)_{n,T}r_{\mathrm{f}}\left(\frac{\partial g_{\mathrm{f}}(r_{\mathrm{f}})}{\partial r_{\mathrm{f}}}\right)\right]\mathrm{div}\dot{\mathbf{u}}_{\mathrm{f}}-$$

$$-\varphi_{\mathrm{f}}^{\alpha\beta}(r_{\mathrm{f}})\left[1+\frac{\mu_{0}}{6\beta_{\mathrm{f}}}\left(\mathbf{m}\nabla\right)\left(\frac{\partial H}{\partial\dot{u}_{\mathrm{f}}}\right)_{n,T}\right]\left\{\frac{\partial\dot{u}_{\mathrm{f}}^{\alpha}}{\partial q_{1\mathrm{f}}^{\beta}}\right\},$$

$$\varphi_{\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}})=2n_{\mathrm{i}}^{2}g_{\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}})\left\{1+\frac{1}{6}\frac{\partial\ln g_{\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}})}{\partial\ln r_{\mathrm{i}}}-\frac{1}{2}\left[n_{\mathrm{i}}\left(\frac{\partial\ln g_{\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}})}{\partial n_{\mathrm{i}}}\right)_{T}+\gamma_{\mathrm{i}}T\left(\frac{\partial\ln g_{\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}})}{\partial T}\right)_{n_{\mathrm{i}}}\right]\right\},$$

$$\gamma_{\mathrm{i}}=\frac{1}{n_{\mathrm{i}}C_{V\mathrm{i}}}\left(\frac{\partial P_{\mathrm{i}}}{\partial T}\right)_{n_{\mathrm{i}}},$$

$$\varphi_{\mathrm{i}}^{\alpha\beta}(r_{\mathrm{i}}) = 2n_{\mathrm{i}}^2 \frac{\left(r_{\mathrm{i}}^{\alpha} r_{\mathrm{i}}^{\beta} - \frac{1}{3} r_{\mathrm{i}}^2 \delta^{\alpha\beta}\right)}{r_{\mathrm{i}}} \frac{\partial g_{\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}})}{\partial r_{\mathrm{i}}}, \quad \left\{\frac{\partial \dot{u}_{\mathrm{i}}^{\alpha}}{\partial q_{1\mathrm{i}}^{\beta}}\right\} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \dot{u}_{\mathrm{i}}^{\alpha}}{\partial q_{1\mathrm{i}}^{\beta}} + \frac{\partial \dot{u}_{\mathrm{i}}^{\beta}}{\partial q_{1\mathrm{i}}^{\alpha}} - \frac{2}{3}\delta^{\alpha\beta}\mathrm{div}\dot{\mathbf{u}}_{\mathrm{i}}\right),$$

$\hat{L}_{\mathrm{i}} = -\frac{\partial}{\partial r_{\mathrm{i}}^{\alpha}}\left[\frac{\partial}{\partial r_{\mathrm{i}}^{\alpha}} - \frac{\partial}{\partial r_{\mathrm{i}}^{\alpha}} \ln g_{\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}})\right]$ – оператор Смолуховского в конфигурационном пространстве, $\omega_{0\mathrm{i}} = 1/\tau_{0\mathrm{i}} = 2kT/\beta_{\mathrm{i}}\sigma_{\mathrm{i}}^2$, n_{i}, β_{i}, $C_{V\mathrm{i}}$, P_{i}, g_{i} – соответствующие *i*-ой подсистеме характерная циклическая частота, числовая плотность, коэффициент трения, теплоемкость, давление и радиальная функция распределения, T – температура системы, H – внешнее магнитное поле, $\mathbf{m}$ – магнитный момент магнитной частицы, $\mathbf{u}$ – вектор смещения.

Решение уравнения (10) для $n'_{2\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}}, \mathbf{r}_{\mathrm{i}}, t)$ в соответствии с [1] представляется в виде:

$$n'_{2\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}}, \mathrm{r}_{\mathrm{i}}, t) = \int_0^t dt_1 \int_{-\infty}^{\infty} G_{\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}}, r_{1\mathrm{i}}, t - t_1) R_{\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}}, \mathbf{r}_{1\mathrm{i}}, t_1) d\mathbf{r}_{1\mathrm{i}}. \tag{11}$$

Функция

$$G_{\mathrm{i}}\left(r_{\mathrm{i}}, r_{1\mathrm{i}}, t - t_1\right) = 2\left(2\pi\right)^{-3}\left(r_{\mathrm{i}i} r_{1\mathrm{i}}\right)^{-1}\left(\frac{\pi}{\omega_{0\mathrm{i}}\left(t - t_1\right)}\right)^{1/2}\left\{\exp\left[-\frac{\left(r_{\mathrm{i}} - r_{1\mathrm{i}}\right)^2}{4\omega_{0\mathrm{i}}\left(t - t_1\right)}\right] - \right.$$

$$\left. - \exp\left[-\frac{\left(r_{\mathrm{i}} + r_{1\mathrm{i}}\right)^2}{4\omega_{0\mathrm{i}}\left(t - t_1\right)}\right]\right\},$$

являясь функцией Грина или фундаментальным решением однородного уравнения Смолуховского, описывает пространственно-временное поведение неравновесной бинарной плотности $n_{2\mathrm{i}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}}, \mathbf{r}_{\mathrm{i}}, t)$ под действием приложенной гидродинамической силы $R_{\mathrm{i}}\left(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}}, \mathbf{r}_{\mathrm{i}}, t\right)$.

Из анализа (10) и (11) видно, что процесс перестройки структуры магнитной жидкости носит диффузионный характер и описывается непрерывным спектром времен релаксации.

Теперь, подставляя решения (11) в выражения тензоров напряжения магнитной жидкости (5), и учитывая в них (7)–(9) можно исследовать вязкоупругие и акустические свойства двухкомпонентной магнитной жидкости при наличии внешнего магнитного поля с учетом вкладов трансляционной и структурной релаксационных процессов.

Третья глава посвящена микроскопическому описанию процессов переноса в неэлектропроводящих магнитных жидкостях. На основе микроскопического выражения для тензора напряжения двухкомпонентной магнитной жидкости (5) выведены аналитические выражения для динамических коэф-

фициентов сдвиговой и объемной вязкости, а также сдвиговый и объемный модули упругости неэлектропроводящих магнитных жидкостей:

$$\eta_{\mathrm{v}}(\omega)=\sum_{\mathrm{i=s,f}}\frac{n_{\mathrm{i}}^{2}\sigma_{\mathrm{i}}^{3}}{24\pi}\int_{0}^{\infty}\frac{\partial\Phi(r_{\mathrm{i}})}{\partial r_{\mathrm{i}}}\int_{0}^{\infty}G_{1\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}},r_{1\mathrm{i}},\omega)\varphi_{\mathrm{i}}^{*}(r_{1\mathrm{i}})r_{1\mathrm{i}}^{-1}d\mathbf{r}_{1\mathrm{i}}d\mathbf{r}_{\mathrm{i}}+$$

$$+\frac{n_{\mathrm{f}}^{2}\sigma_{\mathrm{f}}^{3}}{216\pi}\int_{0}^{\infty}\frac{\partial\Phi(r_{\mathrm{f}})}{\partial r_{\mathrm{f}}}\int_{0}^{\infty}G_{1\mathrm{f}}(r_{\mathrm{f}},r_{1\mathrm{f}},\omega)\frac{\mu_{0}}{\beta_{\mathrm{f}}}(\mathbf{m}\nabla)\frac{\partial H}{\partial\dot{u}}\frac{\partial g_{\mathrm{f}}(r_{1\mathrm{f}})}{\partial r_{1\mathrm{f}}}d\mathbf{r}_{1\mathrm{f}}d\mathbf{r}_{\mathrm{f}},$$

$$\eta_{\mathrm{s}}(\omega)=\sum_{\mathrm{i=s,f}}\frac{n_{\mathrm{i}}kT\tau_{1\mathrm{i}}}{1+(\omega\tau_{1\mathrm{i}})^{2}}+\sum_{\mathrm{i=f,s}}\frac{n_{\mathrm{i}}^{2}\sigma_{\mathrm{i}}^{3}}{120\pi}\int_{0}^{\infty}\frac{\partial\Phi(r_{\mathrm{i}})}{\partial r_{\mathrm{i}}}\int_{0}^{\infty}G_{1\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}},r_{1\mathrm{i}},\omega)\frac{\partial g_{\mathrm{i}}(r_{1\mathrm{i}})}{\partial r_{1\mathrm{i}}}d\mathbf{r}_{1\mathrm{i}}d\mathbf{r}_{\mathrm{i}}+$$

$$+\frac{n_{\mathrm{f}}^{2}\sigma_{\mathrm{f}}^{3}}{360\pi}\int_{0}^{\infty}\frac{\partial\Phi(r_{\mathrm{f}})}{\partial r_{\mathrm{f}}}\int_{0}^{\infty}G_{1\mathrm{f}}(r_{\mathrm{f}},r_{1\mathrm{f}},\omega)\frac{\mu_{0}}{\beta_{\mathrm{f}}}(\mathbf{m}\nabla)\frac{\partial H}{\partial\dot{u}}\frac{\partial g_{\mathrm{f}}(r_{1\mathrm{f}})}{\partial r_{1\mathrm{f}}}d\mathbf{r}_{1\mathrm{f}}d\mathbf{r}_{\mathrm{f}},\qquad(12)$$

$$K_{\mathrm{r}}(\omega)=\sum_{\mathrm{i=s,f}}\frac{n_{\mathrm{i}}^{2}\sigma_{\mathrm{i}}^{3}\omega}{24\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\partial\Phi(r_{\mathrm{i}})}{\partial r_{\mathrm{i}}}\int_{-\infty}^{\infty}G_{2\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}},r_{1\mathrm{i}},\omega)\varphi_{\mathrm{i}}^{*}(r_{1\mathrm{i}})r_{1\mathrm{i}}^{-1}d\mathbf{r}_{1\mathrm{i}}d\mathbf{r}_{\mathrm{i}}+$$

$$+\frac{n_{\mathrm{f}}^{2}\sigma_{\mathrm{f}}^{3}\omega}{216\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\partial\Phi(r_{\mathrm{f}})}{\partial r_{\mathrm{f}}}\int_{-\infty}^{\infty}G_{2\mathrm{f}}(r_{\mathrm{f}},r_{1\mathrm{f}},\omega)\frac{\mu_{0}}{\beta_{\mathrm{f}}}(\mathbf{m}\nabla)\frac{\partial H}{\partial\dot{u}}\frac{\partial g_{\mathrm{f}}(r_{1\mathrm{f}})}{\partial r_{1\mathrm{f}}}d\mathbf{r}_{1\mathrm{f}}d\mathbf{r}_{\mathrm{f}},$$

$$\mu(\omega)=\sum_{\mathrm{i=s,f}}\frac{n_{\mathrm{i}}kT(\omega\tau_{1\mathrm{i}})^{2}}{1+(\omega\tau_{1\mathrm{i}})^{2}}+\sum_{\mathrm{i=f,s}}\frac{n_{\mathrm{i}}^{2}\sigma_{\mathrm{i}}^{3}\omega}{120\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\partial\Phi(r_{\mathrm{i}})}{\partial r_{\mathrm{i}}}\int_{-\infty}^{\infty}G_{2\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}},r_{1\mathrm{i}},\omega)\frac{\partial g_{\mathrm{i}}(r_{1\mathrm{i}})}{\partial r_{1\mathrm{i}}}d\mathbf{r}_{1\mathrm{i}}d\mathbf{r}_{\mathrm{i}}+$$

$$+\frac{n_{\mathrm{f}}^{2}\sigma_{\mathrm{f}}^{3}\omega}{360\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\partial\Phi(r_{\mathrm{f}})}{\partial r_{\mathrm{f}}}\int_{-\infty}^{\infty}G_{2\mathrm{f}}(r_{\mathrm{f}},r_{1\mathrm{f}},\omega)\frac{\mu_{0}}{\beta_{\mathrm{f}}}(\mathbf{m}\nabla)\frac{\partial H}{\partial\dot{u}}\frac{\partial g_{\mathrm{f}}(r_{1\mathrm{f}})}{\partial r_{1\mathrm{f}}}d\mathbf{r}_{1\mathrm{f}}d\mathbf{r}_{\mathrm{f}},\qquad(13)$$

где

$$\varphi_{\mathrm{i}}^{*}(r_{1\mathrm{i}})=\frac{r_{1\mathrm{i}}}{3}\frac{\partial g_{\mathrm{i}}(r_{1\mathrm{i}})}{\partial r_{1\mathrm{i}}}-n_{\mathrm{i}}\left(\frac{\partial g_{\mathrm{i}}(r_{1\mathrm{i}})}{\partial n_{\mathrm{i}}}\right)_{T}-\gamma_{\mathrm{i}}T\left(\frac{\partial g_{\mathrm{i}}(r_{1\mathrm{i}})}{\partial T}\right)_{n_{\mathrm{i}}},$$

$$G_{(1,2)\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}},r_{1\mathrm{i}},\omega)=\pm\frac{\tau_{0\mathrm{i}}}{2}\left(\frac{2}{\omega\tau_{0\mathrm{i}}}\right)^{1/2}\left[(\sin\varphi_{1\mathrm{i}}\mp\cos\varphi_{1\mathrm{i}})e^{-\varphi_{1\mathrm{i}}}-(\sin\varphi_{2\mathrm{i}}\mp\cos\varphi_{2\mathrm{i}})e^{-\varphi_{2\mathrm{i}}}\right],$$

$\varphi_{(1,2)\mathrm{i}}(r_{\mathrm{i}},r_{1\mathrm{i}},\omega)=\left(\frac{\omega\tau_{0\mathrm{i}}}{2}\right)^{1/2}(r_{\mathrm{i}}\mp r_{1\mathrm{i}})$, $\tau_{1\mathrm{i}}=\frac{m_{\mathrm{i}}}{2\beta_{\mathrm{i}}}$ – время трансляционной релаксации вязкого тензора напряжений, $\tau_{0\mathrm{i}}=\frac{\beta_{\mathrm{i}}\sigma_{\mathrm{i}}^{2}}{2kT}$ – феноменологическое время структурной релаксации, $\Phi(r_{\mathrm{i}})$ и $g_{\mathrm{i}}(r_{1\mathrm{i}})$ – потенциальные энергии взаимодействия и радиальные функции распределения частиц соответствующего сорта.

Аналитические выражения (12), (13) позволяют определить динамические коэффициенты вязкости и модули упругости магнитной жидкости в широком диапазоне изменения частоты и термодинамических параметров состояния.

Анализ асимптотического поведения выражений (12) и (13) показывает, что в гидродинамическом режиме, когда $\omega\tau_{0i} << 1$, коэффициенты вязкости $\eta_v(\omega)$ и $\eta_s(\omega)$ имеют асимптотики, пропорциональные $(\omega\tau_{0i})^{1/2}$, $K_r(\omega)$ стремится к значению статического адиабатического объемного модуля упругости K_0, а сдвиговый модуль упругости – к нулю по закону $(\omega\tau_{0i})^{3/2}$, что совпадает с низкочастотными асимптотиками [2].

При высоких частотах, когда $\omega\tau_{0i} >> 1$, динамические коэффициенты объемной и сдвиговой вязкости стремятся к нулю по закону ω^{-1}, а модули упругости не зависят от частоты и по виду совпадают с высокочастотными модулями упругости [3].

Выражения (12) и (13) для динамических коэффициентов вязкости и модулей упругости магнитных жидкостей являются сложными функциями потенциальных энергий взаимодействия частиц подсистем Φ_i и соответствующих радиальных функций распределения g_i. Поэтому для количественного исследования вязкоупругих свойств магнитных жидкостей необходим правильный выбор явных видов функций Φ_i и g_i, удовлетворительно описывающих структуру исследуемой магнитной жидкости.

Для дальнейших расчетов в первом приближении используются известные и относительно простые потенциалы. Энергия взаимодействия молекулярной подсистемы выбирается в виде модели Штокмайера

$$\Phi_s(\mathbf{r}_s) = \Phi_s^{L-J}(r_s) + \Phi^{pp}(\mathbf{r}_s), \tag{14}$$

где $\Phi^{L-J}(r_s) = 4\varepsilon_s\left(r_s^{-12} - r_s^{-6}\right)$, $\Phi^{pp}(\mathbf{r}_s) = \dfrac{p^2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0\sigma_s^3}\left[\dfrac{(\mathbf{e}_a\mathbf{e}_b)}{r_{ab}^3} - \dfrac{3(\mathbf{e}_a\mathbf{r}_{ab})(\mathbf{e}_b\mathbf{r}_{ab})}{r_{ab}^5}\right]$.

В магнитной подсистеме, считая феррочастицы сферическими однодоменными частицами, покрытыми слоем поверхностно-активного вещества, и находящимися под действием внешнего магнитного поля, их взаимодействие представляется в виде

$$\Phi(\mathbf{r}_f, \mathbf{H}) = \Phi^{L-J}(r_f) + \Phi^{mm}(\mathbf{r}_f) + \Phi^{H}(\mathbf{H}), \tag{15}$$

Условия взаимной непроницаемости частиц и учет отталкивательной силы, существующей из-за наличия поверхностно-активного слоя, обеспечиваются потенциалом Леннард-Джонса:

$$\Phi^{L-J}(r_f) = 4\varepsilon_f\left(r_f^{-12} - r_f^{-6}\right).$$

Взаимодействие магнитных диполей между собой и с внешним магнитным полем описываются потенциалами

$$\Phi^{mm}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0 m^2}{4\pi\sigma_f^3}\left[\frac{(\mathbf{e}_a\mathbf{e}_b)}{r_{ab}^3} - \frac{3(\mathbf{e}_a\mathbf{r}_{ab})(\mathbf{e}_b\mathbf{r}_{ab})}{r_{ab}^5}\right], \ \Phi^{H}(\mathbf{H}) = -\mu_0\mathbf{m}\mathbf{H}.$$

Радиальные функции распределения для каждой подсистемы выбираются в виде

$$\begin{aligned} g_{\mathrm{s}}(r_{\mathrm{s}}, n_{\mathrm{s}}, T) &= y_{\mathrm{s}}(\rho^{*}) \exp\left[-\Phi(\mathbf{r}_{\mathrm{s}}) / kT\right], \\ g_{\mathrm{f}}(r_{\mathrm{f}}, T, H) &= \exp\left[-\Phi(\mathbf{r}_{\mathrm{f}}, \mathbf{H}) / kT\right]. \end{aligned} \quad (16)$$

На основе (12)–(13) с учетом (14)–(16) проведены численные расчеты коэффициентов вязкости и соответствующих модулей упругости магнитных жидкостей. Расчеты проведены для магнитных жидкостей с частицами Fe_3O_4 при $m = 10^{-20}$ Дж/Тл, $\sigma_f = 5$ нм, $\rho_f = 5340$ кг/м^3, $\varepsilon_f = 0.37kT$, приготовленных на основе воды ($\sigma_s = 0.27$ нм, $\rho_s = 1000$ кг/м^3, $\varepsilon_s = 1.27kT$, $\varepsilon = 81$, $p = 6.2 \cdot 10^{-30}$ Кл·м), керосина ($\sigma_s = 0.43$ нм, $\rho_s = 819$ кг/м^3, $\varepsilon_s = 0.6kT$, $\varepsilon = 2.1$, $p = 0.3 \cdot 10^{-30}$ Кл·м), додекана ($\sigma_s = 0.44$ нм, $\rho_s = 750$ кг/м^3, $\varepsilon_s = 0.6kT$, $\varepsilon = 2$, $p = 0.33 \cdot 10^{-30}$ Кл·м) и ундекана ($\sigma_s = 0.44$ нм, $\rho_s = 740$ кг/м^3, $\varepsilon_s = 0.6kT$, $\varepsilon = 2$, $p = 0.36 \cdot 10^{-30}$ Кл·м) в широком диапазоне изменения гидродинамической частоты, различных значениях внешнего магнитного поля, объемной концентрации магнитных частиц и температуры.

Результаты численных расчетов частотной зависимости динамических коэффициентов вязкости и модулей упругости магнитной жидкости на основе керосина приведены на рис. 1 и 2.

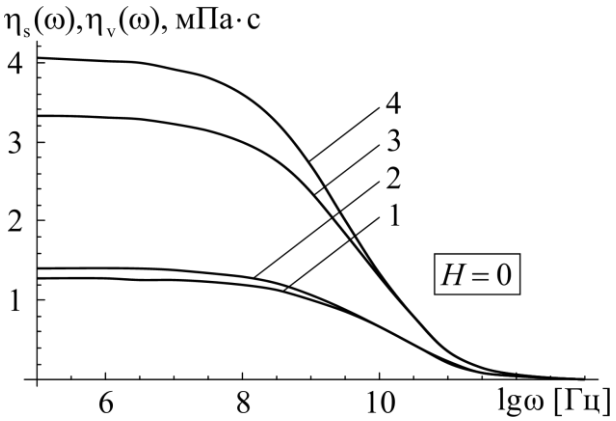

Рис. 1. Зависимости $\eta_{\mathrm{s}}(\omega)$ – 1, 2 и $\eta_{\mathrm{v}}(\omega)$ – 3, 4 от частоты для магнитной жидкости на основе керосина при $T = 293$ К. Кривые 1 и 3 соответствуют объемной концентрации $\varphi = 0.08$, кривые 2 и 4 – $\varphi = 0.1$.

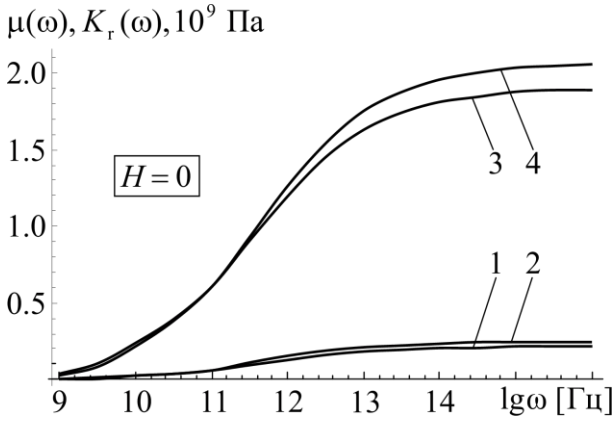

Рис. 2. Зависимости $\mu(\omega)$ – 1, 2 и $K_{\mathrm{r}}(\omega)$ – 3, 4 от частоты для магнитной жидкости на основе керосина при $T = 293$ К. Кривые 1 и 3 соответствуют объемной концентрации $\varphi = 0.03$, кривые 2 и 4 – $\varphi = 0.1$.

Согласно рисункам 1 и 2 область частотной дисперсии коэффициентов вязкости и модулей упругости является широкой, составляя $10^3 - 10^4$ Гц, тогда как экспериментальные данные по дисперсии вязкости жидкостей дают узкую область $\sim 10^2$ Гц. Широкая область частотной дисперсии, наблюдае-

мая на рис. 1 и 2, является следствием учета структурных релаксационных процессов в магнитных жидкостях.

На рис. 3 и 4 представлены результаты экспериментальных и теоретических расчетов концентрационной зависимости коэффициента сдвиговой вязкости в магнитных жидкостях на основе керосина и воды при $T = 293$ К. На рисунках значками обозначены результаты экспериментальных исследований разных авторов, и проведено их сравнение с теоретическими и эмпирическими моделями.

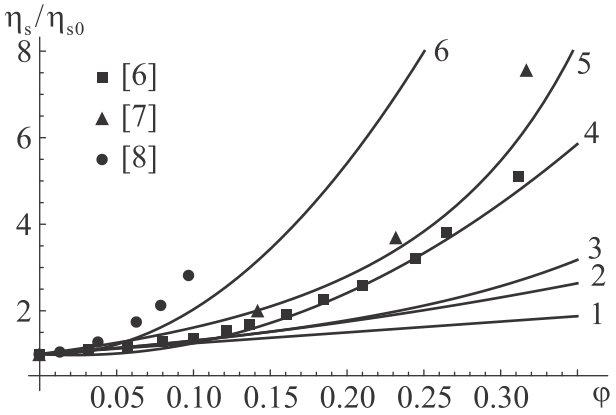

Рис. 3. Зависимости η_s/η_{s0} от объемной концентрации φ для магнитной жидкости на основе керосина: 1 – формула Эйнштейна [8], 2 – Бэтчелора, 3 – Розенцвейга [9], 4 – выражение (12), 5 – модифицированная модель Чонга [6], 6 – выражение (12) при $\sigma_f = 5$ нм.

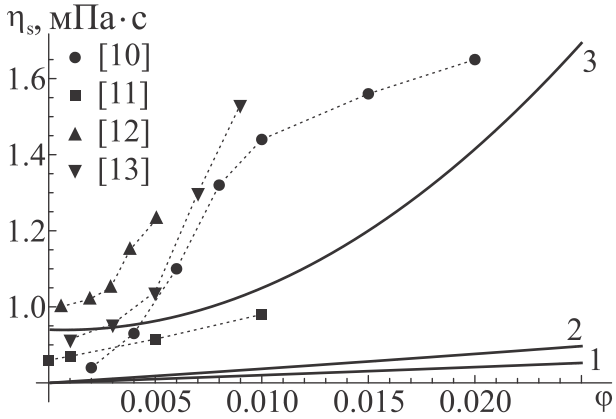

Рис. 4. Зависимости η_s от объемной концентрации φ для магнитной жидкости на основе воды: 1 – формулы Эйнштейна [8], Бэтчелора и Розенцвейга [9], 2 – модифицированная модель Чонга [6], 3 – выражение (12) при $\sigma_f = 5$ нм.

Согласно рис. 4, хотя с увеличением концентрации наблюдается одинаковый ход возрастания вязкости, численные значения экспериментов, как в сравнении с теоретическими моделями, так и друг с другом, существенно отличаются (до 36 %). По-видимому это связано со структурными особенностями воды и трудным подбором соотношения между магнетитом и стабилизатором, так как малое отклонение от оптимального значения приводит к резкому ухудшению свойств магнитной жидкости

На рис. 5 приведены зависимости коэффициента сдвиговой вязкости от объемной концентрации магнетита в магнитной жидкости на основе ундекана. Концентрационная зависимость коэффициента объемной вязкости в магнитных жидкостях на основе керосина и ундекана продемонстрирована на рис. 6.

Расчеты показывают, что во всех магнитных жидкостях коэффициенты вязкости с увеличением объемной концентрации магнетита возрастают нелинейно. Присутствие внешнего магнитного поля приводит к более сильному возрастанию вязкости в магнитных жидкостях.

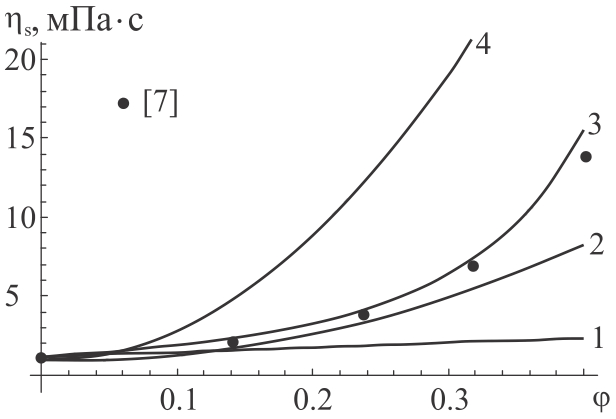

Рис. 5. Зависимости η_s от объемной концентрации φ в магнитной жидкости на основе ундекана. 1 – формула Эйнштейна, 2 – выражение (12) при $\sigma_f = 3.7$ нм, 3 – модифицированная модель Чонга, 4 – выражение (12) при $\sigma_f = 5$ нм.

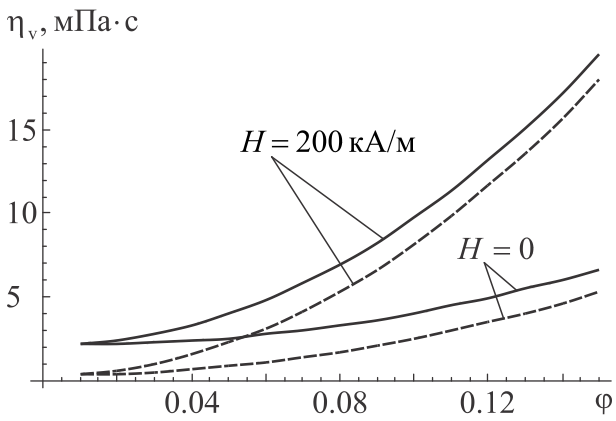

Рис. 6. Зависимости коэффициента объемной вязкости η_v от объемной концентрации φ в магнитных жидкостях на основе керосина (сплошные кривые) и ундекана (прерывистые кривые) при $T = 293$ К.

На рис. 7 и 10 приведены результаты теоретических расчетов зависимости коэффициентов вязкости и модулей упругости от напряженности внешнего магнитного поля, концентрации феррочастиц и температуры в магнитных жидкостях на основе воды и додекана и их сравнение с экспериментальными данными.

Видно, что возрастание концентрации магнитных частиц и значения напряженности внешнего магнитного поля приводит к нелинейному увеличению коэффициентов вязкости и модулей упругости, а рост температуры – к их нелинейному уменьшению.

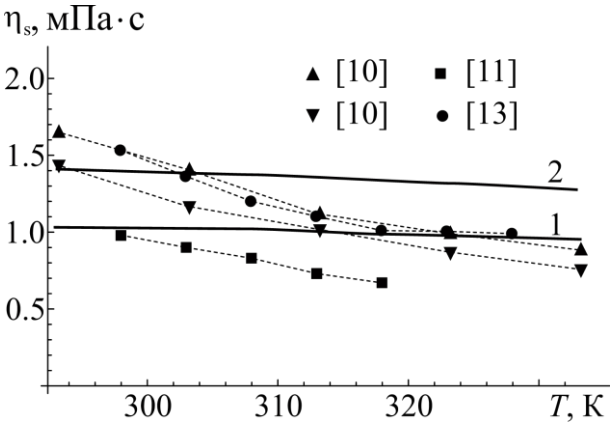

Рис. 7. Зависимости коэффициента сдвиговой вязкости от температуры для магнитной жидкости на основе воды.

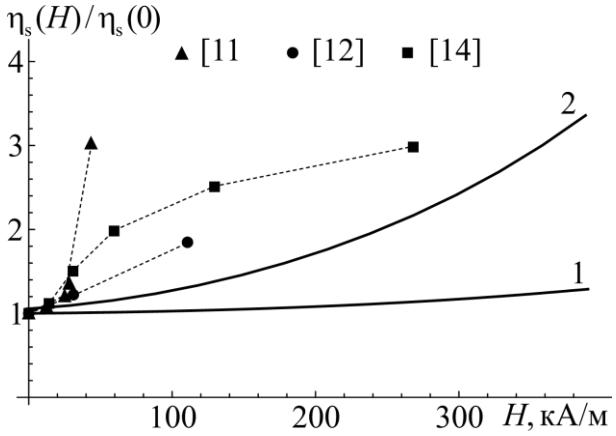

Рис. 8. Зависимости $\eta_s(H)/\eta_s(0)$ от H для магнитной жидкости на основе воды.

Полученное на основе неравновесной статистической теории аналитическое выражение для коэффициентов вязкости и модулей упругости магнитных жидкостей, в отличие от классических теорий и в согласии с экспериментальными данными, удовлетворительно описывает концентрационную

и температурную зависимость вязкости и упругости, как разбавленных, так и концентрированных магнитных жидкостей. Учет диполь-дипольного взаимодействия феррочастиц позволил обнаружить магнитореологические эффекты в исследуемых магнитных жидкостях.

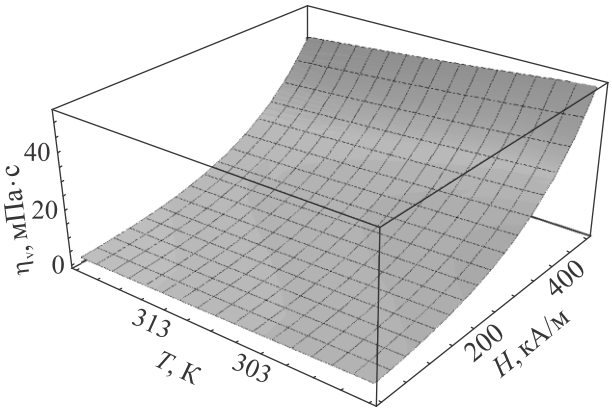

Рис. 9. Зависимости коэффициента объемной вязкости от температуры и напряженности магнитного поля в магнитной жидкости на основе додекана.

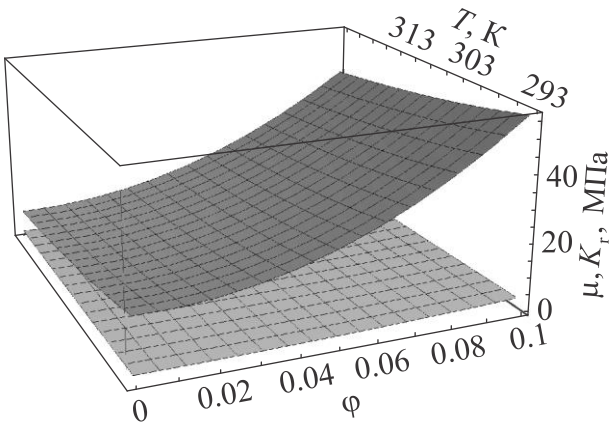

Рис. 10. Зависимости сдвигового и объемного модуля упругости от концентрации магнитных частиц и температуры в магнитной жидкости на основе додекана.

В четвертой главе предложена статистическая теория процессов переноса в электропроводящих магнитных жидкостях. На основе выбора модели многокомпонентной системы получены системы кинетических уравнений, имеющих вид:

$$\frac{\partial f_{1\mathrm{f}}}{\partial t}+\frac{p_{1\mathrm{f}}^{\alpha}}{m_{\mathrm{f}}}\frac{\partial f_{1\mathrm{f}}}{\partial q_{1\mathrm{f}}^{\alpha}}+F^{\alpha}(\mathbf{q}_{1\mathrm{f}},t)\frac{\partial f_{1\mathrm{f}}}{\partial p_{1\mathrm{f}}^{\alpha}}-\int\frac{\partial\Phi(|\mathbf{q}_{1\mathrm{f}}-\mathbf{q}_{2\mathrm{f}}|)}{\partial q_{1\mathrm{f}}^{\alpha}}\frac{\partial f_{\mathrm{ff}}}{\partial p_{1\mathrm{f}}^{\alpha}}d\mathbf{q}_{2\mathrm{f}}d\mathbf{p}_{2\mathrm{f}}-$$
$$-\int\frac{\partial\Phi(|\mathbf{q}_{1\mathrm{f}}-\mathbf{q}_{1\mathrm{p}}|)}{\partial q_{1\mathrm{f}}^{\alpha}}\frac{\partial f_{\mathrm{fp}}}{\partial p_{1\mathrm{f}}^{\alpha}}d\mathbf{q}_{1\mathrm{p}}d\mathbf{p}_{1\mathrm{p}}=\beta_{\mathrm{f}}\frac{\partial}{\partial p_{1\mathrm{f}}^{\alpha}}\left[\frac{\tilde{p}_{1\mathrm{f}}^{\alpha}}{m_{\mathrm{f}}}f_{1\mathrm{f}}+kT(\mathbf{q}_{1\mathrm{f}},t)\frac{\partial f_{1\mathrm{f}}}{\partial p_{1\mathrm{f}}^{\alpha}}\right], \tag{17}$$

$$\frac{\partial f_{2\mathrm{f}}}{\partial t}+\sum_{\mathrm{n}=1}^{2}\left[\frac{p_{\mathrm{nf}}^{\alpha}}{m_{\mathrm{f}}}\frac{\partial f_{2\mathrm{f}}}{\partial q_{\mathrm{nf}}^{\alpha}}+F^{\alpha}(\mathbf{q}_{\mathrm{nf}},t)\frac{\partial f_{2\mathrm{f}}}{\partial p_{\mathrm{nf}}^{\alpha}}-\frac{\partial\Phi(|\mathbf{q}_{1\mathrm{f}}-\mathbf{q}_{2\mathrm{f}}|)}{\partial q_{\mathrm{nf}}^{\alpha}}\frac{\partial f_{2\mathrm{f}}}{\partial p_{\mathrm{nf}}^{\alpha}}-\right.$$
$$\left.-\int\frac{\partial\Phi(|\mathbf{q}_{\mathrm{nf}}-\mathbf{q}_{3\mathrm{f}}|)}{\partial q_{\mathrm{nf}}^{\alpha}}\frac{\partial f_{3\mathrm{f}}}{\partial p_{\mathrm{nf}}^{\alpha}}d\mathbf{q}_{3\mathrm{f}}d\mathbf{p}_{3\mathrm{f}}-\int\frac{\partial\Phi(|\mathbf{q}_{\mathrm{nf}}-\mathbf{q}_{1\mathrm{p}}|)}{\partial q_{\mathrm{nf}}^{\alpha}}\frac{\partial f_{\mathrm{ffp}}}{\partial p_{\mathrm{nf}}^{\alpha}}d\mathbf{q}_{1\mathrm{p}}d\mathbf{p}_{1\mathrm{p}}\right]= \tag{18}$$
$$\sum_{\mathrm{n}=1}^{2}\beta_{\mathrm{f}}\frac{\partial}{\partial p_{\mathrm{nf}}^{\alpha}}\left[\frac{\tilde{p}_{\mathrm{nf}}{}^{\alpha}}{m_{\mathrm{f}}}+kT(\mathbf{q}_{\mathrm{nf}},t)\frac{\partial}{\partial p_{\mathrm{nf}}^{\alpha}}\right]f_{2\mathrm{f}},$$

$$\frac{\partial f_{1\mathrm{s}}}{\partial t}+\frac{p_{1\mathrm{s}}^{\alpha}}{m_{\mathrm{s}}}\frac{\partial f_{1\mathrm{s}}}{\partial q_{1\mathrm{s}}^{\alpha}}+F^{\alpha}(\mathbf{q}_{1\mathrm{s}},t)\frac{\partial f_{1\mathrm{s}}}{\partial p_{1\mathrm{s}}^{\alpha}}-\int\frac{\partial\Phi(|\mathbf{q}_{1\mathrm{s}}-\mathbf{q}_{2\mathrm{s}}|)}{\partial q_{1\mathrm{s}}^{\alpha}}\frac{\partial f_{2\mathrm{s}}}{\partial p_{1\mathrm{s}}^{\alpha}}d\mathbf{q}_{2\mathrm{s}}d\mathbf{p}_{2\mathrm{s}}=$$
$$=\beta_{\mathrm{s}}\frac{\partial}{\partial p_{1\mathrm{s}}^{\alpha}}\left[\frac{\tilde{p}_{1\mathrm{s}}^{\alpha}}{m_{\mathrm{s}}}f_{1\mathrm{s}}+kT(\mathbf{q}_{1\mathrm{s}},t)\frac{\partial f_{1\mathrm{s}}}{\partial p_{1\mathrm{s}}^{\alpha}}\right], \tag{19}$$

$$\frac{\partial f_{2s}}{\partial t}+\sum_{n=1}^{2}\left[\frac{p_{ns}^{\alpha}}{m_s}\frac{\partial f_{2s}}{\partial q_{ns}^{\alpha}}+F^{\alpha}(\mathbf{q}_{ns},t)\frac{\partial f_{2s}}{\partial p_{ns}^{\alpha}}-\frac{\partial\Phi(|\mathbf{q}_{1s}-\mathbf{q}_{2s}|)}{\partial q_{ns}^{\alpha}}\frac{\partial f_{2s}}{\partial p_{ns}^{\alpha}}-\right.$$
$$\left.-\int\frac{\partial\Phi(|\mathbf{q}_{ns}-\mathbf{q}_{3s}|)}{\partial q_{ns}^{\alpha}}\frac{\partial f_{3s}}{\partial p_{ns}^{\alpha}}d\mathbf{q}_{3s}d\mathbf{p}_{3s}\right]=\sum_{n=1}^{2}\beta_s\frac{\partial}{\partial p_{ns}^{\alpha}}\left[\frac{\tilde{p}_{ns}{}^{\alpha}}{m_s}+kT(\mathbf{q}_{ns},t)\frac{\partial}{\partial p_{ns}^{\alpha}}\right]f_{2s}. \tag{20}$$

$$\frac{\partial f_{fp}}{\partial t}+\left(\frac{p_{1f}^{\alpha}}{m_f}\frac{\partial}{\partial q_{1f}^{\alpha}}+\frac{p_{1p}^{\alpha}}{m_p}\frac{\partial}{\partial q_{1p}^{\alpha}}+F^{\alpha}(\mathbf{q}_{1f},t)\frac{\partial}{\partial p_{1f}^{\alpha}}\right)f_{fp}-$$
$$-\frac{\partial\Phi(|\mathbf{q}_{1f}-\mathbf{q}_{1p}|)}{\partial q_{1f}^{\alpha}}\frac{\partial f_{fp}}{\partial p_{1f}^{\alpha}}-\frac{\partial\Phi(|\mathbf{q}_{1f}-\mathbf{q}_{1p}|)}{\partial q_{1p}^{\alpha}}\frac{\partial f_{fp}}{\partial p_{1p}^{\alpha}}-\int\frac{\partial\Phi(|\mathbf{q}_{1f}-\mathbf{q}_{2f}|)}{\partial q_{1f}^{\alpha}}\times$$
$$\times\frac{\partial f_{ffp}}{\partial p_{1f}^{\alpha}}d\mathbf{q}_{2f}d\mathbf{p}_{2f}-\int\frac{\partial\Phi(|\mathbf{q}_{1p}-\mathbf{q}_{2f}|)}{\partial q_{1p}^{\alpha}}\frac{\partial f_{ffp}}{\partial p_{1p}^{\alpha}}d\mathbf{q}_{2f}d\mathbf{p}_{2f}-\int\frac{\partial\Phi(|\mathbf{q}_{1p}-\mathbf{q}_{2p}|)}{\partial q_{1p}^{\alpha}}\times \tag{21}$$
$$\times\frac{\partial f_{fpp}}{\partial p_{1p}^{\alpha}}d\mathbf{q}_{2p}d\mathbf{p}_{2p}-\int\frac{\partial\Phi(|\mathbf{q}_{1f}-\mathbf{q}_{2p}|)}{\partial q_{1f}^{\alpha}}\frac{\partial f_{fpp}}{\partial p_{1f}^{\alpha}}d\mathbf{q}_{2p}d\mathbf{p}_{2p}=$$
$$=\beta_f\frac{\partial}{\partial p_f^{\alpha}}\left[\frac{\tilde{p}_f{}^{\alpha}}{m_f}+kT(\mathbf{q}_f,t)\frac{\partial}{\partial p_f^{\alpha}}\right]f_{fp}+\beta_p\frac{\partial}{\partial p_p^{\alpha}}\left[\frac{\tilde{p}_p{}^{\alpha}}{m_p}+kT(\mathbf{q}_p,t)\frac{\partial}{\partial p_p^{\alpha}}\right]f_{fp},$$

Следует отметить, что функций распределения $f_{fp}(\mathbf{x}_f,\mathbf{x}_p,t)=f_{pf}(\mathbf{x}_p,\mathbf{x}_f,t)$, $f_{ffp}(\mathbf{x}_f,\mathbf{x}_f,\mathbf{x}_p,t)=f_{fpf}(\mathbf{x}_f,\mathbf{x}_p,\mathbf{x}_f,t)$ и кинетические уравнения для р-й компоненты формулируются аналогично (17) и (18).

На основе (17)–(21) выведена система уравнений обобщенной гидродинамики для электропроводящей магнитной жидкости в следующем виде:

$$\sum_{i=f,p,s}\frac{d\rho_i(\mathbf{q}_{1i},t)}{dt}+\sum_{i=f,p,s}\rho_i\,\mathrm{div}\boldsymbol{\upsilon}_{1i}(\mathbf{q}_{1i},t)=0,$$
$$\sum_{i=f,p,s}\rho_i\frac{d\upsilon_{1i}^{\alpha}(\mathbf{q}_{1i},t)}{dt}-\sum_{i=f,p,s}\frac{\partial\sigma_i^{\alpha\beta}(\mathbf{q}_{1i},t)}{\partial q_{1i}^{\beta}}=(\mathbf{j}\times\mathbf{B})^{\alpha}+n_f\mu_0m^{\beta}\frac{\partial H^{\alpha}}{\partial q_{1f}^{\beta}}, \tag{22}$$
$$\sum_{i=f,p,s}n_i\frac{dE_i}{dt}+\sum_{i=f,p,s}\frac{\partial S_i^{\alpha}}{\partial q_{1i}^{\alpha}}-\sum_{i=f,p,s}\frac{\partial(\sigma_i^{\alpha\beta}\upsilon_{1i}^{\alpha})}{\partial q_{1i}^{\beta}}=\upsilon_{1s}^{\alpha}(\mathbf{j}\times\mathbf{B})^{\alpha}+n_f\upsilon_{1f}^{\alpha}\mu_0m^{\beta}\frac{\partial H^{\alpha}}{\partial q_{1f}^{\beta}},$$

где

$$\sigma^{\alpha\beta}(\mathbf{q}_1,t)=-\sum_{i=f,p,s}K_i^{\alpha\beta}(\mathbf{q}_{1i},t)+\sum_{i=f,p}\sum_{j=f,p}\frac{\sigma_{ij}^3}{2}\int\frac{\partial\Phi(r_{ij})}{\partial r_{ij}}\frac{r_{ij}^{\alpha}r_{ij}^{\beta}}{r_{ij}}\times$$
$$\times n_{ij}(\mathbf{q}_{1i},\mathbf{r}_{ij},t)d\mathbf{r}_{ij}+\frac{\sigma_s^3}{2}\int\frac{\partial\Phi(r_s)}{\partial r_s}\frac{r_s^{\alpha}r_s^{\beta}}{r_s}n_{2s}(\mathbf{q}_{1s},\mathbf{r}_s,t)d\mathbf{r}_s, \tag{23}$$

$$S^{\alpha}(\mathbf{q}_1,t)=\sum_{i=f,p,s}S_{ki}^{\alpha}(\mathbf{q}_{1i},t)+\sum_{i=f,p}\sum_{=f,p}\frac{1}{4}\int\left[\Phi(r_{ij})\delta^{\alpha\beta}-\frac{d\Phi(r_{ij})}{dr_{ij}}\frac{r_{ij}^{\alpha}r_{ij}^{\beta}}{r_{ij}}\right]\times$$
$$\times J_{ij}^{\beta}(\mathbf{q}_{1i},\mathbf{r}_{ij},t)d\mathbf{r}_{ij}+\frac{1}{4}\int\left[\Phi(r_s)\delta^{\alpha\beta}-\frac{d\Phi(r_s)}{dr_s}\frac{r_s^{\alpha}r_s^{\beta}}{r_s}\right]J_{2s}^{\beta}(\mathbf{q}_{1s},\mathbf{r}_s,t)d\mathbf{r}_s. \tag{24}$$

Выражения для кинетической части неравновесного давления $P_{\mathrm{ki}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)$, кинетической части вязкого тензора напряжения $k_{\mathrm{i}}^{\alpha\beta}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)$ и кинетической части вектора потока тепла $S_{\mathrm{ki}}^{\alpha}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)$, входящих в выражения для $\sigma_{\mathrm{i}}^{\alpha\beta}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)$ и $S_{\mathrm{i}}^{\alpha}(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},t)$ получаются аналогичными уравнениям (7)–(9).

Согласно (23) для определения тензора напряжения $\sigma^{\alpha\beta}(\mathbf{q}_1,t)$ электропроводящей магнитной жидкости наряду с функциями неравновесных бинарных плотностей n_{ff}, n_{pp}, и n_{ss}, необходимо еще иметь уравнение для неравновесной бинарной плотности n_{fp} коррелирующих частиц магнитного материала и стабилизатора. Уравнения для соответствующих неравновесных бинарных функций распределения получаются из (18), (20) и (21), которые запишутся в виде

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial n'_{2\mathrm{i}}}{\partial t}+\omega_{0\mathrm{i}}\hat{L}_{\mathrm{i}}n'_{2\mathrm{i}}\left(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathbf{r}_{\mathrm{i}},t\right)=R_{\mathrm{i}}\left(\mathbf{q}_{1\mathrm{i}},\mathbf{r}_{\mathrm{i}},t\right),\\
&\frac{\partial n'_{\mathrm{fp}}}{\partial t}+\omega_{0\mathrm{fp}}\hat{L}_{\mathrm{fp}}n'_{\mathrm{fp}}\left(\mathbf{q}_{1\mathrm{f}},\mathbf{r}_{\mathrm{fp}},t\right)=R_{\mathrm{fp}}\left(\mathbf{q}_{1\mathrm{f}},\mathbf{r}_{\mathrm{fp}},t\right),
\end{aligned}\tag{25}$$

где

$$R_{\mathrm{p}}(\mathbf{q}_{1\mathrm{p}},\mathbf{r}_{\mathrm{p}},t)=-\varphi_{\mathrm{p}}(r_{\mathrm{p}})\mathrm{div}\dot{\mathbf{u}}_{\mathrm{p}}-\varphi_{\mathrm{p}}^{\alpha\beta}(r_{\mathrm{p}})\left\{\frac{\partial\dot{u}_{\mathrm{p}}^{\alpha}}{\partial q_{1\mathrm{p}}^{\beta}}\right\},$$

$$R_{\mathrm{f}}\left(\mathbf{q}_{1\mathrm{f}},\mathbf{r}_{\mathrm{f}},t\right)=-\left[\varphi_{\mathrm{f}}(r_{\mathrm{f}})+\frac{n_{\mathrm{f}}^{2}\mu_{0}}{9\beta_{\mathrm{f}}}\left(\mathbf{m}\nabla\right)\left(\frac{\partial H}{\partial\dot{u}_{\mathrm{f}}}\right)_{n,T}r_{\mathrm{f}}\left(\frac{\partial g_{\mathrm{f}}(r_{\mathrm{f}})}{\partial r_{\mathrm{f}}}\right)\right]\mathrm{div}\dot{\mathbf{u}}_{\mathrm{f}}-$$

$$-\varphi_{\mathrm{f}}^{\alpha\beta}(r_{\mathrm{f}})\left[1+\frac{\mu_{0}}{6\beta_{\mathrm{f}}}\left(\mathbf{m}\nabla\right)\left(\frac{\partial H}{\partial\dot{u}_{\mathrm{f}}}\right)_{n,T}\right]\left\{\frac{\partial\dot{u}_{\mathrm{f}}^{\alpha}}{\partial q_{1\mathrm{f}}^{\beta}}\right\},$$

$$R_{\mathrm{s}}\left(\mathbf{q}_{1\mathrm{s}},\mathbf{r}_{\mathrm{s}},t\right)=-\left[\varphi_{\mathrm{s}}(r_{\mathrm{s}})+\frac{n_{\mathrm{s}}^{2}\sigma_{\mathrm{s}}^{3}\pi\lambda\mu_{0}^{2}H^{2}}{18\beta_{\mathrm{s}}}r_{\mathrm{s}}\left(\frac{\partial g_{\mathrm{s}}(r_{\mathrm{s}})}{\partial r_{\mathrm{s}}}\right)\right]\mathrm{div}\dot{\mathbf{u}}_{\mathrm{s}}-$$

$$-\varphi_{\mathrm{s}}^{\alpha\beta}(r_{\mathrm{s}})\left[1+\frac{\sigma_{\mathrm{s}}^{3}\pi\lambda\mu_{0}^{2}H^{2}}{12\beta_{\mathrm{s}}}\right]\left\{\frac{\partial\dot{u}_{\mathrm{s}}^{\alpha}}{\partial q_{1s}^{\beta}}\right\},$$

$$R_{\mathrm{fp}}\left(\mathbf{q}_{1\mathrm{fp}},\mathbf{r}_{\mathrm{fp}},t\right)=-\left[\varphi_{\mathrm{fp}}(r_{\mathrm{fp}})+\frac{n_{\mathrm{f}}^{2}\mu_{0}}{9\beta_{\mathrm{f}}}\left(\mathbf{m}\nabla\right)\left(\frac{\partial H}{\partial\dot{u}_{\mathrm{f}}}\right)_{n,T}r_{\mathrm{fp}}\left(\frac{\partial g_{\mathrm{fp}}(r_{\mathrm{fp}})}{\partial r_{\mathrm{fp}}}\right)\right]\mathrm{div}\dot{\mathbf{u}}_{\mathrm{fp}}-$$

$$-\varphi_{\mathrm{fp}}^{\alpha\beta}(r_{\mathrm{fp}})\left[1+\frac{\mu_{0}}{6\beta_{\mathrm{f}}}\left(\mathbf{m}\nabla\right)\left(\frac{\partial H}{\partial\dot{u}_{\mathrm{f}}}\right)_{n,T}\right]\left\{\frac{\partial\dot{u}_{\mathrm{fp}}^{\alpha}}{\partial q_{1\mathrm{fp}}^{\beta}}\right\},$$

$$\varphi_{\rm i}(r_{\rm i}) = 2n_{\rm i}^2 g_{\rm i}(r_{\rm i})\left\{1 + \frac{1}{6}\frac{\partial \ln g_{\rm i}(r_{\rm i})}{\partial \ln r_{\rm i}} - \frac{1}{2}\left[n_{\rm i}\left(\frac{\partial \ln g_{\rm i}(r_{\rm i})}{\partial n_{\rm i}}\right)_T + \gamma_{\rm i} T\left(\frac{\partial \ln g_{\rm i}(r_{\rm i})}{\partial T}\right)_{n_{\rm i}}\right]\right\},$$

$$\varphi_{\rm fp}(r_{\rm fp}) = 2n_{\rm f} n_{\rm p} g_{\rm fp}(r_{\rm fp})\left\{1 + \frac{1}{6}\frac{\partial \ln g_{\rm fp}(r_{\rm fp})}{\partial \ln r_{\rm fp}} - \frac{1}{2}\left[n_{\rm f}\left(\frac{\partial \ln g_{\rm fp}(r_{\rm fp})}{\partial n_{\rm f}}\right)_T + \right.\right.$$

$$\left.\left. + n_{\rm p}\left(\frac{\partial \ln g_{\rm fp}(r_{\rm fp})}{\partial n_{\rm p}}\right)_T + \gamma_{\rm fp} T\left(\frac{\partial \ln g_{\rm fp}(r_{\rm fp})}{\partial T}\right)_n\right]\right\},$$

$$\varphi_{\rm i}^{\alpha\beta}(r_{\rm i}) = 2n_{\rm i}^2 \frac{\left(r_{\rm i}^{\alpha} r_{\rm i}^{\beta} - \frac{1}{3} r_{\rm i}^2 \delta^{\alpha\beta}\right)}{r_{\rm i}} \frac{\partial g_{\rm i}(r_{\rm i})}{\partial r_{\rm i}},\ \varphi_{\rm fp}^{\alpha\beta}(r_{\rm fp}) = 2n_{\rm f} n_{\rm p} \frac{\left(r_{\rm fp}^{\alpha} r_{\rm fp}^{\beta} - \frac{1}{3} r_{\rm fp}^2 \delta^{\alpha\beta}\right)}{r_{\rm fp}} \frac{\partial g_{\rm fp}(r_{\rm fp})}{\partial r_{\rm fp}},$$

$$\left\{\frac{\partial \dot{u}_{\rm i}^{\alpha}}{\partial q_{1\rm i}^{\beta}}\right\} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \dot{u}_{\rm i}^{\alpha}}{\partial q_{1\rm i}^{\beta}} + \frac{\partial \dot{u}_{\rm i}^{\beta}}{\partial q_{1\rm i}^{\alpha}} - \frac{2}{3}\delta^{\alpha\beta}{\rm div}\dot{\mathbf{u}}_{\rm i}\right),\ \hat{L}_{\rm i} = -\frac{\partial}{\partial r_{\rm i}^{\alpha}}\left[\frac{\partial}{\partial r_{\rm i}^{\alpha}} - \frac{\partial}{\partial r_{\rm i}^{\alpha}}\ln g_{\rm i}(r_{\rm i})\right],$$

$$\gamma_{\rm i} = \frac{1}{n_{\rm i} C_{V\rm i}}\left(\frac{\partial P_{\rm i}}{\partial T}\right)_{n_{\rm i}}, \qquad \omega_{0\rm i} = 1/\tau_{0\rm i} = 2kT/\beta_{\rm i}\sigma_{\rm i}^2, \qquad \omega_{0\rm fp} = 1/\tau_{0\rm fp} = \frac{kT}{\sigma_{\rm fp}^2}\left(\frac{\beta_{\rm f} + \beta_{\rm p}}{\beta_{\rm f}\beta_{\rm p}}\right),$$

$$\sigma_{\rm fp} = \frac{1}{2}\left(\sigma_{\rm f} + \sigma_{\rm p}\right).$$

Решения уравнения (25) аналогично (11) представляется в виде:

$$n'_{\rm ij}(\mathbf{q}_{1\rm i}, {\rm r}_{\rm ij}, t) = \int_0^t dt_1 \int_{-\infty}^{\infty} G_{\rm ij}(r_{\rm ij}, r_{1\rm ij}, t - t_1) R_{\rm ij}(\mathbf{q}_{1\rm ij}, \mathbf{r}_{1\rm ij}, t_1) d\mathbf{r}_{1\rm ij}. \tag{26}$$

Учитывая решения (26) в выражении тензора напряжений (23), а также подставляя в него решения уравнений (7) и (8) для $P_{ki}(\mathbf{q}_{1i}, t)$ и $k_i^{\alpha\beta}(\mathbf{q}_{1i}, t)$, затем, совершив фурье-преобразование по времени, для динамических коэффициентов вязкости и модулей упругости электропроводящих магнитных жидкостей получим:

$$\eta_{\rm v}(\omega) = \sum_{\rm i=f,s} \frac{n_{\rm i}^2 \sigma_{\rm i}^3}{72\pi} \int_0^{\infty} \frac{\partial \Phi(r_{\rm i})}{\partial r_{\rm i}} \int_0^{\infty} G_{1\rm i}(r_{\rm i}, r_{1\rm i}, \omega)\left(3\varphi_{\rm i}^*(r_{1\rm i}) + A_{\rm i} r_{1\rm i}\left(\frac{\partial g_{\rm i}(r_{1\rm i})}{\partial r_{1\rm i}}\right)\right) r_{1\rm i}^{-1} d\mathbf{r}_{1\rm i} d\mathbf{r}_{\rm i} +$$

$$+ \frac{n_{\rm f} n_{\rm p} \sigma_{\rm fp}^3}{36\pi} \int_0^{\infty} \frac{\partial \Phi(r_{\rm fp})}{\partial r_{\rm fp}} \int_0^{\infty} G_{1\rm fp}(r_{\rm fp}, r_{1\rm fp}, \omega)\left(3\varphi_{\rm fp}^*(r_{1\rm fp}) + A_{\rm f} r_{1\rm fp}\left(\frac{\partial g_{\rm fp}(r_{1\rm fp})}{\partial r_{1\rm fp}}\right)\right) \times \tag{27}$$

$$\times r_{1\rm fp}^{-1} d\mathbf{r}_{1\rm fp} d\mathbf{r}_{\rm fp} + \frac{n_{\rm p}^2 \sigma_{\rm p}^3}{24\pi} \int_0^{\infty} \frac{\partial \Phi(r_{\rm p})}{\partial r_{\rm p}} \int_0^{\infty} G_{1\rm p}(r_{\rm p}, r_{1\rm p}, \omega) \varphi_{\rm p}^*(r_{1\rm p}) r_{1\rm p}^{-1} d\mathbf{r}_{1\rm p} d\mathbf{r}_{\rm p},$$

$$\eta_s(\omega)=\sum_{i=f,p,s}\frac{n_i kT\tau_{1i}}{1+(\omega\tau_{1i})^2}+\sum_{i=f,s}\frac{n_i^2\sigma_i^3}{240\pi}\int_0^\infty\frac{\partial\Phi(r_i)}{\partial r_i}\int_0^\infty G_{1i}(r_i,r_{1i},\omega)\left(2+A_i\right)\times$$

$$\times\frac{\partial g_i(r_{1i})}{\partial r_{1i}}d\mathbf{r}_{1i}d\mathbf{r}_i+\frac{n_f n_p\sigma_{fp}^3}{120\pi}\int_0^\infty\frac{\partial\Phi(r_{fp})}{\partial r_{fp}}\int_0^\infty G_{1fp}(r_{fp},r_{1fp},\omega)\left(2+A_f\right)\times \tag{28}$$

$$\times\frac{\partial g_{fp}(r_{1ab})}{\partial r_{1fp}}d\mathbf{r}_{1fp}d\mathbf{r}_{fp}+\frac{n_p^2\sigma_p^3}{120\pi}\int_0^\infty\frac{\partial\Phi(r_p)}{\partial r_p}\int_0^\infty G_{1p}(r_p,r_{1p},\omega)\frac{\partial g_p(r_{1p})}{\partial r_{1p}}d\mathbf{r}_{1p}d\mathbf{r}_p,$$

$$K_r(\omega)=\sum_{i=f,s}\frac{n_i^2\sigma_i^3\omega}{72\pi}\int_0^\infty\frac{\partial\Phi(r_i)}{\partial r_i}\int_0^\infty G_{2i}(r_i,r_{1i},\omega)\left(3\varphi_i^*(r_{1i})+A_i r_{1i}\left(\frac{\partial g_i(r_{1i})}{\partial r_{1i}}\right)\right)\times$$

$$\times r_{1i}^{-1}d\mathbf{r}_{1i}d\mathbf{r}_i+\frac{n_f n_p\sigma_{fp}^3\omega}{36\pi}\int_0^\infty\frac{\partial\Phi(r_{fp})}{\partial r_{fp}}\int_0^\infty G_{2fp}(r_{fp},r_{1fp},\omega)\Big(3\varphi_{fp}^*(r_{1fp})+$$

$$+A_f r_{1fp}\left(\frac{\partial g_{fp}(r_{1fp})}{\partial r_{1fp}}\right)\Big)\times r_{1fp}^{-1}d\mathbf{r}_{1fp}d\mathbf{r}_{fp}+\frac{n_p^2\sigma_p^3\omega}{24\pi}\int_0^\infty\frac{\partial\Phi(r_p)}{\partial r_p}\times \tag{29}$$

$$\times\int_0^\infty G_{2p}(r_p,r_{1p},\omega)\varphi_p^*(r_{1p})r_{1p}^{-1}d\mathbf{r}_{1p}d\mathbf{r}_p,$$

$$\mu(\omega)=\sum_{i=f,p,s}\frac{n_i kT(\omega\tau_{1i})^2}{1+(\omega\tau_{1i})^2}+\sum_{i=f,s}\frac{n_i^2\sigma_i^3\omega}{240\pi}\int_0^\infty\frac{\partial\Phi(r_i)}{\partial r_i}\int_0^\infty G_{2i}(r_i,r_{1i},\omega)\left(2+A_i\right)\times$$

$$\times\frac{\partial g_i(r_{1i})}{\partial r_{1i}}d\mathbf{r}_{1i}d\mathbf{r}_i+\frac{n_f n_p\sigma_{fp}^3\omega}{120\pi}\int_0^\infty\frac{\partial\Phi(r_{fp})}{\partial r_{fp}}\int_0^\infty G_{2fp}(r_{fp},r_{1fp},\omega)\left(2+A_f\right)\times \tag{30}$$

$$\times\frac{\partial g_{fp}(r_{1ab})}{\partial r_{1fp}}d\mathbf{r}_{1fp}d\mathbf{r}_{fp}+\frac{n_p^2\sigma_p^3\omega}{120\pi}\int_0^\infty\frac{\partial\Phi(r_p)}{\partial r_p}\int_0^\infty G_{2p}(r_p,r_{1p},\omega)\frac{\partial g_p(r_{1p})}{\partial r_{1p}}d\mathbf{r}_{1p}d\mathbf{r}_p,$$

где

$$\varphi_i^*\left(r_{1i}\right)=\frac{r_{1i}}{3}\frac{\partial g_i(r_{1i})}{\partial r_{1i}}-n_i\left(\frac{\partial g_i(r_{1i})}{\partial n_i}\right)_T-\gamma_i T\left(\frac{\partial g_i(r_{1i})}{\partial T}\right)_{n_i},$$

$$\varphi_{fp}^*\left(r_{1fp}\right)=\frac{r_{1fp}}{3}\frac{\partial g_{fp}(r_{1fp})}{\partial r_{1fp}}-n_f\left(\frac{\partial g_{fp}(r_{1fp})}{\partial n_f}\right)_T-n_p\left(\frac{\partial g_{fp}(r_{1fp})}{\partial n_p}\right)_T-\gamma_{fp}T\left(\frac{\partial g_{fp}(r_{1fp})}{\partial T}\right)_n,$$

$$G_{(1,2)i}\left(r_i,r_{1i},\omega\right)=\pm\frac{\tau_{0i}}{2}\left(\frac{2}{\omega\tau_{0i}}\right)^{1/2}\left[\left(\sin\varphi_{1i}\mp\cos\varphi_{1i}\right)e^{-\varphi_{1i}}-\left(\sin\varphi_{2i}\mp\cos\varphi_{2i}\right)e^{-\varphi_{2i}}\right],$$

$$\varphi_{(1,2)i}\left(r_i,r_{1i},\omega\right)=\left(\frac{\omega\tau_{0i}}{2}\right)^{1/2}\left(r_i\mp r_{1i}\right),\quad \tau_{1i}=\frac{m_i}{2\beta_i},\quad \tau_{0fp}=\frac{\sigma_{fp}^2}{kT}\left(\frac{\beta_f\beta_p}{\beta_f+\beta_p}\right),\quad \tau_{0i}=\frac{\beta_i\sigma_i^2}{2kT},$$

$$A_f=\frac{\mu_0 mH\tau_{0f}}{3\beta_f l^2},\ A_s=\frac{\sigma_s^3}{\beta_s}\frac{\pi\lambda\mu_0^2H^2}{6}.$$

Выражения (27)–(30) описывают вязкоупругие свойства электропроводящих магнитных жидкостей в зависимости от термодинамических параметров состояния системы и частоты внешнего возмущения. На основе этих выражений можно провести численные расчеты, если известны явные виды содержащихся в них потенциальных энергий взаимодействия $\Phi(r)$ и радиальных функций распределения $g(r)$.

Потенциальная энергия взаимодействия двух ионов жидкого металла представляется в виде, состоящей из двух частей:

$$\Phi(r_{\mathrm{s}}) = \Phi^{K}(r_{\mathrm{s}}) + \varphi(r_{\mathrm{s}}), \tag{31}$$

где $\varphi(r_{\mathrm{s}})$ – короткодействующая часть потенциала, $\Phi^{K}(r_{\mathrm{s}}) = \dfrac{Z^2 e^2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_{\mathrm{s}}}\exp(-\chi r_{\mathrm{s}})$ – экранированный кулоновский потенциал, ε_0 – электрическая постоянная, ε – диэлектрическая проницаемость среды, $\chi^2 = \dfrac{4k_f}{\pi a_0}$ – постоянная экранирования, называемая обратным дебаевским радиусом, $k_f = (3\pi^2 n)^{1/3}$ – волновое число Ферми, n – плотность электронов, $a_0 = \dfrac{\hbar^2}{m_e e^2}$ – боровский радиус. В качестве короткодействующей потенциальной энергии взаимодействия ионов выбран потенциал Леннард–Джонса.

Считается, что взаимодействие частиц вещества стабилизатора на поверхности магнитных частиц является электростатическим Ван-дер-Ваальсовым, которого можно описать посредством потенциала Леннард–Джонса. Следовательно, потенциальная энергия взаимодействия и радиальная функция распределения частиц стабилизатора и магнетита выбирается в виде:

$$\begin{aligned} &\Phi^{\mathrm{L-J}}(r_{\mathrm{fp}}) = 4\varepsilon_{\mathrm{fp}}\left(r_{\mathrm{fp}}^{-12} - r_{\mathrm{fp}}^{-6}\right), \\ &g(r_{\mathrm{fp}}, n, T) = y(\rho_{\mathrm{fp}}^{*})\exp\left[-\Phi^{\mathrm{L-J}}(r_{\mathrm{fp}}) / kT\right], \end{aligned} \tag{32}$$

где $\varepsilon_{\mathrm{fp}} = \sqrt{\varepsilon_{\mathrm{f}}\varepsilon_{\mathrm{p}}}$, $r_{\mathrm{fp}} = x_{\mathrm{fp}} / \sigma_{\mathrm{fp}}$, $\rho_{\mathrm{fp}}^{*} = \dfrac{\pi}{6}\left(n_{\mathrm{f}}\sigma_{\mathrm{f}}^3 + n_{\mathrm{p}}\sigma_{\mathrm{p}}^3\right)$.

На основе выражений (27)–(30) с учетом (31), (32) проведены численные расчеты коэффициентов вязкости и модулей упругости в электропроводящих магнитных жидкостях на основе ртути и эвтектического сплава галлия и индия (eGaIn) с железными частицами и металлическими добавками.

На рисунках 11–13 представлены результаты расчетов зависимости коэффициентов сдвиговой и объемной вязкости и соответствующие им сдвиговый и объемный модули упругости электропроводящих магнитных жидко-

стей на основе ртути и сплава галлия и индия с частицами железа от частоты, концентрации твердых частиц, магнитного поля и температуры.

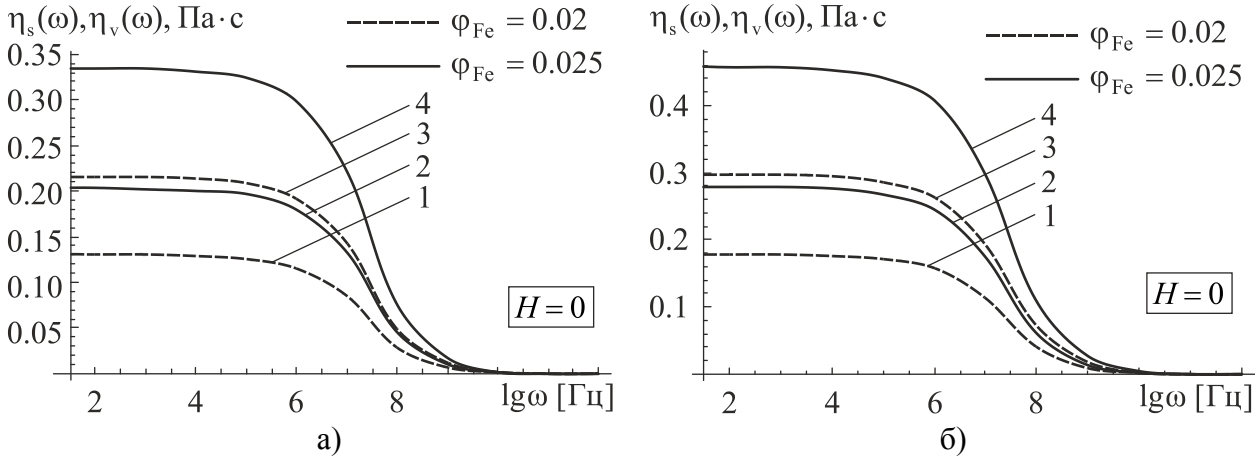

Рис. 11. Частотная зависимость коэффициентов сдвиговой – 1, 2 и объемной – 3, 4 вязкости электропроводящей магнитной жидкости на основе ртути – а), эвтетического сплава галлия и индия – б) с частицами железа.

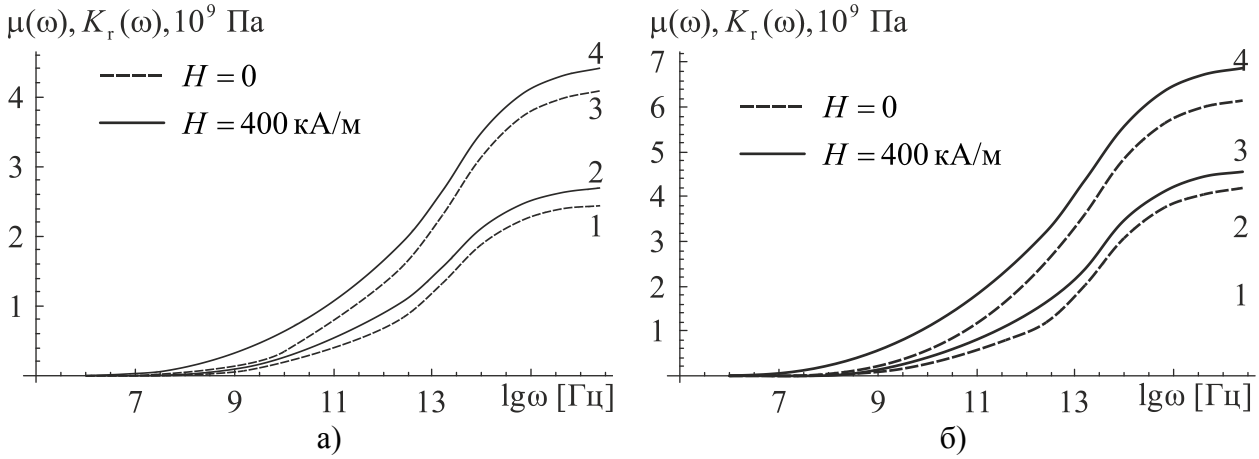

Рис. 12. Зависимости сдвигового – 1, 2 и объемного – 3, 4 модулей упругости электропроводящих магнитных жидкостей на основе а) ртути и б) eGaIn при концентрации частиц железа $\varphi = 0.03$ и температуры $T = 293$ К.

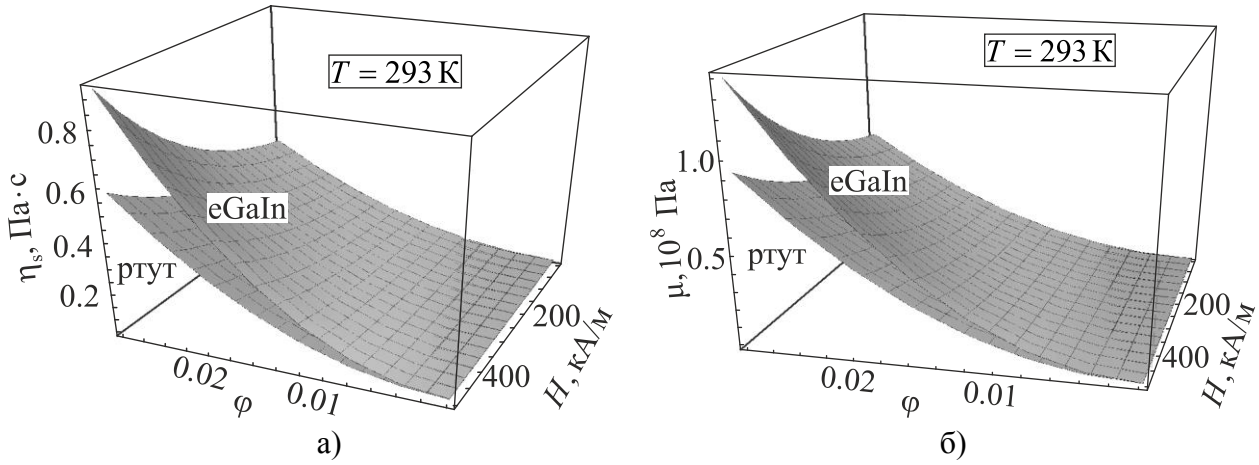

Рис. 13. Зависимости коэффициента сдвиговой вязкости – а) и сдвигового модуля упругости – б) в магнитных жидкостях от напряженности внешнего магнитного поля и различных значений концентрации магнитных частиц.

Результаты расчетов показывают, что характер частотной зависимости

коэффициентов вязкости и модулей упругости для обеих жидкометаллических магнитных жидкостей одинаков и совпадает с характером их изменения в неметаллических магнитных жидкостях.

В обеих магнитных жидкостях с ростом концентрации и возрастанием напряженности внешнего магнитного поля наблюдается нелинейное увеличение коэффициента сдвиговой вязкости и сдвигового модуля упругости.

В пятой главе на основе уравнения движения магнитной жидкости и уравнения эволюции намагниченности исследованы процессы распространения и поглощения акустических волн в магнитных жидкостях. Если декартовую систему координат выбрать так, чтобы внешнее магнитное поле $\mathbf{H}_0$ было направлено вдоль оси Oz, а волновой вектор $\mathbf{k}$ лежал на плоскости Oyz, образуя угол ϑ с осью Oz, система уравнений, описывающая акустические волны, подразделяется на две группы независимых уравнений и принимает вид

$$\begin{aligned} &\left(\rho_0\omega^2 - \tilde{\mu}(\omega)k^2\right)u_x + i\frac{\mu_0}{\chi}M_0k_zM_x = 0, \\ &iM_x + M_0k_zu_x = 0, \end{aligned} \tag{33}$$

$$\begin{aligned} &\left(\rho_0\omega^2 - \tilde{\mu}(\omega)k^2\right)u_y - \left(\tilde{K}(\omega) + \frac{\tilde{\mu}(\omega)}{3}\right)\left(k_y^2u_y + k_yk_zu_z\right) + i\frac{\mu_0}{\chi}M_0k_zM_y = 0, \\ &\left(\rho_0\omega^2 - \tilde{\mu}(\omega)k^2\right)u_z - \left(\tilde{K}(\omega) + \frac{\tilde{\mu}(\omega)}{3}\right)\left(k_yk_zu_y + k_z^2u_z\right) + i\frac{\mu_0}{\chi}M_0k_zM_z = 0, \\ &iM_y + M_0k_zu_y = 0, \\ &iM_z + M_0k_zu_z = 0. \end{aligned} \tag{34}$$

Первая система уравнений описывает возмущение компонентов векторов смещения и намагниченности в направлении оси x, перпендикулярной волновому вектору. Из них получим следующее дисперсионное уравнение, которое описывает распространение модифицированных сдвиговых волн в магнитной жидкости:

$$\rho_0\omega^2 - \left(\tilde{\mu}(\omega) + \mu_0M_0H_0\cos^2\vartheta\right)k^2 = 0. \tag{35}$$

Решение этого уравнения дает выражения для скорости $c_s(\omega)$ и коэффициента поглощения $\alpha_s(\omega)$ модифицированных сдвиговых волн в магнитной жидкости

$$\begin{aligned} &c_s^2(\omega) = \frac{1}{\rho_0}(\mu(\omega) + \mu_0M_0H_0\cos^2\vartheta), \\ &\alpha_s(\omega) = \frac{\omega^2}{2\rho_0c_s^3(\omega)}\eta_s(\omega), \end{aligned} \tag{36}$$

Из решения системы уравнений (34) для спектра частот быстрой и медленной магнитозвуковых волн получаются следующие выражения:

$$\omega_1^2 = \frac{1}{\rho_0}\left(\tilde{K}(\omega) + \frac{4}{3}\tilde{\mu}(\omega) + \mu_0 MH\cos^2\vartheta\right)k^2, \tag{37}$$

$$\omega_2^2 = \frac{1}{\rho_0}\left(\tilde{\mu}(\omega) + \mu_0 MH\cos^2\vartheta\right)k^2. \tag{38}$$

Согласно (38) для медленной волны получилось такое же выражение, как и для сдвиговой волны, но в этом случае осцилляции переменных происходят в другой плоскости.

Решение уравнения (37) позволяет получить выражения для скорости $c(\omega)$ и коэффициента поглощения $\alpha(\omega)$ быстрых магнитозвуковых волн в магнитной жидкости:

$$\begin{aligned} c^2(\omega) &= \frac{1}{\rho_0}\left(K_0 + K(\omega) + \frac{4}{3}\mu(\omega) + \mu_0 M_0 H_0\cos^2\vartheta\right), \\ \alpha(\omega) &= \frac{\omega^2}{2\rho_0 c^3(\omega)}\left(\eta_v(\omega) + \frac{4}{3}\eta_s(\omega)\right). \end{aligned} \tag{39}$$

На основе выражений (36) и (39) проведены численные расчеты скорости и коэффициента поглощения сдвиговых и звуковых волн в магнитных жидкостях на основе керосина и воды. Результаты численных расчетов для магнитной жидкости на основе керосина с частицами Fe_3O_4 при $\sigma_s = 0.43$ нм, $\sigma_f = 5$ нм, $\varepsilon_s = 0.6kT$, $\varepsilon_f = 0.37kT$, $\varepsilon = 2.1$, $p = 8.3\cdot10^{-30}$ Кл·м, $m = 10^{-20}$ Дж/Тл, $T = 293$ К и $H_0 = 0$ представлены на рис. 14 и 15.

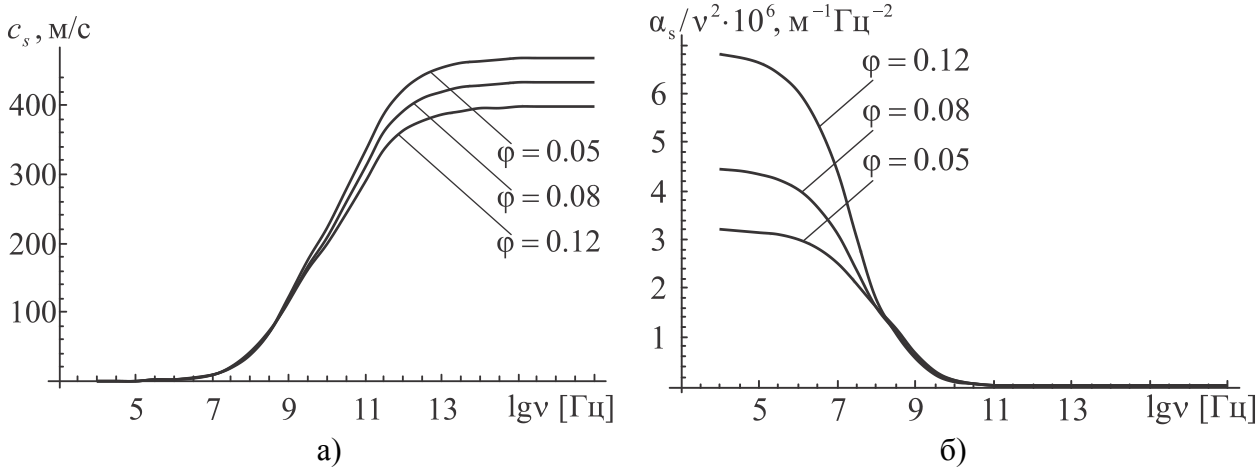

Рис. 14. Зависимости скорости распространения – а) и коэффициента поглощения – б) сдвиговых волн от частоты в магнитной жидкости на основе керосина.

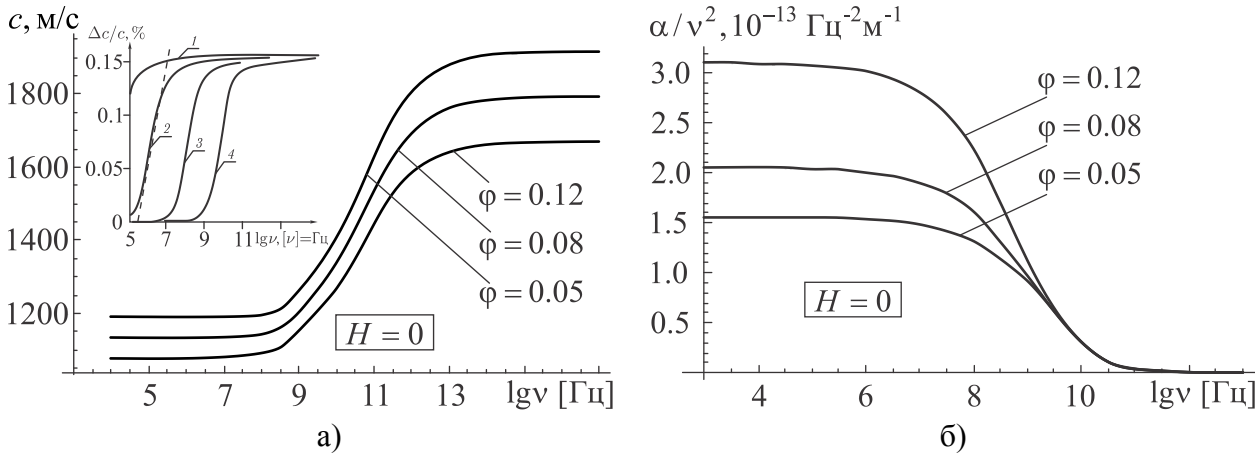

Рис. 15. Зависимости скорости распространения – а) и коэффициента поглощения – б) звуковых волн от частоты в магнитной жидкости на основе керосина. На фоне рисунка 15 а) приведены результаты работы [6].

Видно, что частотная зависимость скорости и коэффициента поглощения сдвиговых и продольных звуковых волн наблюдается в широком интервале изменения частоты. Согласно релаксационной теории дисперсия скорости в жидкостях состоит из двух декад. Однако расчеты, проведенные на основе выражения (36), (39), показывают широкую область дисперсии скорости и коэффициента поглощения, которая является следствием медленного затухания функции Грина $G_{(1,2)\mathrm{i}}\left(r,r_1,\omega\right)$ по степенному закону $t^{-3/2}$.

Зависимости скорости распространения и коэффициента поглощения звуковых волн от температуры при фиксированных значениях частоты и объемной концентрации магнитных частиц в магнитной жидкости на основе керосина приведены на рис. 16 а) и б).

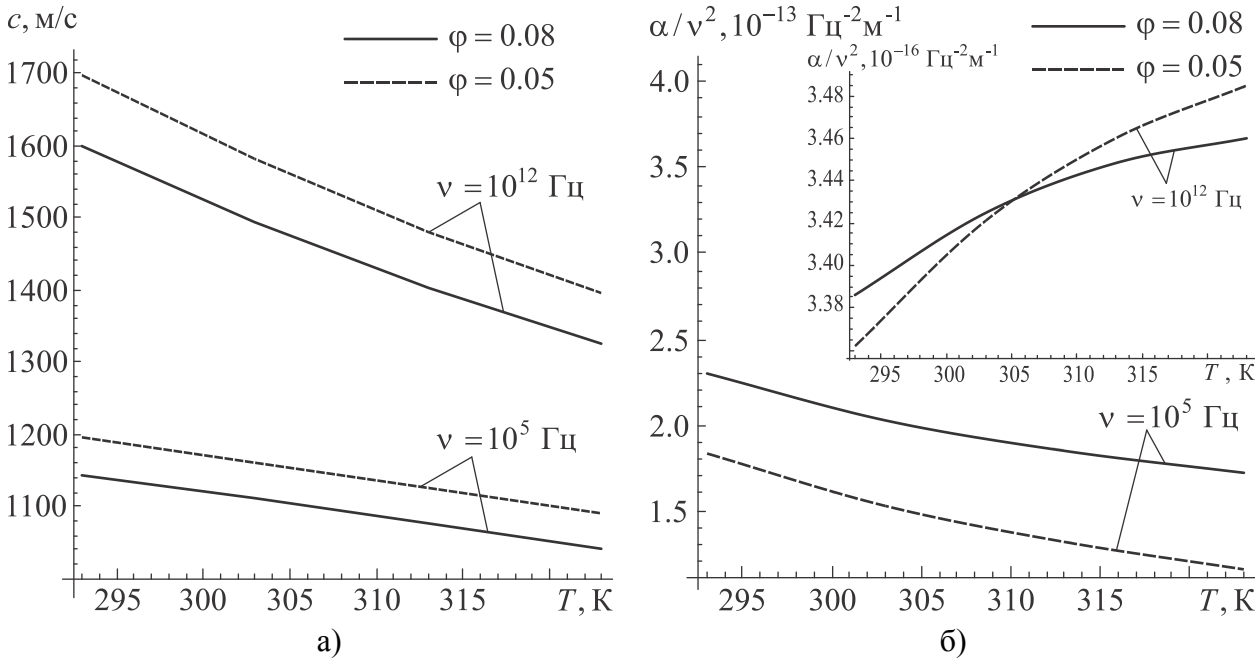

Рис. 16. Зависимости скорости распространения – а) и коэффициента поглощения – б) звуковых волн от температуры в магнитной жидкости на основе керосина.

Расчеты показывают, что скорость распространения звуковых волн в магнитной жидкости на основе керосина при различных значениях концентрации магнетита с повышением температуры уменьшается, что характерно для большинства обычных жидкостей.

Температурная зависимость коэффициента поглощения в соответствии со вторым выражением (39) определяется температурной зависимостью скорости распространения акустических волн, плотностью и коэффициентом вязкости в магнитных жидкостях. При низких частотах температурная зависимость коэффициента поглощения в основном определяется температурной зависимостью коэффициентов объемной и сдвиговой вязкости, следовательно с повышением температуры уменьшается. При высоких частотах коэффициенты вязкости стремятся к нулю и их температурная зависимость становится незначительной. Соответственно в высокочастотном режиме температурная зависимость коэффициента поглощения в основном определяется температурной зависимостью плотности и скорости распространения волн и поэтому с ростом температуры поглощение возрастает.

Концентрационные зависимости скорости распространения и коэффициента поглощения звуковых волн в ненамагниченных магнитных жидкостях на основе керосина и воды приведены на рис. 17.

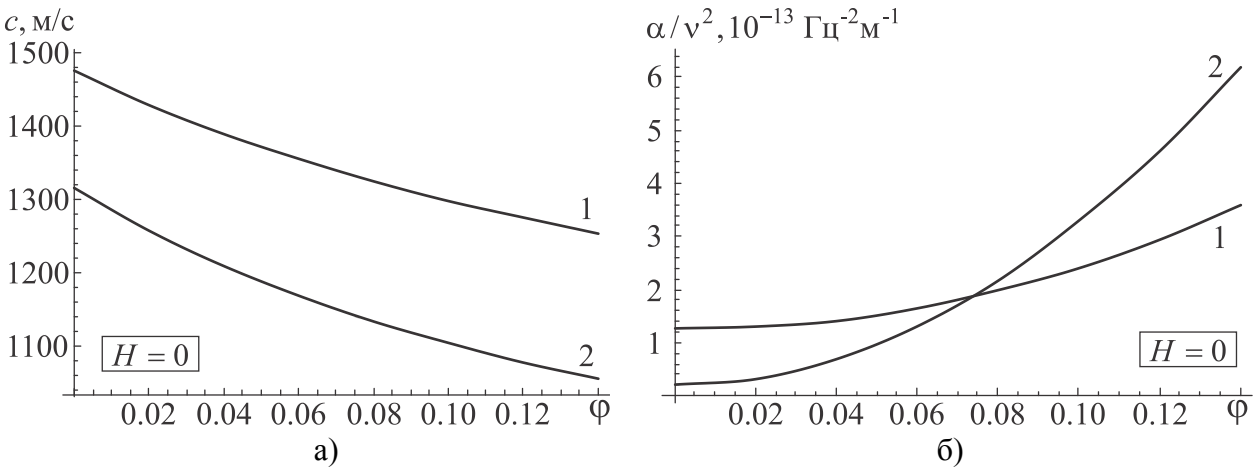

Рис. 17. Зависимости скорости распространения – а) и коэффициента поглощения – б) звуковых волн от объемной концентрации магнитных частиц в магнитных жидкостях на основе керосина – 1 и воды – 2.

Численные расчеты проведены при фиксированных значениях частоты $\nu = 3$ МГц и температуры $T = 293$ К. Видно, что увеличение объемной концентрации магнитных частиц приводит к нелинейному уменьшению скорости распространения звука и увеличению коэффициента поглощения в магнитных жидкостях, что согласуется с экспериментальными данными [6]. На рис. 16 б) при высоких концентрациях в магнитной жидкости на основе воды

наблюдается более сильное поглощение звуковой волны, чем в магнитной жидкости на основе керосина. Это связано с тем, что сильная концентрационная зависимость вязкости в магнитной жидкости на основе воды, рассмотренная в главе 3, приводит к большой потери энергии звуковой волны.

На рисунках 18 и 19 продемонстрированы результаты вычисления относительного изменения скорости звука $\Delta = (c(\vartheta) - c_0)/c_0$ в зависимости от угла ϑ между волновым вектором и напряженностью внешнего магнитного поля (c_0 – скорость звука в магнитной жидкости в отсутствии магнитного поля). Результаты численного расчета зависимости $\left(c(H) - c_0\right)/c_0$ от величины внешнего магнитного поля в магнитных жидкостях на основе керосина и воды приведены на рис. 20 (сплошные кривые вычислены по формуле (39) при $\vartheta = 0°$, $\varphi = 0.1$ и $T = 293$ К).

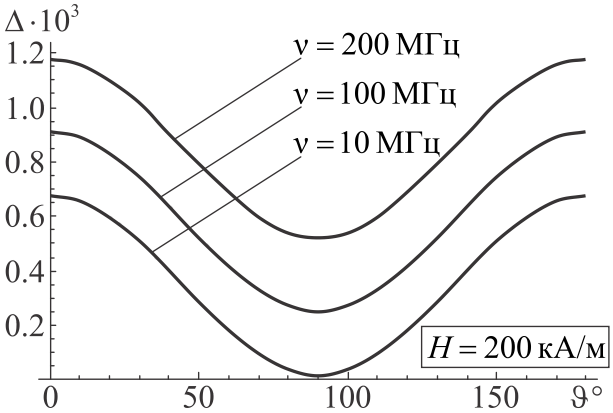

Рис. 18. Анизотропия скорости звука в магнитной жидкости на основе керосина при $\varphi = 0.05$, $T = 293$ К.

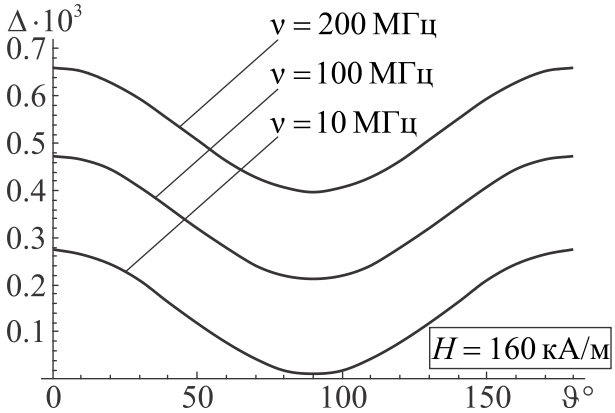

Рис. 19. Анизотропия скорости звука в магнитной жидкости на основе воды при $\varphi = 0.039$, $T = 293$ К.

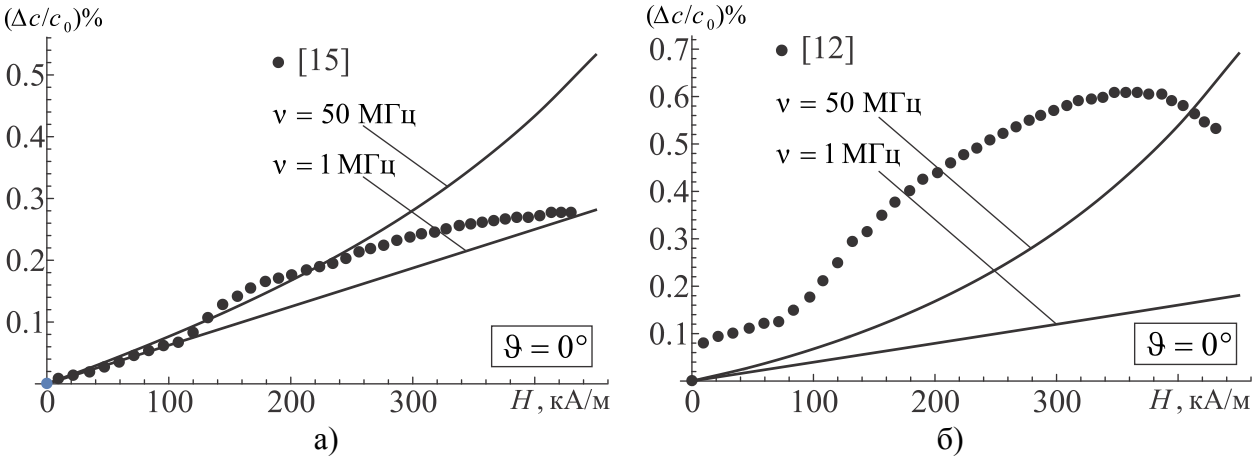

Рис. 20. Зависимости относительного изменения скорости звука в магнитных жидкостях на основе а) – керосина и б) – воды от величины внешнего магнитного поля.

На основе проведенных численных расчетов установлено, что при использовании модели двухкомпонентной магнитной жидкости с вмороженной намагниченностью полученное аналитическое выражение для скорости рас-

пространения магнитозвуковых волн находится в удовлетворительном согласии с экспериментальными данными и описывает полевую зависимость и анизотропию скорости звука в магнитных жидкостях.

Основные результаты работы

1. Для выбранных моделей неэлектропроводящей и электропроводящей магнитных жидкостей обобщены кинетические уравнения для одночастичных и двухчастичных функций распределения частиц, учитывающие пространственную корреляцию скорости и корреляции плотностей.
2. Выведена система уравнений обобщенной гидродинамики для многокомпонентных неэлектропроводящей и электропроводящей магнитных жидкостей, входящие в которые парциальные величины определены микроскопически посредством одночастичных и двухчастичных функций распределения.
3. Обобщены уравнения Смолуховского для бинарных плотностей частиц многокомпонентных неэлектропроводящих и электропроводящих магнитных жидкостей в конфигурационном пространстве с учетом внешнего магнитного поля, приведены их общее решения, а также проанализированы механизмы релаксационных процессов, происходящих в магнитных жидкостях.
4. Развита и обобщена кинетическая теория вязкоупругих свойств многокомпонентных неэлектропроводящих и электропроводящих магнитных жидкостей, с учетом трансляционной и структурных релаксационных процессов. Получены аналитические выражения для динамических коэффициентов сдвиговой и объемной вязкости и соответствующих им сдвиговой и объемной модулей упругости, выраженных посредством структурных параметров системы.
5. Проанализировано асимптотическое поведение аналитических выражений для коэффициентов вязкости и модулей упругости при низких и высоких частотах и исследованы механизмы структурных релаксационных процессов в неэлектропроводящих и электропроводящих магнитных жидкостях. Установлено, что при низких частотах коэффициенты вязкости стремятся к статическим значениям по закону $\omega^{1/2}$. Объемный модуль упругости стремится к значению статического адиабатического объемного модуля упругости, а сдвиговый модуль упругости – к нулю по закону $\omega^{3/2}$. При высоких частотах динамические коэффициенты объемной и сдвиговой вязкости стремятся к нулю по закону ω^{-1}, а модули упругости не зависят от частоты и переходят к выражениям высокочастотных модулей упругости.

6. При выборе выражений для потенциальных энергий диполь-дипольного взаимодействия частиц магнитной жидкости и их взаимодействия с внешним магнитным полем установлено, что в аналитических выражениях для коэффициентов вязкости и модулей упругости существует термодинамический предел и полученные выражения адекватно описывают свойства магнитных жидкостей как при малых, так и высоких концентрациях магнитных частиц. Результаты расчетов согласуется с литературными данными. Установлено, что при малых концентрациях магнитных частиц выражения для коэффициентов сдвиговой и объемной вязкости переходят к виду выражения Эйнштейна для эффективной вязкости, а выражения для модулей упругости – к классическому выражению Бэтчелора, являющемуся аналогом выражения Эйнштейна.
7. Проведено численное исследование частотной зависимости динамических коэффициентов вязкости и модулей упругости неэлектропроводящих и электропроводящих магнитных жидкостей и установлено, что вследствие медленного затухания функции Грина по степенному закону $t^{-3/2}$, область частотной дисперсии коэффициентов вязкости и модулей упругости как неэлектропроводящих, так и электропроводящих магнитных жидкостей является широкой.
8. Проведены численные расчеты зависимости коэффициентов вязкости и модулей упругости неэлектропроводящих и электропроводящих магнитных жидкостей от концентрации магнитных частиц, температуры и напряженности магнитного поля. Показано, что с увеличением концентрации магнитных частиц и напряженности магнитного поля коэффициенты вязкости и модулей упругости магнитных жидкостей нелинейно увеличиваются. Напротив, возрастание температуры среды приводит к нелинейному уменьшению коэффициентов вязкости и модулей упругости магнитных жидкостей. Результаты расчетов по концентрационной зависимости коэффициентов вязкости показывают существование сильного магнитовязкого эффекта, наблюдаемого в экспериментах.
9. Теоретически исследованы сдвиговые, альфвеновские, быстрые и медленные магнитозвуковые волны в магнитных жидкостях. Установлено, что учет соответствующих парциальных коэффициентов вязкости и модулей упругости позволяет учитывать вклад каждой подсистемы и влияние внешнего магнитного поля на изменение скорости и коэффициента поглощения акустических волн в магнитных жидкостях.
10. Установлено, что из-за медленного затухания функции Грина, изменяющейся по степенному закону $t^{-3/2}$, частотная дисперсия скорости распространения и коэффициента поглощения сдвиговых и магнитозвуковых

волн в магнитных жидкостях являются широкими и совпадают с результатами нелокально-диффузионной теории.

11. Проведены численные расчеты зависимости акустических параметров магнитной жидкости от термодинамических параметров состояния системы. Показано, что увеличение объемной доли магнетика приводит к уменьшению скорости и возрастанию коэффициента поглощения акустических волн в магнитных жидкостях. Исследованы анизотропия акустических параметров и влияния внешнего магнитного поля на скорости и коэффициент поглощения акустических волн в магнитных жидкостях.

Список работ, опубликованных по теме диссертации

[A1] Odinaev S. The influence of the non-uniform magnetic field on the viscosity of magnetic liquids / S. Odinaev, K. Komilov, **A. Zaripov** // Abstracts of XVII International Conference on Chemical Thermodynamics in Russia. Kazan, Russian Federation, 2009. – P. 177.

[A2] Odinaev S. About collective vibrations in magnetic liquids / S. Odinaev, K. Komilov, **A. Zaripov** // Abstracts of the 5th International Conference Physics of liquid matter: modern problems. Kyiv, Ukraine, 2010. – P. 319.

[A3] Одинаев С. Зависимость коэффициентов вязкости магнитных жидкостей от параметров состояния / С. Одинаев, К. Комилов, **А. Зарипов** // Журнал физической химии. – 2010. – Т. 84, №7. – С. 1368–1371; Odinaev S. Dependence of the Viscosity Coefficients of Magnetic Fluids on Parameters of State / S. Odinaev, K. Komilov, **A. Zaripov** // Russian Journal of Physical Chemistry A, – 2010. – V. 84, № 7. – P. 1242-1245.

[A4] Одинаев С. О влияние неоднородного магнитного поля на скорость распространения и коэффициент поглощения тепловых волн в магнитных жидкостях / С. Одинаев, К. Комилов, **А. Зарипов** // Материалы IV международной научно-практической конференции «Перспективы развития науки и образования». Душанбе, 2010. – С. 199-202.

[A5] Одинаев С. О влияние внешнего неоднородного магнитного поля на скорость распространения и коэффициент поглощения сдвиговых волн в магнитных жидкостях / С. Одинаев, К. Комилов, **А. Зарипов** // Материалы международной конференции «Современные проблемы физики конденсированных сред и астрофизики». Душанбе, 2010. – С. 89-90.

[A6] Odinaev. S. The statistical description of electro conductive magnetic liquids / S. Odinaev, K. Komilov, **A. Zaripov** // XVIII International Conference on Chemical Thermodynamics in Russia. Samara, Russian Federation, 2011. – P. 34-35.

[A7] Одинаев С. О коллективных колебаниях в магнитных жидкостях / С. Одинаев, К. Комилов, **А. Зарипов** // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. – 2011. – Т. 54, № 3. – С. 194-200.

[A8] Комилов К. О коэффициенте трения магнитных жидкостей / К. Комилов, **А. Зарипов** // Материалы международной конференции «Современные вопросы молекулярной спектроскопии конденсированных сред». Душанбе, 2011. – С. 294-299.

[A9] Комилов К. О спектре высокочастотных коллективных колебаний в магнитных жидкостях / К. Комилов, **А. К. Зарипов** // В мире научных открытый. – 2012. – № 12(36). – С. 219-229.

[A10] Комилов К. О сдвиговой вязкости магнитных жидкостей / К. Комилов, **А. К. Зарипов** // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. – 2012. – Т. 55, № 5. – С. 372-377.

[A11] Комилов К. Кинетическое описание электропроводящих магнитных жидкостей / К. Комилов, **А. К. Зарипов** // Материалы национальной конференции «Современные проблемы физики конденсированного состояния». Душанбе, 2012. – С. 61-63.

[A12] Komilov K. The viscoelastic properties of magnetic liquids and their dependence on thermodynamic state variables / K. Komilov, **A. K. Zaripov** // Abstracts XIX international conference on chemical thermodynamics in Russia. Moscow, 2013. – P. 253.

[A13] Комилов К. Уравнения для бинарной плотности и бинарного потока частиц электропроводящих магнитных жидкостей / К. Комилов, **А. К. Зарипов** // Известия Академии наук Республики Таджикистан, отделение физико-математических, химических, геологических и технических наук. –2013. – № 2(151). – С. 65-69.

[A14] Комилов К. Уравнения обобщённой гидродинамики электропроводящих магнитных жидкостей / К. Комилов, **А. К. Зарипов** // Материалы международной конференции «Физика конденсированного состояния». Душанбе, 2013. – С. 203-205.

[A15] Komilov K. The equation for binary particles density of electrical-conducting magnetic liquids / K. Komilov, **A. K. Zaripov** // Proc. of the 6th International Conference Physics of liquid matter: modern problems. Kyiv, Ukraine, 2014. – P. 73.

[A16] Комилов К. О коэффициентах вязкости электропроводящих магнитных жидкостей / К. Комилов, **А. К. Зарипов** // Вестник Таджикского национального университета, серия естественных наук. – 2014. – № 1/3(134). – С. 62-66.

[A17] Комилов К. Исследование вязкостных свойств электропроводящих магнитных жидкостей / К. Комилов, **А. К. Зарипов** // Материалы республиканской конференции по ядерно-физическим методам анализа состава биологических, геологических, химических и медицинских, Душанбе, 2014. – С. 223-227.

[A18] Комилов К. Скорость распространения и коэффициент поглощения акустических волн в электропроводных магнитных жидкостях / К. Комилов, **А. К. Зарипов** // Материалы V-й всероссийской научной конференции «Физико-химические и прикладные проблемы магнитных дисперсных наносистем» Ставрополь, 2015. – С. 144-150.

[A19] Комилов К. Термоупругие свойства электропроводных магнитных жидкостей / К. Комилов, **А. К. Зарипов** // Материалы IV-й международной конференции «Современные проблемы физики». Душанбе, 2015. – С. 32-35.

[A20] Комилов К. О частотной и концентрационной зависимости вязкоупругих свойств электропроводных магнитных жидкостей / К. Комилов, **А. К. Зарипов** // Материалы IV-й международной конференции «Современные проблемы физики». Душанбе, 2015. – С. 35-38.

[A21] Комилов К. О распространении и поглощении сдвиговых волн в электропроводных магнитных жидкостях / К. Комилов, **А. К. Зарипов** // Материалы IV-й международной конференции «Современные проблемы физики». Душанбе, 2015. – С. 38-42.

[A22] Komilov K. About the concentration dependence of the viscoelastic properties of the electroconductive magnetic liquids / K. Komilov, **A. K. Zaripov** // Abstracts of the 7th International Conference Physics of liquid matter: modern problems. Kyiv, Ukraine, 2016. – P. 146.

[A23] Комилов К. Об оценке вклада концентрации и температуры на вязкоупругие свойства магнитных жидкостей / К. Комилов, **А. К. Зарипов** // Вестник Таджикского национального университета, серия естественных наук. – 2017. – № 1/4. – С. 99-103.

[A24] Комилов К. О частотной зависимости динамических коэффициентов вязкости магнитных жидкостей / К. Комилов, **А. К. Зарипов** // Материалы VI-й всероссийской научной конференции «Физико-химические и прикладные проблемы магнитных дисперсных наносистем». Ставрополь, 2017. – С. 127-131.

[A25] Комилов К. О концентрационной зависимости коэффициента теплопроводности и термического модуля упругости магнитных жидкостей / К. Комилов, **А. К. Зарипов** // Материалы научно-практической конфе-

ренции «Современные проблемы естественных наук». Душанбе, 2017. – С. 85-89.

[A26] Комилов К. О частотной зависимости модулей упругости электропроводных магнитных жидкостях / К. Комилов, **А. К. Зарипов** // Материалы научно-практической конференции «Развития естественных наук в период Независимости Республики Таджикистана». Бустон, 2017. – С. 46-50.

[A27] Комилов К. О частотной зависимости коэффициента теплопроводности и термического модуля упругости электропроводной магнитной жидкости / К. Комилов, **А. К. Зарипов** // Материалы международной конференции «Актуальные проблемы современной физики». Душанбе, 2018. – С. 63-65.

[A28] Komilov K. Frequency dispersion of dynamic coefficients of viscosity of magnetic liquids / K. Komilov, **A. K. Zaripov** // Abstracts of the 8th International Conference Physics of liquid matter: modern problems. Kyiv, Ukraine, 2018. – P. 134.

[A29] Комилов К. О частотной дисперсии коэффициентов вязкости и модулей упругости электропроводных магнитных жидкостей / К. Комилов, **А. К. Зарипов** // Вестник Таджикского национального университета, серия естественных наук. – 2018. – № 3. – С. 130-136.

[A30] Комилов К. Об учете дипольного взаимодействия при определении коэффициента трения магнитных жидкостей / К. Комилов, **А. К. Зарипов** // Вестник филиала МГУ им. М.В. Ломоносова в г. Душанбе, серия естественных наук. – 2018. – № 1(2). – С. 64-70.

[A31] Комилов К. Исследование вклада магнитного взаимодействия ферночастиц на вязкостные свойства магнитных жидкостей / К. Комилов, **А. К. Зарипов**, А. Убайди // Материалы международной научно-практической конференции «Энергетика – основной фактор развития экономики». Кушониён, 2019. – С. 138-142.

[A32] Комилов К. О сдвиговой и объемной вязкости магнитной жидкости на основе ундекана / К. Комилов, **А. К. Зарипов**, А. Убайди // Материалы республиканской научно-практической конференции на тему «Современные проблемы физики конденсированного состояния и ядерной физики». Душанбе, 2020. – С. 60-63.

[A33] Комилов К. Частотная дисперсия коэффициента сдвиговой вязкости и магнитовязкий эффект в магнитных жидкостях / К. Комилов, **А. К. Зарипов**, А. Убайди // Журн. физ. химии. – 2020. – Т 94, № 8. – С. 1279-1284; Komilov K. Frequency Dispersion of the Coefficient of Shear Viscosity and the Magnetic Viscous Effect in Magnetic Liquids / K. Komilov, **A. K.**

Zaripov, Obaidi Abdul Majid // Rus. Journ. of Phys. Chem. A, – 2020. – V. 94, № 8. – P. 1726-1731.

[A34] Комилов К. О частотной зависимости коэффициента сдвиговой вязкости и магнитовязкий эффект в магнитных жидкостях / К. Комилов, **А. К. Зарипов**, А. Убайди // Сборник научных трудов 19-й Межд. Плесской научной конференции по нанодисперсным магнитным жидкостям. Иваново, Россия, 2020. – С. 22-26.

[A35] Комилов К. Об эффективной вязкости магнитных жидкостей / К. Комилов, **А. К. Зарипов**, А. Убайди // Материалы VII международной конференции «Современные проблемы физики». Душанбе, 2020. – С. 29-32.

[A36] Комилов К. Концентрационная зависимость коэффициентов вязкости магнитной жидкости на основе полиэфирного масла / К. Комилов, **А. К. Зарипов**, А. Убайди // Материалы республиканской научно-теоретической конференции на тему «Вопросы повышения качества образования в средних и высших учебных заведениях Республики Таджикистана». Душанбе, 2021. – С. 10-17.

[A37] Комилов К. Об объемной вязкости магнитных жидкостей / К. Комилов, **А. К. Зарипов**, А. Убайди // Вестник ТНУ. Серия естест. наук. – 2021. – № 1. – С. 121-135.

[A38] **Зарипов А. К.** О зависимости вязкости магнитных жидкостей от концентрации магнитных частиц, температуры и магнитного поля / **А. К. Зарипов**, А. Убайди // Журн. физ. химии. – 2021. – Т 95, № 10. – С. 1594-1601; **Zaripov A. K.** Dependence of the Viscosity of Magnetic Fluids on the Concentration of Magnetic Particles, Temperature, and a Magnetic Field / **A. K. Zaripov**, A. Obaidi // Russ. Jour. Phys. Chem. A, – 2021. – V. 95, № 10. – P. 2141-2147.

[A39] **Зарипов А К.** О динамических коэффициентах вязкости и релаксационных процессах в магнитных жидкостях / **А. К. Зарипов** // Коллоидный журнал. – 2021. – Т. 83, № 4. – С. 412–422; **Zaripov A. K.** On the Dynamic Viscosity Coefficients and Relaxation Processes in Magnetic Fluids / **A. K. Zaripov** // Coll. Jour. – 2021. – V. 83, №. 4. – P. 422-436.

[A40] **Зарипов А К.** Упругие свойства магнитных жидкостей / **А. К. Зарипов** // Коллоидный журнал. – 2021. – Т. 83, № 6. – С. 634–643; **Zaripov A. K.** Elastic Properties of Magnetic Fluids / **A. K. Zaripov** // Coll. Jour. Coll. Jour. – 2021. – V. 83, №. 6. – P. 698-706.

[A41] Комилов К. О скорости распространения магнитозвуковых волн в магнитных жидкостях / К. Комилов, **А. К. Зарифзода**, А. Убайди // Мате-

риалы VI Всероссийской научно-практической конференции с международным участием. Орел, Россия, 2021. – С. 279-288.

[A42] Комилов К. Упругие свойства магнитных жидкостей / К. Комилов, **А. К. Зарифзода**, А. Убайди // Материалы Симпозиума физиков Таджикистана посвященного 85-летию академика Р. Марупова. Душанбе, 2021. – С. 78-80.

[A43] Комилов К. Влияние магнитного поля на скорости распространения сдвиговых волн в магнитных жидкостях / К. Комилов, **А. К. Зарифзода**, А. Убайди // Материалы Республиканской научно-практической конференции «Современные проблемы естествознания в науке и образовательном процессе». Душанбе, 2022. – С. 91-93.

[A44] Комилов К. Поглощение акустических волн в магнитных жидкостях / К. Комилов, **А. К. Зарипов**, А. Убайди // Сборник научных трудов 20-й юбилейной всероссияйской с международным участием Плесской научной конференции по нанодисперсным магнитным жидкостям. Иваново, Россия, 2022. – С. 22-26.

[A45] Комилов К. Релаксационные процессы и вязкоупругие свойства электропроводных магнитных жидкостей / К. Комилов, **А. К. Зарифзода** // Вестник ТНУ. Серия естест. наук. – 2022. – № 3. – С. 195-212.

Цитированная литература

1. Одинаев, С. Молекулярная теория структурной релаксации и явлений переноса в жидкостей / С. Одинаев, А. А. Адхамов. – Душанбе: Дониш, 1998, – 230 с.
2. Эванс, Д. Дж. Неньютоновские явления в простых жидкостях / Д. Дж. Эванс, Г. Дж. Хенли, З. Гесс // В сб. «Физика за рубежом». Серия А, Исследование. – М.: Мир, 1986. – С. 7-28.
3. Zwanzig, R. High-Frequency Elastic Moduli of Simple Fluids / R. Zwanzig, R. D. Mountain // Journal of Chemical Physics. – 1965. V. 43, № 12. – P. 4464-4471.
4. Лебедев А.В. Вязкость концентрированных коллоидных растворов магнетита. // Коллоидный журнал. – 2009. – Т. 71, № 1. – С. 78-83.
5. Колчанов Н.В. Колесниченко Е.В. Вязкость магнитных жидкостей при различных концентрациях коллоидных частиц и температурах. // Вестник Пермского университета. – 2017. – №. 4(38). – С. 37-45.
6. Полунин, В. М. Акустические свойства нанодисперсных магнитных жидкостей / В. М. Полунин. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. – 384 с.
7. Розенцвейг, Р. Феррогидродинамика / Р. Розенцвейг. – М.: Мир, 1989. –

357 с.
8. Sundar, L. S. Investigation of thermal conductivity and viscosity of Fe_3O_4 nanofluid for heat transfer applications / L. S. Sundar, M. K. Singh, A. C. M. Sousa // International Communications in Heat and Mass Transfe. – 2013. – V. 44. – P. 7-14.
9. Malekzadeh, A. Experimental Investigations on the Viscosity of Magnetic Nanofluids under the Influence of Temperature, Volume Fractions of Nanoparticles and External Magnetic Field / A. Malekzadeh, A. R. Pouranfard, N. Hatami, A. Kazemnejad Banari, M. R. Rahimi // Journal of Applied Fluid Mechanics. – 2016. – V. 9, №. 2. – P. 693-697.
10. Вшивков, С. А. Влияние магнитного поля на реологические свойства магнитных жидкостей на основе оксидов железа / С. А. Вшивков, Е. Б. Русинова, А. П. Сафронов, А. Г. Галяс, Т. В. Терзиян // Журнал физической химии. – 2015. – Т. 89, № 2. – С. 336-339.
11. Shahsavar, A. Effect of temperature and concentration on thermal conductivity and viscosity of ferrofluid loaded with carbon nanotubes / A. Shahsavar, M. Saghafian, M. R. Salimpour, M. B. Shafii // Heat Mass Transfer. – 2016. – V. 52, № 10. – P. 2293-2301.
12. Vasilescu, C. High concentration aqueous magnetic fluids: structure, colloidal stability, magnetic and flow properties / C. Vasilescu, M. Latikka, K. D. Knudsen et al. // Soft Matter, Royal Society of Chemistry. – 2018. – V. 14, № 32. – P. 6648-6666.
13. Motozawa, M. Effect of External Magnetic Field on Ultrasonic Propagation Velocity in Magnetic Fluids / M. Motozawa, Y. Matsumoto, T. Sawada // JSME Int. J. – 2005. – V. 48. № 3. – P. 471-477.