ТАДЖИКСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРАВА, БИЗНЕСА И ПОЛИТИКИ

УДК 517.977

На правах рукописи

МУХСИНОВ ЕДГОР МИРЗОЕВИЧ

О РАЗРЕШИМОСТИ ЗАДАЧ ПРЕСЛЕДОВАНИЯ И УБЕГАНИЯ В ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ИГРАХ

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02 - Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Худжанд – 2023

Диссертация выполнена на кафедре математических дисциплин и современного естествознания Таджикского государственного университета права, бизнеса и политики

Научный консультант:	**Байзаев Саттор** доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры математических дисциплин и современного естествознания Таджикского государственного университета права, бизнеса и политики
Официальные оппоненты:	**Югай Лев Павлович** доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры спортивного права, социальных и естественно-научных дисциплин Узбекского государственного университета физической культуры и спорта
	Каримов Олимджон Худойбердиевич доктор физико-математических наук, доцент, заведующий отделом теории функций и функционального анализа Института математики им. А. Джураева НАН Таджикистана
	Шамсудинов Файзулло Мамадуллоевич доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений Бохтарского государственного университета им. Н. Хусрава
Ведущая организация:	**Национальный университет Узбекистана им. Мирзо Улугбека**

Защита состоится «11» октября 2023 года в «14⁰⁰» часов на заседании Диссертационного совета 6D.КОА-011 при Таджикском национальном университете по адресу: 734027, г. Душанбе, ул. Буни-Хисорак, механико-математический факультет, корпус 17, аудитория 216.

С диссертацией можно ознакомиться в Центральной научной библиотеке Таджикского национального университета, а также на сайте: http://www.tnu.tj.

Автореферат разослан «____» ________________ 2023 года.

Ученый секретарь Диссертационного совета 6D.КОА-011, доктор физико-математических наук, доцент **И.Дж. Нуров**

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования. На базе теории экстремальных задач[1,2], теории игр[3], теории дифференциальных уравнений[4,5,6,7] и теории оптимального управления[8,9] была создана теория дифференциальных игр. Толчком к изучению дифференциальных игр послужили различные задачи из военной сферы, физики, биологии, экономики и других, протекающие в условиях конфликта или неопределенности. В начале 50-х годов XX века американский математик Р. Айзекс[10] впервые опубликовал ряд работ, посвященных дифференциальным играм. Для решения целого ряда прикладных задач Р. Айзекс использовал метод динамического программирования. В начале 60-годов XX века в этой области фундаментальные работы выполнили академики Н.Н. Красовский[11] и Л.С. Понтрягин[12,13,14]. Работы Н.Н. Красовского и его сотрудников посвящены в основном позиционным дифференциальным играм. Н.Н. Красовский разработал правило экстремального прицеливания и доказал фундаментальные теоремы об

---

[1] Васильев Ф.П. Методы решения экстремальных задач [Текст] / Ф.П. Васильев. – М.: Наука, 1981. – 400 с.

[2] Пшеничный Б.Н. Выпуклый анализ и экстремальные задачи [Текст] / Б.Н. Пшеничный. – М.: Наука, 1980. – 320 с.

[3] Нейман Д. Теория игр и экономическое поведение [Текст] / Д. Нейман, О. Моргенштерн. – М.: Наука, 1970. – 983 с.

[4] Беллман Р. Дифференциально–разностные уравнения [Текст] / Р. Беллман, К.Л. Кук. – М.: Мир, 1967. – 548 с.

[5] Крейн С.Г. Линейные дифференциальные уравнения в банаховом пространстве [Текст] / С.Г. Крейн –М.: Наука, 1967. - 464 с.

[6] Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения [Текст] / Л.С. Понтрягин. – М.: Наука, 1974. – 331 с.

[7] Хейл Дж. Теория функционально-дифференциальных уравнений [Текст] / Дж. Хейл. – М.: Мир, 1984. – 421 с.

[8] Понтрягин Л.С. Математическая теория оптимальных процессов [Текст] / Л.С. Понтрягин, В.Г. Болтянский, Р.В. Гамкрелидзе, Е.Ф. Мищенко. – М.: Наука, 1969. – 384 с.

[9] Лионс Ж.Л. Оптимальное управление системами, описываемыми уравнениями с частными производными [Текст] / Ж.Л Лионс – М.:Мир. 1972. – 416 с.

[10] Айзекс Р. Дифференциальные игры [Текст] / Р. Айзекс. – М.: Мир, 1967. -479 с.

[11] Красовский Н.Н. Позиционные дифференциальные игры [Текст] / Н.Н Красовский, А.И. Субботин. – М.: Наука, 1974. – 456 с.

[12] Понтрягин Л.С. Линейные дифференциальные игры преследования [Текст] / Л.С. Понтрягин // Мат. сб. – 1980. – Т. 112. – №154. – С. 307–331.

[13] Понтрягин Л.С. Линейная дифференциальная игра убегания [Текст] / Л.С. Понтрягин // Тр. МИАН. – 1971. – Т. 112. – С. 30–63.

[14] Понтрягин Л.С. К теории дифференциальных игр [Текст] / Л.С. Понтрягин // УМН. – 1966. – Т.21. – В. 4. – С. 219–274.

альтернативах. Работы[15,16,17,18,19,20] посвящены позиционным играм в конечномерном пространстве.

В работах Л.С. Понтрягина был принят другой, более оригинальный подход к дифференциальным играм. В подходе Л.С. Понтрягина дифференциальная игра рассматривается отдельно с точки зрения преследующего и с точки зрения убегающего. При этом, при различных подходах, используются различные информации, что неизбежно разбивает задачу на две различные задачи: задачу преследования (з.п.) и задачу убегания (з.у.).

В работе[12], Л.С. Понтрягин предложил первый и второй метод решения з.п., а в работе[13], совместно с Е.Ф. Мищенко, доказал достаточные условия разрешимости з.у.. В дальнейшем основополагающие результаты Л.С. Понтрягина были перенесены на различные классы игр. Например, М.С. Никольский[21], А.В. Мезенцев[22], А.Я. Азимов[23], Б.Б. Рихсиев[24] и Н.Мамадалиев[25] разрешили з.п. в конечномерном пространстве, когда на управление игроков были наложены интегральные ограничения. А в работе[26] доказаны достаточные условия об оптимальности времени преследования в линейной игре. Весьма интересные результаты получены Н.Ю. Сатимовым и его учениками.

[15] Бердышев Ю.И. Об одной задаче последовательного сближения нелинейной управляемой системы третьего порядка с группой движущихся точек [Текст] / Ю.И. Бердышев // ПММ. – 2002. – Т. 66. – № 5. – С. 742–752.

[16] Красовский Н.Н. Линейные дифференциально-разностные игры [Текст] / Н.Н. Красовский, Ю.С. Осипов // ДАН СССР. – 1971. – Т. 197. – С. 777–780.

[17] Кряжимский А.В. Аппроксимация линейных дифференциально разностных игр [Текст] / А.В. Кряжимский, В.И. Максимов // ПММ. – 1978. – Т. 42. – №2. – С. 202–209.

[18] Куржанский А.Б. Управление и наблюдение в условиях неопределенности [Текст] / Куржанский А.Б. – М.: Наука, 1977. – 390 с.

[19] Лукоянов Н.Ю. К теории позиционных дифференциальных игр для систем нейтрального типа [Текст] / Н.Ю. Лукоянов, А.Р. Пласкин // Тр.Ин-та мат-ки и механики УрО РАН. – 2019. – Т. 25. – №3. – С. 118–128.

[20] Субботин А.И. Оптимизация гарантии в задачах управления [Текст] / А.И. Субботин, А.Г. Ченцов. – М.: Наука, 1981. – 288 с.

[21] Никольский М.С. Прямой метод в линейных дифференциальных играх с интегральными ограничениями [Текст] / М.С. Никольский // Управляемые системы - Новосибирск. – 1969. – В.2. – С. 49–59.

[22] Мезенцев А.В. Дифференциальные игры с интегральными ограничениями на управления [Текст] / А.В. Мезенцев // – М.: МГУ. 1988. – 135 с.

[23] Азимов А.Я. Линейная дифференциальная игра убегания с интегральными ограничениями [Текст] / А.Я. Азимов // Ж. вычисл. мат. и мат. физ. – 1974. – Т.14. – №6. – С. 1427–1436.

[24] Рихсиев Б.Б. Об одной линейной задаче преследования многих лиц с интегральными ограничениями на управления игроков [Текст] / Б.Б. Рихсиев // Матем заметки. – 2001. – Т. 70. – №2. – С. 2011–2012.

[25] Мамадалиев Н. Об одной задаче преследования с интегральными ограничениями на управления игроков [Текст] / Н. Мамадалиев // Сиб. мат. ж.. – 2015. – Т. 56. – №1. – С. 129–148.

[26] Гусятников П.Б. Об оптимальности времени преследования [Текст] / П.Б. Гусятников, М.С. Никольский // ДАН СССР. – 1969. – Т. 184. – №3. –С. 518–521.

Работы[27,28,29,30] посвящены некоторым дифференциальным играм преследования, а в работах[31,32,33,34,35] исследуются линейные и нелинейные игры убегания двух и более лиц. Важные результаты по разрешимости з.п получены Л.А. Петросяном[36].

Степень научной разработанности изучаемой проблемы. Приведенные выше работы в основном относятся к конечномерным дифференциальным играм, когда динамика игры описывается обыкновенным дифференциальным уравнением. Но в практике часто встречаются конфликтно управляемые процессы, описываемые:

- дифференциальными уравнениями с запаздывающими аргументами;
- дифференциальными уравнениями нейтрального типа;
- дифференциальными уравнениями дробного порядка;
- интегро-дифференциальными уравнениями дробного порядка;
- дифференциальными уравнениями с частными производными.

Многие из этих управляемых процессов можно моделировать и исследовать как дифференциальные игры в подходящих банаховых пространствах. Именно такой подход к изучению дифференциальных игр принят в данной диссертационной работе. Заметим, что такой подход успешно используется многими учеными как в теории оптимального управления,[37] так и в теории

---

[27] Азамов А.А. К первому прямому методу Понтрягина в задачах преследования [Текст] / А.А. Азамов // Матем. заметки. – 2011. – Т. 90. – В. 2. – С. 163–167.

[28] Сатимов Н. О задачах преследования и убегания в дифференциальных играх [Текст]: дисс. на соискание ученой степени д-ра ф.-м. наук: 01.01.02 / Сатимов Нуман. – Москва, 1977. – 260 с.

[29] Сатимов Н.Ю. К задаче преследования в линейных дифференциальных играх [Текст] / Н.Ю. Сатимов // Дифференц. уравнения. – 1973. – Т.9. – №11. – С. 2000–2009.

[30] Тухтасинов М.Т. Линейная дифференциальная игра преследования с импульсным управлением и линейным интегральным ограничением на управления игроков [Текст] / М.Т. Тухтасинов // Итоги науки и техн. Сер. Соврем. мат. и ее прил. – 2017. – В. 143. – С.24–39.

[31] Азамов А.А. О задаче убегания в двумерных дифференциальных играх [Текст] / А.А. Азамов // ДАН Уз.ССР. – 1974. – №8. – С. 3–5.

[32] Югай Л.П. Задача уклонения траекторий от разреженного терминального множества [Текст] / Л.П. Югай // ДАН России. – 2020. – Т. 495. – №1. – С. 107–111.

[33] Сатимов Н.Ю. О задачах избежания взаимных столкновений [Текст] / Н.Ю. Сатимов // ДАН Уз.ССР. – 1981. – № 2. – С. 3–5.

[34] Сатимов Н.Ю. Задача убегания для одного класса нелинейных дифференциальных игр [Текст] / Н.Ю. Сатимов // Дифференц. уравнения. – 1975. – Т. 11. – № 4. – С. 672–677.

[35] Сатимов Н.Ю. К задаче убегания для одного класса дифференциальных игр [Текст] / Н.Ю. Сатимов // – Изв. вузов. Матем. – 1975. – №9 (160). – С. 48–52.

[36] Петросян Л.А. Дифференциальные игры преследования [Текст] / Л.А. Петросян. – Л.: Изд-во Ленинградского ун-та, 1977. – 222 с.

[37] Балакришнан А.В. Прикладной функциональный анализ [Текст] / А.В. Балакришнан. – М.: Наука, 1980. – 384 с.

дифференциальных игр[38,39].

Данная диссертационная работа посвящена линейным, квазилинейным и нелинейным дифференциальным играм преследования и убегания в банаховых пространствах, когда динамика игры описывается:

- обыкновенным дифференциальным уравнением;
- дифференциальным уравнением с запаздывающим аргументом;
- дифференциальным уравнением нейтрального типа;
- дифференциальным уравнением дробного порядка.

При этом з.п. и з.у. понимаются в смысле Л.С. Понтрягина. Отметим, что в работах[40,41,42] исследованы дифференциальные игры, когда динамика игры описывается дифференциальным уравнением с частными производными. Работы[16,43,44] посвящены конечномерным позиционным дифференциальным играм запаздывающего или нейтрального типа. Работы А. Фридмана[39], Ю.С. Осипова[45], И.Ф. Вайсбурд[46] и В.Я. Джафарова[47] посвящены позиционным дифференциальным играм в бесконечномерном пространстве. А вот результаты, полученные в теории дифференциальных игр преследования и убегания запаздывающего, нейтрального или дробного порядка, когда з.п. и з.у. понимается в смысле Л.С. Понтрягина являются гораздо скромными, ибо

---

[38] Осипов Ю.С. К теории дифференциальных игр в системах с распределенными параметрами [Текст] / Ю.С. Осипов // ДАН СССР. – 1975. – Т. 223. – №6. – С. 1314–1317.

[39] Friedman A. Differential Games of Pursuit in Banach Space [Text] / A. Friedman // J. of Mathematical analysis and applications. – 1969. – Vol.25. – P. 93–113.

[40] Маматов М.Ш. К решению задачи преследования в управляемых распределенных системах высокого порядка [Текст] / М.Ш. Маматов, Х.Н. Алимов // Математические труды. – Новосибирск. – 2013. – Т.16. – №2. – С. 1–16.

[41] Маркин Е.А. О задаче преследования для одного класса дифференциальных игр, описываемых волновым уравнением [Текст] / Е.А. Маркин //- ВМУ. Сер. математика, механика. – 1977. – №4. – С. 70–77.

[42] Сатимов Н.Ю. Об уклонении от встречи в одном классе распределенных управляемых систем [Текст] / Н.Ю. Сатимов, М. Тухтасинов // Матем. заметки. – 2015. – №97:5. – С. 749–760.

[43] Куржанский А.Б. Дифференциальные игры в системах с запаздыванием [Текст] / А.Б. Куржанский // Дифференц.уравнения. – 1971. – №7. – С. 1398–1409.

[44] Лукоянов Н.Ю. Дифференциальные игры для систем нейтрального типа: аппроксимационная модель [Текст] / Н.Ю. Лукоянов, А.Р. Плаксин // Тр. МИАН. – 2015. – Т. 291. – С. 202–214.

[45] Осипов Ю.С. Аппроксимация в задачах позиционного управления параболическими системами [Текст] / Ю.С. Осипов, А.И. Короткий // ПММ. – 1978. – Т. 42. – №4. – С. 599–605.

[46] Вайсбурд И.Ф. Дифференциальная игра сближения систем с распределенными параметрами [Текст] / И.Ф. Вайсбурд, Ю.С. Осипов // ПММ. – 1975. – Т. 39. – №5. – С. 772–779.

[47] Джафаров В.Я. Об одной дифференциальной игре сближения в гильбертовом пространстве [Текст] / В.Я. Джафаров // Дифференц. уравнения. – 1980. – Т. 16. – №11. – С. 1956–1962.

работы[48,49,50,51] посвящены конечномерным играм, а работы[52,53,54,55] посвящены бесконечномерным дифференциальным играм запаздывающего типа.

Из сказанного следует, что актуальной и мало изученной являются дифференциальные игры преследования и убегания запаздывающего типа, нейтрального типа и дробного порядка, когда з.п. и з.у. понимается в смысле Л.С. Понтрягина и игра задается в бесконечномерном пространстве. Именно такой актуальной проблеме посвящена настоящая диссертационная работа. Отметим, что соискателем по данной тематике в 1982 году под руководством профессора Н. Сатимова была защищена кандидатская диссертация на диссертационном совете К015.17.01 при Институте математики им. В.И. Романовского АН УзССР. В ней разрешимость з.п. и з.у. впервые были исследованы для дифференциальных игр, когда динамика игры описывается обыкновенным дифференциальным уравнением в банаховом пространстве.

Связь работы с научными программами (проектами), темами. Работа выполнена в рамках реализации перспективных планов научно-исследовательских работ кафедры математических дисциплин и современного естествознания ТГУПБП на 2016–2020 гг. по теме «Исследование дифференциальных уравнений эллиптического, гиперболического типов и дифференциальных игр в специальных функциональных пространствах» и на 2021–2025 гг. по теме «Дифференциальные уравнения с частными производными: теория и методика преподавания».

---

[48] Алимов Х.Н. О задаче преследования, описываемой дробными дифференциальными уравнениями [Текст] / Х.Н. Алимов, М.Ш. Маматов // Научный вестник СамГУ. Самарканд. – 2016. – №1. – С. 5–9.

[49] Барановская Л.В. Метод разрешающих функций для одного класса задач преследования [Текст] / Л.В. Барановская // Восточно-Европейский журнал передовых технологий: Математика и кибернетика - прикладные аспекты. – 2015. – 2/4 (74). – С. 4–8.

[50] Чикрий А.А. О линейных конфликтно управляемых процессах с дробными производными [Текст] / А.А. Чикрий, И.И. Матичин // Тр. Ин-та мат-ки и механики УрО РАН. – 2011. – Т. 17. – №2. – С. 256–270.

[51] Baranovska L.V. Pursuit differential-difference games with pure time-lag [Text] / L.V. Baranovska // Discrete and Continuous Dynamical Systems – Series B. – 2019. – Vol. 24 (3). – P. 1024–1031.

[52] Мухсинов Е.М. Задача преследования для дифференциальной игры с запаздывающим аргументом в бесконечномерном пространстве [Текст] / Е.М. Мухсинов, М.Н. Муродова // Вестник ТНУ. Серия естественных наук. – 2018. – №3. – С. 79–86.

[53] Мухсинов Е.М. Линейные дифференциальные игры преследования при наличии запаздываний в гильбертовом пространстве [Текст] / Е.М. Мухсинов, М.Н. Муродова // Вестник ТНУ. Серия естественных наук. – 2016. – №1/1 (192). – С. 233–236.

[54] Chikrii A.A. On a Differential Game in a System Described by a Functional Differential Equation [Text] / A.A. Chikrii, A.G. Rutkas, L.A. Vlasenko // Proceedings of the International Conference “Stability, Control, Differential Games” (SCDG2019). – 2020. – P. 63–73.

[55] Ja’afaru A.B. On some pursuit and evasion differential game problems for an infinite number of first-order differential equations [Text] / A.B. Ja`afaru, G.I. Ibragimov // J. of Applied Mathematics. – 2012. – P. 1–13.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ИССЛЕДОВАНИЯ

Цель исследования. Основная цель диссертационной работы состоит в дальнейшем развитии теории дифференциальных игр преследования и убегания в банаховых пространствах, когда динамика игры описывается дифференциальным уравнением:

- с линейным замкнутым оператором(л.з.о.);
- запаздывающего типа;
- нейтрального типа;
- дробного порядка.

Задачи исследования. В соответствии с поставленной целью выделяются следующие задачи:

- для дифференциальных игр преследования нахождение множества начальных точек, из которых возможно завершение преследования (в.з.п.);
- для дифференциальных игр преследования с запаздывающим аргументом нахождения условий, при которых в.з.п.;
- для дифференциальных игр преследования нейтрального типа нахождение множества начальных точек, из которых в.з.п.;
- для дифференциальных игр преследования дробного порядка нахождение условий, при которых в.з.п.;
- для некоторых классов дифференциальных игр исследовать условия оптимальности времени преследования;
- для некоторых классов дифференциальных игр нахождение условий, при которых возможно убегание (в.у.);
- исследование примеров дифференциальных игр преследования и убегания, динамика которых описывается дифференциальными уравнениями запаздывающего типа, нейтрального типа и дробного порядка.

Объект исследования. Основными объектами исследования являются дифференциальные игры, описываемые дифференциальными уравнениями:

- с замкнутыми операторами;
- с запаздывающими аргументами;
- нейтрального типа;
- дробного порядка.

Предмет исследования. Разрешимость з.п. и з.у. для некоторых классов дифференциальных игр в бесконечномерных банаховых пространствах.

Методы исследования. В работе используются методы функционального анализа, теории многозначных отображений, теории дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом, нейтрального типа, дробного порядка и теории дифференциальных игр преследования и убегания.

Научная новизна исследования. Все результаты диссертации являются новыми и заключаются в следующем:

- в банаховом пространстве для квазилинейной дифференциальной игры с л.з.о. найдены условия, позволяющие обеспечить возможность завершения преследования с оптимальным временем (в.з.п.о.в.);
- в банаховом пространстве найдено множество начальных положений, из которых в.з.п.о.в. в дифференциальных играх запаздывающего типа;
- в банаховом пространстве доказана разрешимость з.п. для дифференциальных игр, когда динамика игры описывается уравнением нейтрального типа;
- в гильбертовом пространстве доказана разрешимость з.п. для линейных дифференциальных игр с интегральными ограничениями на управления игроков;
- в гильбертовом пространстве доказана разрешимость з.п. для дифференциальных игр запаздывающего типа с интегральными ограничениями;
- в гильбертовом пространстве найдено множество начальных положений, из которых в.з.п. в квазилинейных дифференциальных играх нейтрального типа, когда на управление игроков наложены интегральные ограничения;
- в гильбертовом пространстве найдены условия о разрешимости з.у. в нелинейной дифференциальной игре нейтрального типа;
- в банаховом пространстве доказаны теоремы о разрешимости з.п. и з.у. для нелинейной дифференциальной игры запаздывающего типа;
- в дифференциальных играх дробного порядка с геометрическими или с интегральными ограничениями найдено множество начальных положений, из которых в.з.п.;
- в интегро-дифференциальных играх дробного порядка с геометрическими или с интегральными ограничениями на управления игроков доказаны теоремы о разрешимости з.п.;
- в дифференциальных играх с несколькими дробными производными доказаны теоремы о разрешимости з.п..

Теоретическая и научно-практическая ценность исследования. Результаты, полученные в диссертации, носят теоретический характер и могут быть использованы в теории дифференциальных игр преследования и убегания с сосредоточенными и с распределенными параметрами, в математической теории управляемых процессов, протекающих в условиях конфликта и неопределенности, в теории и технике автоматического управления для систем с запаздывающим аргументом, нейтрального типа и с производными дробного порядка, а также при решении практических задач, которых можно моделировать как дифференциальные игры преследования и убегания в подходящих банаховых пространствах. Ценность работы заключается в том, что полученные в диссертации результаты являются новыми и открывают новое направление в теории дифференциальных игр преследования и убегания в бесконечномерных банаховых пространствах.

Положения, выносимые на защиту:

- утверждения о достаточных условиях оптимальности времени преследования для квазилинейной дифференциальной игры с л.з.о.;
- утверждения о достаточных условиях в.з.п. в дифференциальных играх запаздывающего типа;
- утверждения о достаточных условиях в.з.п. в дифференциальных играх нейтрального типа;
- утверждения о достаточных условиях разрешимости з.п. в дифференциальных играх с интегральными ограничениями на управление игроков;
- утверждения о достаточных условиях разрешимости з.п. в дифференциальных играх запаздывающего типа с интегральными ограничениями на управление игроков;
- утверждения о достаточных условиях разрешимости з.п. в квазилинейных дифференциальных играх нейтрального типа, когда на управление игроков наложены интегральные ограничения;
- утверждения о достаточных условиях разрешимости з.у. в нелинейной дифференциальной игре нейтрального типа;
- утверждения о достаточных условиях разрешимости з.у. в дифференциальной игре нейтрального типа с инвариантным терминальным множеством;
- утверждения о достаточных условиях разрешимости з.п. и з.у. в нелинейных дифференциальных играх запаздывающего типа в банаховом пространстве;
- утверждения о достаточных условиях в.з.п. в дифференциальных играх дробного порядка с интегральными ограничениями на управление игроков;
- утверждения о достаточных условиях в.з.п. в интегро-дифференциальных играх дробного порядка с интегральными ограничениями на управление игроков;
- утверждения о достаточных условиях в.з.п. в дифференциальных играх с несколькими дробными производными в банаховом пространстве;
- выводы формулы для нахождения времени преследования и выбора управления преследования;
- выводы формулы для оценки расстояний от управляемого объекта до терминального множества и выбора управления убегания.

Степень достоверности результатов проведённых исследований. Достоверность результатов обеспечивается строгими математическими доказательствами всех утверждений, приведенных в диссертации, а также подтверждается исследованиями других ученых.

Соответствие диссертации паспорту научной специальности (формуле и области исследования). Диссертационная работа выполнена по специальности 01.01.02 - Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление. Она относится к составной части этой специальности – оптимальное управление и полностью соответствует формуле специальности и пункту «Дифференциальные уравнения и системы дифференциальных уравнений в задачах оптимального управления и вариационного исчисления» области исследования.

Личный вклад соискателя ученой степени. Задачи исследования были сформулированы с участием научного консультанта, который оказывал консультативное содействие. Все результаты диссертационной работы, отраженные в разделе «Научная новизна исследования», получены лично автором. В совместных работах [20-А], [33-А], [36-А], [38-А], [39-А] соавторы принимали участие в обсуждениях полученных результатов.

Апробация и реализация результатов диссертации. Полученные автором результаты диссертации обсуждались на следующих конференциях и семинарах:

- международная научная конференция «Современные методы теории краевых задач». Понтрягинские чтения. Воронежская весенняя математическая школа. (3–9 мая 2023г.), г. Воронеж;
- международная научно-практическая конференция «XIII Ломоносовские чтения», посвященной 115-летию академика Б.Гафурова. (28–29 апреля 2023г.), г. Душанбе;
- международная научная конференция «Современные методы прикладной математики, теории управления и компьютерных технологий» (13–16 декабря 2022г.), г. Воронеж;
- международная научная конференция «Неклассические уравнения математической физики и их приложения (6–8 октября 2022г.), г. Ташкент;
- республиканская научно-практическая конференция «Актуальные проблемы и перспективы развития естественных и точных наук» (28–29 октября 2022 г.), г. Душанбе;
- международная научная конференция «Современные проблемы математического анализа и теории функций», посвящённая 70-летию академика НАН Таджикистана М.Ш. Шабозова (24-25 июня 2022г.), г. Душанбе;
- международная научная конференция «Современные проблемы теории чисел и математического анализа», посвящённая 80-летию профессора Д. Исмоилова (29–30 апреля 2022 г.), г. Душанбе;
- всероссийская научная конференция «Современные методы прикладной математики, теории управления и компьютерных технологий» (14–16 декабря 2021г.), г. Воронеж;
- международная конференция «Нелокальные краевые задачи и родственные проблемы математической биологии, информатики и физики» (5–9 декабря 2021г.), г. Нальчик;
- II международная научно-практическая конференция «О применении дифференциальных уравнений при решении прикладных задач» (4 ноября 2021г.), г. Душанбе;
- республиканская конференция «Современные проблемы прикладной математики и их роль в формировании технического мировоззрения

общества» (29–30 октября 2021г.), г. Худжанд;

- республиканская научная конференция с участием зарубежных учёных «Сарымсаковские чтения» (16–18 сентября 2021г.), г. Ташкент;
- международная конференция по алгебре, анализу и геометрии (22–28 августа 2021 г.), г. Казань;
- international Conference Mathematical Physics, Dynamical Systems and Infinite-Dimensional Analysis (June 30–July 9, 2021), Russia, Moscow Region, Dolgoprudny;
- международная конференция «Актуальные проблемы современной математики», посвящённая 80-летию профессора Т. Собирова (25–26 июня 2021г.), г. Душанбе;
- республиканская научно-практическая конференция «Рушди илмҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ: роҳҳои татбиқи натиҷаҳои онҳо дар истеҳсолот» бахшида ба эълон шудани «Солҳои 2020–2040 Бистсолаи омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ» (21–22 апреля 2021г.), г. Худжанд;
- international Scientific and Practical Conference. Scientific horizon in the context of social crises (11–12. 04. 2021г.), Tokyo, Japan;
- международная конференция «Современные проблемы функционального анализа и дифференциальных уравнений», посвященная 70-летию со дня рождения академика НАН Таджикистан, д.ф.-м.н., профессора К.Х. Бойматова (25–26 декабря 2020г.), г. Душанбе;
- республиканская научно-практическая конференция «Современные проблемы теории дифференциальных уравнений с сингулярными коэффициентами», посвященная 80-летию профессора М. Исмати и 20 -летию развития естественных, точных и математических наук (26 сентября 2020г.), г. Душанбе;
- республиканская научная конференция «Ташаккули самтҳои инноватсионии илмҳои дақиқ ва техникӣ дар замони муосир: муаммо ва дурнамои рушд» (19 ноября 2015г.), г. Худжанд;
- международная научная конференция «Современные проблемы математики и ее преподавания», посвященная 20-летию Конституции Республики Таджикистан и 60-летию ученых-математиков А. Мухсинова, А.Б. Нозимова, С. Байзаева, Д. Осимовой, К. Тухлиева (28–29 июня 2014г.), г. Худжанд;
- международная конференция «Математические методы в исследовании операций» (24–29 октября 1987г.), г. София, Болгария;
- научно – практические конференции ТГУПБП (2014-2022гг.), г. Худжанд;
- объединённый научный семинар при Таджикском национальном университете под руководством академика М. Илолова (2023), г.Душанбе;
- научный семинар проводимом в дистанционном режиме при Вологодском государственном университете под руководством д.ф.-м.н., профессора Э. Мухамадиева (2023), г. Вологда, Россия;

- научный семинар при Таджикском государственном университете права, бизнеса и политики под руководством д.ф.-м.н., профессора С. Байзаева (2017–2023 гг.), г. Худжанд.

Ряд результатов диссертации использованы при чтении специальных курсов и написании дипломных работ для студентов и магистрантов.

Публикации по теме диссертации. Основные результаты диссертации опубликованы в работах [1-А] – [40-А]. Работы [2-А] – [18-А], опубликованы в журналах из перечня рецензируемых научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК при Президенте Республики Таджикистан и ВАК Министерства образования и науки РФ. Статьи [2-А] – [5-А], входят в международные библиографические и реферативные базы данных Web of Science и Scopus.

Структура и объем диссертации. Работа состоит из введения, общей характеристики исследований, пяти глав, обсуждения полученных результатов, выводов и списка литературы (355 наименования работ).

Для удобства в диссертации применена сквозная нумерация теорем, лемм и формул. Они имеют тройную нумерацию, в которой первая цифра совпадает с номером главы, вторая указывает на номер параграфа, а третья на порядковый номер теоремы, леммы и формулы в данном параграфе. Общий объем диссертации 306 страниц.

Благодарность

Автор глубоко благодарит своего научного консультанта д.ф.-м.н., профессора Байзаева Саттора за ценные советы и внимание к работе.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

В автореферате номера формул, теорем, определений и предположений совпадают с соответствующими номерами в диссертации.

Первая глава (§§ 1.1–1.4) диссертации посвящена анализу литературы по дифференциальным играм и некоторым вспомогательным понятиям и результатам.

В первом параграфе приведены различные подходы к дифференциальным играм, начиная с подхода американского математика Р. Айзекса до подхода академика Н.Н. Красовского.

Во втором параграфе излагается подход академика Л.С. Понтрягина.

В третьем параграфе приведены некоторые важные результаты по дифференциальным играм преследования и убегания, когда з.п. и з.у. понимается в смысле Л.С. Понтрягина, а динамика игры описывается обыкновенным дифференциальным уравнением, дифференциальным уравнением запаздывающего типа или дифференциальным уравнением дробного порядка

В четвертом параграфе приведены некоторые определения и вспомогательные результаты.

Вторая глава (§§ 2.1–2.6) диссертации посвящена линейным и квазилинейным дифференциальным играм преследования в банаховом пространстве.

В первом параграфе приведена постановка з.п. и з.у..

Пусть $X, Y, Z -$ банаховы пространства. В пространстве X рассматривается дифференциальная игра, описываемая дифференциальным уравнением

$$D^{\alpha}x(t) = F\big(t, x(t), x(t-h), D^{\alpha}x(t-h)\ , u(t), v(t)\big) \qquad (2.1.1)$$

и замкнутым терминальным множеством $M \subset X$, где заканчивается игра. В игре (2.1.1) $t \geq 0,\ x(t) \in X,\ h > 0,\ \bigcup([0,\infty), Y) -$ множество измеримых отображений, действующих из $[0,\infty)$ в Y, причем на $[0,\infty)$ рассматривается мера Лебега, $u(\cdot) \in U([0,\infty), Y) -$ управление преследования, $v(\cdot) \in U([0,\infty), Z) -$ управление убегания, а $D^{\alpha} -$ целая или дробная производная порядка α от функции $x(t)$. В дальнейшем предполагаем, что отображение $F: [0,\infty) \times D \times D \times D \times Y \times Z \to X, D \subset X$ такое, что для любых $u(\cdot) \in U([0,\infty), Y)$, $v(\cdot) \in U([0,\infty), Z)$ и начального положения $\varphi(\cdot)$ из класса непрерывных функций, отображающих $[-h, 0]$ в X, задача Коши

$$\begin{cases} D^{\alpha}x(t) = F\big(t, x(t), x(t-h), D^{\alpha}x(t-h)\ , u(t), v(t)\big) \\ \qquad\qquad x(s) = \varphi(s), \quad -h \leq s \leq 0 \end{cases} \qquad (2.1.2)$$

имеет единственное решение в некотором классе функций. Отметим, что в четвертом параграфе первой главы приведены ряд условий, при которых задача Коши (2.1.2) имеет решение в некотором классе функций.

Для дифференциальной игры (2.1.1) рассмотрим следующее определение о в.з.п. в смысле Л.С. Понтрягина[12].

Определение 2.1.1. *В игре (2.1.1) из начального положения $\varphi(\cdot)$ в.з.п., если существует число $T = T(\varphi)$ такое, что для любого управления убегания $v(\cdot) \in U([0,\infty), Z)$ в каждый момент $t \in [0, T]$, зная уравнение (2.1.1) и величиныx(s) и $v(s), 0 \le s \le t$, можно выбрать значение $u(t)$ таким образом, чтобы управление преследования $u(\cdot) \in U([0,\infty), Y)$ и $x(T_1) \in M$ при некотором $T_1 \in [0, T]$, где $x(\cdot)$–решение задачи Коши (2.1.2) соответствующее управлениям $u(\cdot)$ и $v(\cdot)$. В этом случае, число $T = T(\varphi)$ называется гарантированным временем преследования.*

Для дифференциальной игры (2.1.1) рассмотрим следующее определение об оптимальности времени преследования[26].

Определение 2.1.2. *Число $T_0 = T_0(\varphi)$ называется оптимальным временем преследования, если, во-первых, из начального положения $\varphi(\cdot)$ возможно завершение преследования за время (в.з.п.з.в.) T_0, и во- вторых, при всех $t \in [0, T_0)$, для любого управления преследования $u(\cdot) \in U([0,t], Y)$ можно выбрать такое управление убегания $v(\cdot) \in U([0,t], Z)$, что для решения $x(\cdot)$ задачи (2.1.2) выполняется условие $x(s) \,\bar{\in}\, M$ для всех $0 \le s \le t$. При этом для выбора $v(t)$ разрешается использовать величины $x(s),\ u(s), 0 \le s \le t$.*

Задача преследования. *Найти множество начальных положений, из которых в игре (2.1.1) в.з.п. в смысле определения (2.1.1).*

Определение 2.1.3. *В игре (2.1.1) из начального положения $\varphi(\cdot)$, $\varphi(0) \in X \backslash M$ в.у., если при любом $u(\cdot) \in U([0,\infty), Y)$ в каждый момент $t \in [0,\infty)$, зная уравнение (2.1.1) и величины $u(s)$ и $x(s),\ 0 \le s \le t$, можно выбрать значение, $v(t)$ таким образом, чтобы $v(\cdot) \in U([0,\infty), Z)$ и $x(t) \,\bar{\in}\, M$ при всех $t \ge 0$, где $x(\cdot) -$ решение задачи (2.1.2), соответствующее управлениям $u(\cdot)$ и $v(\cdot)$.*

Задача убегания. *Найти множество начальных положений, из которых в игре (2.1.1) в.у. в смысле определения 2.1.3.*

Во втором параграфе для квазилинейной дифференциальной игры с л.з.о. решена з.п.. Приведены условия, при которых время преследования будет оптимальным (теорема 2.2.1).

В банаховом пространстве X рассматривается квазилинейная дифференциальная игра, описываемая дифференциальным уравнением

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + f(u(t), v(t), t) \tag{2.2.1}$$

и замкнутым терминальным множеством $M \subset X$, где заканчивается игра.

В игре (2.2.1) $t \ge 0$, $x(t) \in X$, $u(\cdot) \in U([0,\infty), Y)$ $-$управление преследования, $v(\cdot) \in U([0,\infty), Z) -$ управление убегания, Y и $Z -$ банаховы пространства, отображение $f\colon Y \times Z \times [0,\infty) \to X$ удовлетворяет условиям Каратеодори, т.е. оно измеримо по $t \in [0,\infty)$ и непрерывно по $(u, v) \in Y \times Z$ и существует такая локально суммируемая функция $\eta\colon [0,\infty) \to [0,\infty)$, что при всех $u \in Y, v \in Z, t \in [0,\infty)$ имеет место неравенство $\|f(u,v,t)\| \le \eta(t)$, а $A\colon D \to X -$ л.з.о., имеющий плотную в X область определения D, порождает сильно непрерывную полугруппу (п.с.н.п.) $S(t)$.

Далее, следуя А. Фридману[39] и Ю.С. Осипову[38] при произвольных $u(\cdot) \in U([0,\infty), Y)$, $v(\cdot) \in U([0,\infty), Z)$, $x_o \in X$, $T \ge 0$, соответствующим этим данным решением задачи Коши

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + f(u(t), v(t), t), x(0) = x_o, \qquad (2.2.2)$$

на отрезке $[0, T]$ будем называть отображение $x(\cdot): [0, T] \to X,$ задаваемое формулой

$$x(t) = S(t)x_o + \int_0^t S(t-\tau)f(u(\tau), v(\tau), \tau)d\tau, \qquad t \in [0, T], \qquad (2.2.3)$$

где интеграл понимается в смысле Бохнера.

Справедлива следующая

Теорема 2.2.1. *Пусть выполняются следующие условия*:

1) X, Y *−сепарабельные банаховы пространства, а терминальное множество* M *выпукло и компактно относительно топологии* $\sigma(X, X^*)$*;*
2) *начальная точка* $x_o \in X \backslash M$ *такая, что при некотором* $T \geq 0$ *имеет место включение*
$$S(T)x_o \in M - W_1(T), \qquad (2.2.4)$$
где
$$W_1(t) = \int_0^t \bigcap_{v \in Z} S(t-\tau)\, f(Y, v, \tau)\, d\tau;$$
3) *многозначное отображение* $t \to W_1(t), t \in [0, T]$ *замкнуто относительно топологии* $\sigma(X, X^*)$ *и при каждом* t *не пустозначно и выпуклозначно;*
4) *существует отображение* $w: Y \to Z$ *такое, что при всех* $u \in Y, t \in [0, T], 0 \leq \tau \leq t$ *выполняется включение*
$$S(t-\tau)f(u, w(u), \tau) \in \bigcap_{v \in Z} S(t-\tau)\, f(Y, v, \tau)$$
и для каждого $u(\cdot)$ *суперпозиция* $w(u(\cdot))$ *измерима.*

Тогда из начальной точки x_o *в.з.п.о.в.* $T_0 = min\{T \geq 0:$ *для которых выполняется* $(2.2.4)\}$.

Отметим, что теорема 2.2.1 обобщает на бесконечномерный случай соответствующие результаты Л.С. Понтрягина[12], П.Б. Гусятникова и М.С. Никольского[26] и Е.М. Мухсинова[56,57]. При этом если работы Л.С. Понтрягина и П.Б. Гусятникова, М.С. Никольского посвящены конечномерным линейным дифференциальным играм, то работы Е.М. Мухсинова посвящены бесконечномерным обыкновенным дифференциальным играм. Кроме этого,

[56] Мухсинов Е.М. О дифференциальных играх преследования и убегания в банаховых пространствах [Текст] / Е.М. Мухсинов // дис. на соискание ученой степени к. ф.- м. наук: 01.01.02. Ташкент, 1982. – 111 с.

[57] Мухсинов Е.М. Дифференциальные игры преследования в банаховом пространстве [Текст] / Е.М. Мухсинов // ДАН Уз. ССР. – 1981. – Т. 6. – С. 7–9.

если в работе Л.С. Понтрягина, при выборе $u(t)$ в каждый момент t используется информация о $v(s)$ и $x(s)$, $t \le s \le t+\varepsilon$, $\varepsilon > 0$, то в теореме 2.2.1 при выборе $u(t)$ в каждый момент t используется информация о $v(s)$ и $x(s)$, $0 \le s \le t$.

В третьем параграфе найдено множество начальных положений, из которых в.з.п. в дифференциальных играх запаздывающего типа (теоремы 2.3.1, 2.3.2).

В гильбертовом пространстве X рассмотрим дифференциальную игру, описываемую уравнением запаздывающего типа

$$\frac{d}{dt}x(t) = Ax(t) + \int_{-h}^{0} d\eta\,(s)x(t+s) + f(u(t), v(t), t)\,, \qquad (2.3.1)$$

и замкнутым терминальным множеством M, где заканчивается игра.

В игре (2.3.1) $x(t) \in X, \eta(\cdot)$ —мера Стилтьеса имеет вид

$$\eta(s) = -\sum_{r=1}^{m} \chi_{(-\infty,-h_r)}(s) \cdot A_r - \int_{s}^{0} A_0\,(\xi)d\xi, \qquad s \in [-h, 0],$$

где $0 < h_1 < h_2 < \dots < h_m < h$, $\chi_{(-\infty,-h_r)}(\cdot) -$ характеристическая функция $(-\infty, -h_r)$, $A_r \in L(X,X), r = \overline{1,m},$ $A_0(\cdot) \in L_{p'}\big([-h,0], L(X,X)\big)$, $\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = 1$, а л.з.о. $A\colon D \to X$, имеющий плотную в X область определения D, п.с.н.п. $S(t)$. Далее можно построить фундаментальное решение $\Phi(t)$ для которого справедливо равенство

$$\dot{\Phi}(t) = A\Phi(t) + \int_{-h}^{0} d\eta(\xi)\,\Phi(t+\xi) \qquad (2.3.2)$$

и $\Phi(0) = I -$ единичный оператор, $\Phi(t) = 0$ при $t < 0$.

Предполагая, что отображение $t \to\ f(u(t), v(t), t)$ локально интегрируемо для любых $t > 0$, $u(\cdot) \in U([0,\infty), Y)$, $v(\cdot) \in U([0,\infty), Z)$, где Y и $Z -$ гильбертовы пространства, решением задачи Коши

$$\frac{d}{dt}x(t) = Ax(t) + \int_{-h}^{0} d\eta\,(s)x(t+s) + f(u(t), v(t), t),\ \ t \ge 0 \qquad (2.3.3)$$
$$x(s) = \varphi(s), \qquad -h \le s \le 0$$

с начальным условием $\varphi(\cdot) \in L_p([-h,0], X)$ будем называть отображение $x(\cdot)$ задаваемой формулой

$$x(t) = \Phi(t)\varphi(0) + \int_{-h}^{0}\left(\int_{-h}^{s}\Phi(t-s+\xi)d\eta(\xi)\right)\varphi(s)ds +$$
$$+\int_{0}^{t}\Phi(t-s)f(u(s), v(s), s)ds, \qquad t \ge 0. \qquad (2.3.4)$$

В дальнейшем M_0 — замкнутое подпространство из X, $M_0^{\perp}$ —ортогональное дополнение к M_0 в X, π — оператор ортогонального проектирования из X на $M_0^{\perp}$, терминальное множество $M = M_0 + M_1$, где $M_1 \subset M_0^{\perp}$.

Справедлива следующая

Теорема 2.3.1. *Пусть выполняются следующие условия:*

1) *множество M_1 компактно относительно топологии $\sigma(X, X^*)$;*
2) *отображение*

$$t \to \Omega(t) = \int_0^t \bigcap_{v \in Z} \pi\, \Phi(t-s) f(Y, v, s) ds, \quad t \in [0, T],$$

секвенциально замкнуто относительно топологии $\sigma(X, X^*)$ и при каждом t не пустозначно;

3) *начальное положение $\varphi(\cdot)$ и число $T \geq 0$ такие, что*

$$\pi\Phi(T)\varphi(0) + \int_{-h}^{0} \left(\int_{-h}^{s} \pi\Phi(T - s + \xi) d\eta(\xi) \right) \varphi(s) ds \in \mathrm{M}_1 - \Omega(T). \quad (2.3.5)$$

Тогда из начального положения $\varphi(\cdot)$ возможно завершение преследования с гарантированным временем (в.з.п.г.в.) $T_1 = \min\{T \geq 0$: *для которых выполняется (2.3.5)* $\}$

Справедлива следующая теорема об оптимальности времени преследования.

Теорема 2.3.2. *Пусть выполнены условия 1) и 3) теоремы 2.3.1. и следующие условия:*

а) *множество M_1 выпукло, а отображение $t \to \Omega(t)$ выпуклозначно и замкнуто относительно топологии $\sigma(X, X^*)$;*
б) *существует отображение $\omega: Y \to Z$ такое, что при всех $u \in Y, t \in [0, T_1]$, $0 \leq s \leq t$, выполняется включение*

$$\pi\Phi(t-s) f(u, \omega(u), s) ds \in \bigcap_{v \in Z} \pi\Phi(t-s) f(Y, v, s) \qquad (2.3.11)$$

и для каждого допустимого $u(\cdot)$ суперпозиция $\omega(u(\cdot))$ измерима.

Тогда из начального положения $\varphi(\cdot)$ в.з.п.о.в. $T_1 = \min\{T \geq 0$: *для которых выполняется (2.3.5)* $\}$.

Теоремы 2.3.1 и 2.3.2 обобщают результаты Н. Сатимова[29], Е.М. Мухсинова и М.Н. Муродовой[52]. При этом, если в теореме 2.3.2 доказывается оптимальность времени преследования, то вышеуказанные авторы решают только задачу качества.

В четвертом параграфе разрешена з.п. для дифференциальной игры нейтрального типа в банаховом пространстве (теоремы 2.4.1–2.4.8).

Рассматривается з.п. для квазилинейной дифференциальной игры, описываемая дифференциальным уравнением нейтрального типа

$$\dot{x}(t)=\sum_{i=1}^{n}B_i\dot{x}(t-h_i)+Ax(t)+\sum_{i=1}^{n}A_ix(t-h_i)+f\big(t,u(t),v(t)\big) \qquad (2.4.20)$$

и замкнутым терминальным множеством M, где заканчивается игра.

В игре (2.4.20) $t\geq 0$, $0<h_1<h_2<\cdots<h_n=h$, $x(t)\in X$, $u(\cdot)\in U([0,\infty],Y)-$ управление преследования, $v(\cdot)\in U([0,\infty],Z)$ −управление убегания. $A_i\colon X\to X, B_i\colon X\to X$ −линейные ограниченные операторы, а $A\colon D\to X-$ л.з.о., имеющий плотную в X область определения D, п.с.н.п. $S(t)$. При этом линейные операторы AB_i ограничены. Используя эту полугруппу, можно построить фундаментальное решение $\Phi(t)$, для которого справедливы равенства

$$\dot{\Phi}(t)=\sum_{i=1}^{n}B_i\dot{\Phi}\,(t-h_i)+A\Phi(t)+\sum_{i=1}^{n}A_i\Phi(t-h_i), \qquad (2.4.21)$$

$\Phi(0)=I$ −единичный оператор, $\Phi(t)=0$ при $t<0$.

Далее, когда отображение $t\to\ f(u(t),v(t),t)$ локально интегрируемо, для любых $u(\cdot)\in U([0,\infty),Y)$, $v(\cdot)\in U([0,\infty),Z)$, $t\geq 0$, решением задачи Коши (2.4.20) с начальным условием

$$x(s)=\varphi(s),\quad -h\leq s\leq 0, \qquad (2.4.22)$$

где $\varphi(\cdot)-$ абсолютная непрерывная функция, будем называть отображение $x(\cdot)$ задаваемой формулой

$$x(t)=\left[\Phi(t)-\sum_{i=1}^{n}\Phi(t-h_i)B_i\right]\varphi(0)+$$
$$+\sum_{i=1}^{n}\int_{-h_i}^{0}\Phi\,(t-\tau-h_i)[A_i\varphi(\tau)+B_i\dot{\varphi}(\tau)]d\tau+$$
$$+\int_{0}^{t}\Phi(t-\tau)\,f(u(\tau),v(\tau),\tau)d\tau. \qquad (2.4.23)$$

Теорема 2.4.5. *Пусть выполняются следующие условия:*

1) *терминальное множество* M *компактно относительно топологии* $\sigma(X,X^*)$*;*
2) *абсолютно непрерывное начальное положение* $\varphi(s), -h\leq s\leq 0$, $\varphi(0)\in X\backslash M$ *и число* $T\geq 0$ *такие, что*

$$\left[\Phi(T)-\sum_{i=1}^{n}\Phi(T-h_i)B_i\right]\varphi(0)+$$
$$+\sum_{i=1}^{n}\int_{-h_i}^{0}\Phi\,(T-\tau-h_i)[A_i\varphi(\tau)+B_i\dot{\varphi}(\tau)]d\tau\in M-W_5(T), \qquad (2.4.24)$$

где

$$W_5(t) = \int_0^t \bigcap_{v\in Z} \Phi(t-\tau) f(Y,v,\tau)d\tau;$$

отображение $t \to W_5(t), t \in [0,T]$ *секвенциально замкнуто относительно топологии* $\sigma(X, X^*)$.

Тогда в игре (2.4.20) с начальным условием (2.4.22) в.з.п.г.в. $T_o = \min\{T \geq 0:$ *для которых выполняется (2.4.24)* $\}$.

Справедлива следующая теорема об оптимальности времени оптимальности.

Теорема 2.4.6. *Пусть выполнены условия 1)-2) из теоремы 2.4.5 и следующие условия:*

1) *терминальное множество* M *выпукло;*
2) *отображение* $t \to W_5(t), t \in [0,T]$ *выпуклозначно и замкнуто относительно топологии* $\sigma(X, X^*)$*;*
3) *существует отображение* $w: Y \to Z$ *такое, что при всех* $u \in Y, t \in [0,T]$, $0 \leq s \leq t$ *выполняется включение*

$$\Phi(t-s) f(u, w(u), s) \in \bigcap_{v\in Z} \Phi(t-s) f(Y,v,s)$$

и для каждого $u(\cdot)$ *суперпозиция* $w(u(\cdot))$ *измерима.*

Тогда из начального положения $\varphi(\cdot)$ *в.з.п.о.в.* $T_o = \min\{T \geq 0:$ *для которых выполняется (2.4.24)* $\}$.

Теорема 2.4.7. *Пусть выполнены следующие условия:*

1) *число* $T \geq 0$ *и абсолютно непрерывное начальное положение* $\varphi(s), -h \leq s \leq 0, \varphi(0) \in X \backslash M$ *такие, что*

$$[\Phi(T) - \textstyle\sum_{i=1}^n \Phi(T-h_i)B_i]\varphi(0) +$$
$$+\sum_{i=1}^n \int_{-h_i}^0 \Phi\,(T-\tau-h_i)[A_i\varphi(\tau) + B_i\dot{\varphi}(\tau)]d\sigma \in W_6\big(T, \gamma(\cdot)\big), \qquad (2.4.30)$$

где

$$W_6\big(T,\gamma(\cdot)\big) = \begin{cases} M, & \text{при } \quad T=0, \\ \displaystyle\bigcup_{\gamma(\cdot)\in\Gamma(0,T)} \int_0^T \bigcap_{v\in Z} [\gamma(\tau)M - \Phi(T-\tau) f(Y,v,\tau)]d\tau, & \text{при } T>0. \end{cases}$$

2) *терминальное множество* M *выпукло;*

3)*отображение* $t \to W_6(t), t \in [0,T]$ *секвенциально замкнуто относительно топологии* $\sigma(X, X^*)$*;*

4)*при любом* $v \in Z$ *отображение* $t \to \Phi(T-t) f(Y,v,t)$ *замкнутозначно на отрезке* $[0,T]$.

Тогда из начального положения $\varphi(\cdot)$ *в.з.п.г.в* $T_0 = \min\{T \geq 0:$ *для которых выполняется (2.4.30)* $\}$.

Справедлива следующая теорема об оптимальности времени преследования.

Теорема 2.4.8. *Пусть выполнены условия 1), 2), 4) из теоремы 2.4.7 и следующие условия:*

1) *отображение* $t \to W_6(t), t \in [0,T]$, *замкнуто относительно топологии* $\sigma(X, X^*)$;
2) *при каждом* $t \in [0,T]$ *множество*
$$\int_0^t \bigcap_{v \in Z} \Phi(t-\tau) f(Y, v, \tau) d\tau)$$
непусто, выпукло и замкнуто относительно топологии $\sigma(X, X^*)$;
3) *терминальное множество* M *компактно относительно топологии* $\sigma(X, X^*)$;
4) *существует отображение* $w: Y \to Z$ *такое, что при всех* $u \in Y, t \in [0,T]$, $0 \le s \le t$ *выполняется включение*
$$\Phi(t-s) f(u, w(u), s) \in \bigcap_{v \in Z} \Phi(t-s) f(Y, v, s)$$
и для каждого $u(\cdot)$ *суперпозиция* $w(u(\cdot))$ *измерима.*

Тогда из начального положения $\varphi(\cdot)$ *в.з.п.о.в.* $T_o = \min\{T \ge 0$: *для которых выполняется (2.4.30)* $\}$

Здесь надо отметить, что при доказательстве теорем 2.4.1–2.4.8 используется первый прямой метод Л.С. Понтрягина[12], лемма 1.4.3 о существовании измеримого селектора у неявно заданного отображения, а для доказательства оптимальности времени преследования - теорема 1.4.1 о строгой отделимости. Если теоремы 2.4.1 и 2.4.2 обобщают некоторые результаты Н. Сатимова[29] и Е.М. Мухсинова[56], то теоремы 2.4.3–2.4.8 обобщают соответствующие результаты Н. Сатимова[28,29], П.Б. Гусятникова, М.С. Никольского[26], Е.М. Мухсинова и М. Муродовой[52], когда динамика игры описывается дифференциальным уравнением нейтрального типа в банаховом пространстве.

В пятом параграфе разрешена з.п. для игры нейтрального типа в гильбертовом пространстве (теоремы 2.5.1, 2.5.2). Полученные в этом параграфе результаты обобщают результаты работы Е.М. Мухсинова и М. Муродовой[53], где з.п. рассматривается для дифференциальной игры с запаздывающим аргументом.

В шестом параграфе исследованы примеры о разрешимости з.п.. Найдено время преследования и для любого допустимого управления убегающего указан закон выбора допустимого управления преследователя (примеры 2.6.1–2.6.6).

Третья глава (§§ 3.1–3.4) диссертации посвящена дифференциальным играм с интегральными ограничениями.

В первом параграфе решена з.п. для линейной дифференциальной игры (теоремы 3.1.1, 3.1.2).

Пусть $X, Y, Z -$ гильбертовые пространства, $M -$ замкнутое линейное подпространство пространства X, $B: Y \to X$ и $C: Z \to X -$ линейные ограниченные операторы, а л.з.о. $\mathrm{A}: D \to X$, имеющий плотную в X область определения D, п.с.н.п. $S(t)$.

Рассмотрим игру, описываемую уравнением
$$\dot{x}(t) = Ax(t) - Bu(t) + Cv(t),$$

где $u(\cdot) \in U([0,\infty),Y)$ −управление преследования и $v(\cdot) \in U([0,\infty),Z)$ −управление убегания удовлетворяют интегральным ограничениям:

$$\int_0^{\infty} \|u(t)\|^2\,dt \le \rho^2, \quad \int_0^{\infty} \|v(t)\|^2\,dt \le \sigma^2 \qquad (3.1.2)$$

где ρ, σ −фиксированные неотрицательные числа. Далее, решением задачи Коши

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) - Bu(t) + Cv(t) \\ x(0) = x_o \end{cases}$$

соответствующим отображением $u(\cdot), v(\cdot)$ на отрезке $[0,T]$, будем называть отображение $x(\cdot)$, задаваемое формулой

$$x(t) = \mathrm{S}(t)x_o + \int_0^t \mathrm{S}(t-s)(Cv(s) - Bu(s))\,ds, \quad t \in [0,T].$$

Теорема 3.1.1. *Допустим, что:*

1) *неотрицательная, строго возрастающая и непрерывно дифференцируемая функция* $J(t), t \ge 0$ *такая, что* $J(0) = 0$ *и* $J(t) \ge t$;
2) *линейный ограниченный оператор* $L(t)\colon Z \to Y$ *непрерывно зависящий от* t *такой, что имеет место равенство*
$$\pi S(J(t))C = \pi S(t)BL(t), t \ge 0\ ;$$
3) *имеет место неравенство* $\alpha \ge \lambda(t)$, $t \ge 0$, *где*
$$\alpha^2 = \rho^2 - \int_0^{t_1} \|\bar{u}(s)\|^2 ds,$$
$\bar{u}$ *−некоторое управление преследования, функция* $\lambda(\cdot)$ *задается формулой*
$$\lambda^2(t) = sup\left\{\int_0^t \left\|L(s)v\big(J(t) - J(s)\big)J'^{(s)}\right\|^2 ds \colon \int_0^{J(t)} \|v(s)\|^2 ds \le \sigma^2\right\},$$
а числа $t_1 \ge 0, \tau = \tau(x_o) \ge 0$ *такие, что* $J(\tau) = t_1 + \tau$;
4) *имеет место включение*
$$\pi S(t_1+\tau)x_o - \int_0^{t_1} \pi S(t_1+\tau-s)B\bar{u}\,(s)ds \in \Omega(\tau),$$
где
$$\Omega(\tau) = \left\{\int_0^{\tau} \pi S(\tau-s)Bp(s)ds\ :\ \int_0^{\tau} \|p(s)\|^2 ds \le \big(\alpha - \lambda(\tau)\big)^2\right\}.$$

Тогда из начальной точки $x_o \in X \backslash M$ *в.з.п.з.в.* $t_1 + \tau$.

Отметим, что теоремы 3.1.1 и 3.1.2 обобщают конечномерные результаты А.Я. Азимова[23] и М.С. Никольского[21]. При этом для выбора $u(t)$ используется информация о $v(s), 0 \le s \le t$ и x_o.

Во втором параграфе решена з.п. для линейной игры запаздывающего типа (теорема 3.2.1).

В третьем параграфе решена з.п. для игры нейтрального типа (теоремы 3.3.1–3.3.6).

В гильбертовом пространстве X, рассматривается з.п. для квазилинейной дифференциальной игры, описываемая уравнением нейтрального типа (2.4.20) и терминальным множеством M, которое является замкнутым подпространством пространства X. В игре (2.4.20) $t \geq 0,\ x(t) \in X,\ 0 < h_1 < h_2 < \cdots < h_n = h$, операторы $A_i: X \to X$ и $B_i: X \to X$ линейны и ограничены, а л.з.о. $A: D \to X$ имеющий плотную в X область определения D, п.с.н.п. $S(t)$, при каждом i линейный оператор AB_i ограничен, а $u(\cdot) \in U([0,\infty), Y) -$ управление преследования, $\vartheta(\cdot) \in U([0,\infty), Z) -$ управление убегания, удовлетворяют интегральным ограничениям (3.1.2). Можно построить фундаментальное решение $\Phi(t)$, для которого справедливы равенства (2.4.21).

В дальнейшем, полагаем, что локально интегрируемое отображение $t \to f(u(t), v(t), t)$ такое, что для любых допустимых отображений $u(\cdot), \vartheta(\cdot)$ и начального положения $\varphi(\cdot)$ из класса абсолютно непрерывных функций, отображающих$[-h, 0]$ в X, задача Коши (2.4.20) с начальным условием (2.4.22) имеет решение вида (2.4.23).

Далее, $M^{\perp}$ $-$ортогональное дополнение к M в X, $\pi -$ оператор ортогонального проектирования из X на $M^{\perp}$.

В теореме 3.3.4 предполагаем, что $f(u(t), v(t), t) = -Cu(t) + Dv(t)$, где $C: Y \to X$ и $D: Z \to X -$ линейные ограниченные операторы.

Теорема 3.3.4. *Допустим, что:*

1) *существует линейный ограниченный оператор* $L(t): Z \to Y$ *непрерывно зависящий от* $t \geq 0$ *такой, что* $D = CL$;
2) *если*
$$\lambda^2(t) = sup\left\{\int_0^t \|L(s)v(t-s)\|^2 ds : \int_0^t \|v(s)\|^2 ds \leq \sigma^2\right\},$$
то при $t \geq 0$ *имеет место* $\rho \geq \lambda(t)$;
3) *начальное положение* φ *и число* $T = T(\varphi)$ *такие, что*
$$\left[\pi\Phi(T) - \sum_{i=1}^{n} \pi\Phi(T - h_i)B_i\right]\varphi(0) +$$
$$+\sum_{i=1}^{n} \int_{-h_i}^{0} \pi\Phi(T - s - h_i)[A_i\varphi(s) + B_i\dot{\varphi}(s)]ds$$
$$\in \left\{\int_0^T \pi\Phi(T-s)Cp(s)ds : \int_0^T \|p(s)\|^2 ds \leq \big(\rho - \lambda(T)\big)^2\right\}.$$

Тогда в игре (2.4.20) из начального положения $\varphi(s), -h \leq s \leq 0$ *в.з.п.з.в.* $T = T(\varphi)$.

Следующая теорема обеспечивает разрешимость з.п. для квазилинейной дифференциальной игры (2.4.20).

Теорема 3.3.6. *Допустим, что:*

1) *существуют непрерывно зависящий от* $t \geq 0$ *линейный ограниченный оператор* $L(t): Z \to Y$ *и локально интегрируемое отображение* $g: Y \to X$ *такие, что при всех* $T \geq 0,\ t \in [0, T]$ *имеет место равенство*
$\pi\Phi(T-t)g\big(u(t) - L(T-t)v(t)\big) = -\pi\Phi(T-t)f(u(t), v(t), t)$;

2) имеет место неравенство $\rho \geq \lambda(t), t \geq 0$, *где*

$$\lambda^2(t) = sup\left\{\int_0^t \|L(s)v(t-s)\|^2 ds : \int_0^t \|v(s)\|^2 ds \leq \sigma^2\right\};$$

3) начальное положение φ *и число* $T = T(\varphi)$ *такие, что*

$$\left[\pi\Phi(T) - \sum_{i=1}^{n} \pi\Phi(T-h_i)B_i\right]\varphi(0)$$

$$+\sum_{i=1}^{n}\int_{-h_i}^{0} \pi\Phi(T-s-h_i)[A_i\varphi(s) + B_i\dot{\varphi}(s)\,]ds$$

$$\in \left\{\int_0^T \pi\Phi(T-s)g\big(p(s)\big)ds : \int_0^T \|p(s)\|^2 ds \leq \big(\rho - \lambda(t)\big)^2\right\}.$$

Тогда из начального положения $\varphi(s), -h \leq s \leq 0$, *в.з.п.з.в.* T.

В теоремах 3.3.1–3.3.6, используя конструкцию типа первого прямого метода Понтрягина, а в теоремах 3.3.2, 3.3.3 идею о растяжении времени $J(t)$, описано множество начальных положений, из которых в.з.п.. При этом управление преследования выбирают по формуле

$$u(t) = \begin{cases} \bar{u}(t) & \text{при} \quad t \in [0,\tau), \\ p(t-\tau) + L(\tau+T-t)\cdot\vartheta\big(J(T) - J(\tau+T-t)\big)\times \\ \qquad \times J'(\tau+T-t) \text{ при } t \in [\tau, \tau+T], \\ 0 & \text{при} \quad t > \tau + T, \end{cases}$$

где для выбора $u(t)$ используется информация о $\vartheta(s), 0 \leq s \leq t$ и $\varphi(0)$. Полученные в этом параграфе результаты обобщают конечномерные результаты А.Я. Азимова[23], М.С. Никольского[21] и Н. Мамадалиева[25].

В четвертом параграфе исследованы примеры о разрешимости з.п.. Найдено время преследования и указан закон выбора управления преследователя (примеры 3.4.1, 3.4.2).

Четвертая глава (§§ 4.1–4.5) диссертации посвящена нелинейным дифференциальным играм преследования и убегания.

В первом параграфе решается з.у. в нелинейной дифференциальной игре нейтрального типа, когда терминальное множество M инвариантно относительно полугруппы $S(t)$ (теорема 4.1.1).

Полученные результаты обобщают соответствующие результаты работ[35,58]. Если в работе Н. Сатимова[35] дифференциальная игра рассматривалась в конечномерном пространстве, то в работе Е.М. Мухсинова и М.Н. Муродовой[58] дифференциальная игра описывается уравнением запаздывающего типа в гильбертовом пространстве.

В гильбертовом пространстве X рассмотрим дифференциальную игру,

[58] Мухсинов Е.М. Задача убегания для одной дифференциальной игры с запаздывающим аргументом при инвариантности терминального множества [Текст] / Е.М. Мухсинов, М.Н. Муродова // Вестник ТНУ. Серия естественных наук. – 2019. – №1. – С. 90–93.

описываемую нелинейным уравнением нейтрального типа

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + f(\dot{x}(t-h), x(t-h), u(t), v(t), t) \qquad (4.1.1)$$

с терминальным множеством M- замкнутое подпространство пространства X. В игре (4.1.1) $t \geq 0,\ h > 0,\ x(t) \in X$, а л.з.о. $A: D \to X$, имеющую плотную в X область определения D, п.с.н.п. $S(t)$, которая имеет обратную $S^{-1}(t)$. Далее отображение $t \to f(\dot{x}(t-h), x(t-h), u(t), v(t), t)$ такое, что задача Коши (4.1.1) с начальным условием $x(s) = \varphi(s)$, $-h \leq s \leq 0$ из класса абсолютно непрерывных функций имеет непрерывное решение

$$x(t) = S(t)\varphi(0) + \int_0^t S(t-s)\, f\,(\dot{x}(s-h), x(s-h), u(s), v(s), s)ds \quad (4.1.2)$$

Для дифференциальной игры (4.1.1) рассматривается з.у.. Пусть $\{h_i\}_{i=1}^{\infty}$ −счётный ортонормальный базис в X, $\langle x, y\rangle -$ скалярное произведение, терминальное множество M инвариантно относительно $S(t)$, т.е. $S(t)M = M$, а множество

$$W(h_i, t) = \bigcap_{u \in Y} \{\langle h_i, S^{-1}(t) f(\dot{x}(t-h), x(t-h), u, v, t)\rangle : v \in Z\}.$$

непусто. Тогда справедлива следующая

Теорема 4.1.1. *Допустим, что:*

1) *M является замкнутой линейной оболочкой множества* $\{h_i, i \geq n, n \geq 2\}$;
2) *суммируемая функция* $\omega(t) > 0$, *число* $i \in \{1,2,\dots,n-1\}$ *и число* $\tau > 0$ *такие, что* $\pm\omega(t) \in W(h_i, t)$ *при всех* $t \in [0, \tau]$.

Тогда в игре (4.1.1) из положения $\varphi(s)$, $\varphi(0) \in X \backslash M$ *в.у.*.

Во втором параграфе решается з.у. в нелинейной дифференциальной игре нейтрального типа (теорема 4.2.1).

В гильбертовом пространстве X исследуется игра, описываемая нелинейным уравнением нейтрального типа

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + f(u, v) + \mu g(\dot{x}(t-h), x(t-h), u, v) \qquad (4.2.1)$$

и терминальным множеством M, которое является замкнутым линейным подпространством пространства X. В дальнейшем $t \geq 0$, $\mu \epsilon (-\infty, \infty)$ отображение $f: Y \times Z \to X$ непрерывно и существует такое число к > 0, что $\|f(u, v)\| \leq$ к, для всех $(u, v) \in Y \times Z$, отображение $g: X \times X \times Y \times Z \to X$ непрерывно и существует такое число $c > 0$, что $\|g(\dot{x}, x, u, v)\| \leq c$ для всех $(\dot{x}, x, u, v) \in X \times X \times Y \times Z$, а задача Коши (4.2.1) с начальным условием $x(s) = \varphi(s), -h \leq s \leq 0$, где $\varphi(\cdot) -$ абсолютно непрерывное отображение, имеет решение

$$x(t) = e^{tA}\varphi(0) +$$
$$+ \int_0^t e^{(t-s)A}\,[f\,(u(s), v(s)) + \mu g(\dot{x}(s-h) x(s-h), u(s), v(s)] ds, \qquad (4.2.2)$$

Пусть π −оператор ортогонального проектирования из X на Ƥ, где Ƥ − двумерное линейное подпространство пространства $M^{\perp}$, $\pi x = p = (p_1^1, p_1^2) \in$ Ƥ в некотором базисе (l_1, l_2) пространства Ҏ, а положительные числа, зависящие только от игры (4.2.1), будем называть константами.

Для игры (4.2.1) рассматривается з.у..

Справедлива следующая

Теорема 4.2.1. *Пусть существует двумерное подпространство* $Ҏ \subset M^{\perp}$ *и натуральное число* k *такие, что:*

1) *каждое множество* $\pi A^i[f(Y,Z) + g(X,X,Y,Z)]_i,\ i = 0,1,\dots,k-2$, *является точкой;*
2) *множество*
$$W = \bigcap_{u \in Y} \pi A^{k-1} f(u, Z)$$
относительно Ҏ *содержит внутреннюю точку.*

Тогда существует число μ_1 *такое, что при всех* μ, $|\mu| \le \mu_1$, *в игре (4.2.1) из любого начального положения* $\varphi(0) \in X \backslash M$ *в.у.. При этом управление убегания можно выбрать таким образом, что для расстояний* $\xi(t)$ *и* $\eta(t)$ *от точки* $x(t)$ *до пространств* M *и* $M^{\perp}$ *имеет место оценка*
$$\xi(t) > \begin{cases} c_1\varepsilon^k(\eta(t)+1)^{-k} & \text{при } \xi(0) > \varepsilon, t \in [0,\infty), \\ c_1\xi^k(0)(\eta(t)+1)^{-k} & \text{при } \xi(0) \le \varepsilon, t \in [0,\theta], \\ c_1\varepsilon^k(\eta(t)+1)^{-k} & \text{при } \xi(0) \le \varepsilon, t \in [\theta,\infty), \end{cases} \qquad (4.2.3)$$
где $c_1,\ \mu_1,\ \theta$ *−константы.*

Результат этой теоремы обобщает конечномерные результаты Л.С. Понтрягина[13], Е.Ф. Мищенко, Н. Сатимова[59] и Н. Сатимова[34].

В третьем параграфе с помощью теории дифференциальных неравенств решается з.у. в нелинейной дифференциальной игре с запаздывающим аргументом в банаховом пространстве (теорема 4.3.1).

В четвертом параграфе с помощью теории дифференциальных неравенств решается з.п. для нелинейной дифференциальной игры с запаздывающим аргументом в банаховом пространстве (теорема 4.4.1).

Пусть $X,\ Y,\ Z$ − банаховые пространства, $h \ge 0$ −заданное действительное число, а дифференциальная игра описывается уравнением с запаздывающим аргументом
$$\dot{x}(t) = f(x_t, u(t), v(t), t) \qquad (4.4.1)$$
и замкнутым терминальным множеством $M \subset X$, где заканчивается игра.

В дифференциальной игре (4.4.1), $t \ge 0$, $x(t) \in X$, $u(\cdot) \in U([0,\infty), Y)$ − управление преследования, $v(\cdot) \in U([0,\infty), Z)$ − управление убегания. Если $T \ge 0$, $x(\cdot) \in C([-h,T], X)$, то для любого $t \in [0,T]$ определим $x_t \in C([-h,0], X) = C$ соотношением $x_t(\theta) = x(t+\theta)$, $-h \le \theta \le 0$. Если D −открытое подмножество $C \times Y \times Z \times [0,\infty)$, то предполагаем, что отображение $f: D \to X$ такое, что для любых $u(\cdot) \in U([0,\infty), Y)$, $v(\cdot) \in U([0,\infty), Z)$, $\varphi(\cdot) \in C$, $T \ge 0$, задача Коши
$$\dot{x}(t) = f(x_t, u(t), v(t), t), \quad x(s) = \varphi(s), -h \le s \le 0 \qquad (4.4.2)$$
имеет единственное абсолютно непрерывное решение

[59] Мищенко Е.Ф. Задача об уклоненииот встречи в дифференциальных играх с нелинейными управлениями [Текст] / Е.Ф. Мищенко, Н. Сатимов // Дифференц. уравнения. – 1973. – Т. 9. – №10. – С. 1792–1797.

$$x(t) = \varphi(0) + \int_0^t f(x_s, u(s), v(s), s)ds, \qquad t \geq 0,$$

$$x(s) = \varphi(s), -h \leq s \leq 0\,. \tag{4.4.3}$$

Определение 4.4.1. *Максимальным решением задачи Коши*

$$\begin{cases} \xi'(t) = \lambda(\xi(t), t), \\ \quad \xi(0) = \xi_0, \end{cases} \tag{4.4.4}$$

где скалярная функция $(\xi, t) \to \lambda(\xi, t)$ *непрерывна по* $\xi \in (-\infty, \infty)$ *и измерима по* $t \in [0, \infty)$, *называется такое ее решение* $\xi = \bar{\xi}(\cdot)$, *что если* $\xi = \xi(t) -$ *любое решение задачи (4.4.4), то* $\bar{\xi}(t) \geq \xi(t)$ *для всех* t, *принадлежащих их общему интервалу существования.*

Предположение 4.4.1. *Пусть:*

1) $X, Y -$ *сепарабельные банаховые пространства;*
2) *отображение* $f: D \to X$ *удовлетворяет условиям Каратеодори;*
3) *терминальное множество имеет вид* $M = \{x \in X: V(x) \leq 0\}$, где *отображение* $V: X \to (-\infty, \infty)$ *локально удовлетворяет условию Липшица;*
4) *для максимального решения* $\bar{\xi}(\cdot)$ *задачи Коши (4.4.4) с начальным условием*
   $\xi(0) = V\big(\varphi(0)\big) > 0$ *существует число* $T = T(\varphi) = min\,\{t \geq 0\colon\ \bar{\xi}(t) = 0\}$.

Если $V: X \to (-\infty, \infty)$ и при любых $x, z \in X$

$$V_+{}'(x; z) = \underline{\lim_{h \to 0+}}[V(x + hz) - V(x)] \cdot h^{-1}$$

то справедлива следующая

Теорема 4.4.1. *Допустим, что выполнено предположение 4.4.1 и:*

1) *множество* $\Upsilon(x, v, t) = \{u \in Y: V_+'(x; f(x_t, u, v, t)) \leq \lambda(V(x), t)\} -$ *замкнуто, а отображение* $(x, v, t) \to \Upsilon(x, v, t)$ *измеримо;*
2) *множество* $\Omega = \{\varphi(0): \varphi(\cdot) \in C$ *и* $V\big(\varphi(0)\big) > 0\}$ *непусто;*
3) *существует абсолютно непрерывное отображение* $x(\cdot): [0, T] \to X$ *такое, что* $x(0) = \varphi(0)$ *и при почти всех* $t \in [0, T]$ *имеет место дифференциальное включение*

$$\dot{x}(t) \epsilon \bigcap_{v \in Z} f(x_t, \Upsilon(x(t), v, t), v, t) \tag{4.4.5}$$

Тогда из каждой точки множества Ω *в.з.п.г.в.* $T = T(\varphi)$.

В пятом параграфе исследованы примеры о разрешимости з.у., когда динамика игры описывается интегро-дифференциальным уравнением (примеры 4.5.1,4.5.2).

Пятая глава (§§ 5.1–5.7) диссертации посвящена бесконечномерным дифференциальным играм дробного порядка, когда на управление игроков наложены геометрические или интегральные ограничения.

В первом параграфе решается з.п. в квазилинейной дифференциальной игре порядка $\alpha, m-1<\alpha<m,\ m=1,2,...$, когда на управление игроков наложены интегральные ограничения (теоремы 5.1.1, 5.1.2).

В гильбертовом пространстве X рассмотрим квазилинейную дифференциальную игру дробного порядка $\alpha, m-1<\alpha<m,\ m=1,2,...$,

$$D^{\alpha}x(t)=Ax(t)+f(u(t),v(t),t), \qquad (5.1.1)$$

где $x(t)\in X,\ t\geq 0,\ A-$линейный ограниченный оператор, Y и $Z-$ гильбертовые пространства, отображение $f(\cdot,\cdot,\cdot): Y\times Z\times[0,\infty)\to X$, удовлетворяет условиям Каратеодори, $D^{\alpha}-$ дробная производная Капуто порядка α от функции $x(t)$, т. е. $D^{\alpha}x(t)=\frac{1}{\Gamma(m-\alpha)}\int_0^t(t-s)^{m-1-\alpha}x^{(m)}(s)ds,\ \alpha>0, m=[\alpha]+1$ и на управление игроков наложены интегральные ограничения (3.1.2). Для игры (5.1.1) начальные условия задаются равенствами

$$\left.\frac{d^i}{dt^i}x(t)\right|_{t=0+}=x_i^0, i=0,1,\dots,m-1, \qquad (5.1.3)$$

а терминальное множество, где заканчивается игра, задается замкнутым линейным подпространством $M\subset X$. Далее полагаем, что локально интегрируемое отображение $t\to f(u(t),v(t),t)$ такое, что для любых допустимых управлений $u(\cdot), v(\cdot)$ задача (5.1.1) с начальными условиями (5.1.3) имеет решение[50].

$$x(t)=\sum_{i=0}^{m-1}t^i E_{1/\alpha}(At^{\alpha};i+1)x_i^0$$
$$+\int_0^t(t-s)^{\alpha-1}E_{1/\alpha}(A(t-s)^{\alpha};\alpha)\,f(u(s),v(s),s)ds \qquad (5.1.4)$$

где

$$E_{1/\alpha}(At^{\alpha};\beta)=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(At^{\alpha})^k}{\Gamma(k\alpha+\beta)}$$

- обобщенная функция Миттаг–Леффлера.

Для дифференциальной игры (5.1.1) с начальным положением $x^0=(x_0^0,x_1^0,\dots,x_{m-1}^0)$ рассмотрим разрешимость з.п..

Справедлива следующая

Теорема 5.1.1. *Допустим, что:*

1) $f(u(t),v(t),t)=-Cu(t)+Dv(t)$, *где* C *и* D *—линейные и ограниченные операторы*;
2) *существует линейный ограниченный оператор* $L(s): Z\to Y$ *непрерывно зависящий от* $s\geq 0$, *что* $\pi(t-s)^{\alpha-1}E_{1/\alpha}(A(t-s))^{\alpha};\alpha)CL(t-s)=\pi(t-s)^{\alpha-1}E_{1/\alpha}(A(t-s)^{\alpha};\alpha)D$;
3) *если*

$$\lambda^2(t) = sup\left\{\int\limits_0^t \|L(s)v(t-s)\|^2 ds : \int\limits_0^t \|v(s)\|^2 ds \le \sigma^2 \right\},$$

то при $t \ge 0$ *имеет место* $\rho \ge \lambda(t)$;

4) начальное положение x^0 *и число* $T = T(x^0)$ *такие, что имеет место*

$$\pi \sum_{i=0}^{m-1} T^i E_{1/_\alpha}(AT^\alpha; i+1)x_i^0$$

$$\in \left\{ \int\limits_0^T \pi(T-s)^{\alpha-1} E_{1/_\alpha}(A(T-s)^\alpha; \alpha)Cp(s)ds : \int\limits_0^T \|p(s)\|^2 ds \le \big(\rho - \lambda(T)\big)^2 \right\}.$$

Тогда в игре (5.1.1) *из начального положения* x^0 *в.з.п.з.в.* T.

Теорема 5.1.2 является обобщением теоремы 5.1.1, когда игра (5.1.1) является квазилинейной. Отметим, что в теоремах 5.1.1 и 5.1.2, соответствующее управление преследования $u(\cdot)$ выбирают по формуле

$$u(t) = \begin{cases} p(t) + L(T-t)\vartheta(t), & 0 \le t \le T, \\ 0, & t > T. \end{cases}$$

Во втором параграфе решается з.п., когда игра описывается дифференциальным уравнением дробного порядка с л.з.о., а на управление игроков наложены интегральные ограничения (3.1.2) (теоремы 5.2.1–5.2.4).

В гильбертовом пространстве X рассмотрим дифференциальную игру, описываемую дифференциальным уравнением дробного порядка (5.1.1) и терминальным множеством M, которое является замкнутым подпространством пространства X.

В (5.1.1) $t \ge 0$, $x(t) \in X$, $D^\alpha x(t) -$ дробная производная Капуто порядка $\alpha, 1 \le \alpha < 2$, а л.з.о. $A: D \to X$, имеющий плотную в X область определения D, п.с.н.п. $S_\alpha(t)$. Далее, Y и $Z -$ гильбертовы пространства.

Дадим следующее

Определение 5.2.1[60]. *Л.з.о.* $A: D \to X$ *называется оператором типа* (N, θ, α, μ), *если существуют* $0 < \theta < \pi/_2, N > 0$ *и* $\mu \in R$ *такие, что у оператора* A *существует* $\alpha -$*резолвента* $R(\lambda^\alpha, A) = (\lambda^\alpha I - A)^{-1}$ *вне сектора* $\mu + S_\theta = \{\mu + \lambda^\alpha : \lambda \in C, |Arg(-\lambda^\alpha)| < \theta\}$ *и имеет место следующая оценка*

$$\|(\lambda^\alpha I - A)^{-1}\| \le \frac{N}{|\lambda^\alpha - \mu|}, \qquad \lambda^\alpha \,\bar{\in}\, \mu + S_\theta.$$

Как отмечается в работе[60], если A является оператором типа (N, θ, α, μ), то он порождает $\alpha -$ резольвентный оператор

$$S_\alpha(t) = \frac{1}{2\pi i}\int\limits_c e^{\lambda t} R(\lambda^\alpha,\, A)d\lambda,$$

[60] Xiao-Bao Shu. The existence and uniqueness of mild solutions for fractional differential equations with nonlocal conditions of order 1<α<2 [Text] / Xiao-Bao Shu, Qianqian Wang // Computers and Mathematics with Applications. – 2012. – Vol. 64. – P. 2100–2110.

где c − контур, для которого $\lambda \in c$ и $\lambda^\alpha \bar{\in} \ \mu + S_\theta$.

В силу[60], если л.з.о. A является оператором типа (N, θ, α, μ), а отображение $t \to f(u(t), v(t), t)$ локально интегрируемо, то решением задачи Коши (5.1.1) с начальным условием

$$x(0) = x_0, \qquad x'(0) = x_1 \tag{5.2.3}$$

и соответствующим управлениям $u(t)$ и $v(t)$, будем называть отображение вида

$$x(t) = K_\alpha(t)x_1 + L_\alpha(t)x_0 + \int_0^t S_\alpha(t-s)f(u(s), v(s), s)ds, \tag{5.2.4}$$

где

$$K_\alpha(t) = \frac{1}{2\pi i}\int_c e^{\lambda t}\lambda^{\alpha-2}R(\lambda^\alpha, A)d\lambda, \qquad L_\alpha(t) = \frac{1}{2\pi i}\int_c e^{\lambda t}\lambda^{\alpha-1}R(\lambda^\alpha, A)d\lambda,$$

и интеграл понимается в смысле Бохнера.

В теореме 5.2.1 предполагаем, что $f(u(t), v(t), t) = -Cu(t) + Dv(t)$, где $C: Y \to X$ и $D: Z \to X$ − линейные ограниченные операторы.

Справедлива следующая

Теорема 5.2.1. *Допустим, что:*

1) *существует линейный ограниченный оператор $L(t): Z \to Y$ непрерывно зависящий от $t \geq 0$ такой, что $D = CL$;*
2) *если*

$$\lambda^2(t) = sup\left\{\int_0^t \|L(s)v(t-s)\|^2 ds : \int_0^t \|v(s)\|^2 ds \leq \sigma^2\right\},$$

то при всех $t \geq 0$ имеет место неравенство $\rho \geq \lambda(t)$;

3) *начальная точка (x_0, x_1) и число T такие, что имеет место включение*

$$\pi K_\alpha(T)x_1 + \pi L_\alpha(T)x_0 \in \left\{\int_0^T \pi S_\alpha(T-s)Cp(s)ds : \int_0^T \|p(s)\|^2 ds \leq \big(\rho - \lambda(T)\big)^2\right\} \tag{5.2.5}$$

Тогда в игре (5.1.1) из начальной точки (x_0, x_1) в.з.п.з.в. T.

Отметим, что качественным различием теорем 5.2.1–5.2.4 от теорем 5.1.1 и 5.1.2 является то, что в теоремах 5.1.1 и 5.1.2 линейный оператор A является ограниченным, а в теоремах 5.2.1–5.2.4 замкнутым, что существенно расширяет круг рассматриваемых задач

В третьем параграфе решается з.п. для квазилинейной дифференциальной игры, описываемая дифференциальным уравнением дробного порядка (теоремы 5.3.1, 5.3.2).

В банаховом пространстве X рассматривается квазилинейная дифференциальная игра, описываемая дифференциальным уравнением дробного порядка (5.1.1), где $t \geq 0$, $x(t) \in X$, Y, Z − банаховые пространства, D^α − дробная производная Капуто порядка α, $0 < \alpha < 1$, от функции $x(t)$,$-A$ - л.з.о., имеющий плотную в X область определения, который п.с.н.п. $S(t)$. Далее, полагаем, что для любых допустимых $u(\cdot)$ и $v(\cdot)$ отображение $t \to$

$f(u(t), v(t), t)$ локально интегрируемо и задача Коши (5.3.1) с начальным условием $x(0) = x_0$ имеет слабое решение[61]

$$x(t) = Q(t)x_0 + \int_0^t R(t-s)f(u(s), v(s), s)ds, \qquad t \in [0, T], \tag{5.3.2}$$

где

$$Q(t) = \int_0^\infty \xi_\alpha(\sigma)\mathrm{S}(t^\alpha\sigma)d\sigma, \quad R(t) = \alpha\int_0^\infty \sigma \cdot t^{\alpha-1}\xi_\alpha(\sigma)\mathrm{S}(t^\alpha\sigma)d\sigma$$

$$\text{и} \quad \int_0^\infty e^{-\sigma y}\xi_\alpha(\sigma)d\sigma = \sum_{j=0}^\infty \frac{(-y)^j}{\Gamma(1+\alpha j)}, \quad y > 0.$$

Следующая теорема обеспечивает разрешимость з.п..

Теорема 5.3.1. *Допустим, что:*

1) $X, Y -$ *сепарабельные банаховые пространства;*
2) *отображение* $(u, v, t) \to f(u, v, t)$ *удовлетворяет условиям Каратеодори;*
4) *терминальное множество* M, *где заканчивается игра, является замкнутым подмножеством пространства* X;
5) *начальная точка* $x_0 \in X\backslash M$ *такая, что при некотором* $T \geq 0$ *имеет место включение*

$$Q(T)x_0 \in M - \int_0^T \bigcap_{v \epsilon z} R(T-s)f(u(s), v(s), s)ds. \tag{5.3.3}$$

Тогда из начальной точки x_0 *в.з.п.з.в.* T.

Далее, в банаховом пространстве X, рассматривается квазилинейная дифференциальная игра, описываемая дифференциальным уравнением дробного порядка $\alpha > 0,\ m-1 < \alpha < m,\ m = 1,2,\ldots,$ (5.1.1) с начальными условиями (5.1.3), где $A -$ линейный ограниченный оператор, отображение $f: Y \times Z \times [0, \infty) \to X,$ где Y и $Z -$ банаховы пространства, удовлетворяет условиям Каратеодори. В игре (5.1.1) в качестве терминального множества берется замкнутое множество $M \subset X,\ t \geq 0,\ x(t) \in X,\ u(\cdot) \in U([0, \infty), Y)$ $-$управление преследования, $v(\cdot) \in U([0, \infty), Z)$ $-$управление убегания, а $D^\alpha -$ дробная производная Капуто порядка α от функции $x(t)$. В дальнейшем полагаем, что отображение $t \to f(u(t), v(t), t)$ такое, что задача (5.1.1) имеет решение вида (5.1.4).

Для игры (5.1.1) справедлива следующая

Теорема 5.3.2. *Допустим, что:*

1) $X, Y -$ *сепарабельные банаховы пространства;*
2) *имеет место включение*

[61] Dhanapalan V. Existence and uniqueness of mild solutions for fractional integrodifferential equations [Text] / V. Dhanapalan, M. Thamilselvan, M. Chandrasekaran // Applied and Computational Mathematics. – 2014. – Vol.3(1). – P. 32–37.

$$\sum_{n=0}^{m-1} T^n E_{1/\alpha}(AT^\alpha; n+1)x_n^0$$
$$\in M - \int_0^T (T-\xi)^{\alpha-1} E_{1/\alpha}(A(T-\xi)^\alpha; \alpha) \bigcap_{v\in Z} f(Y, v, \xi)\, d\xi \qquad (5.3.7)$$

Тогда из начальной точки $x_0 = (x_0^0, x_1^0, \ldots, x_{m-1}^0)$ *в.з.п.з.в.* T.

Отметим, что теоремы 5.3.1 и 5.3.2 обобщают конечномерный результат Х.Н. Алимова и М.Ш. Маматова[48], где рассматривается конечномерная линейная дифференциальная игра дробного порядка.

В четвертом параграфе решается з.п. для дифференциальной игры, когда динамика игры описывается интегро-дифференциальным уравнением дробного порядка с геометрическими ограничениями на управление игроков (теоремы 5.4.1, 5.4.2).

Пусть X, Y, Z −банаховы пространства. Рассмотрим дифференциальную игру, описываемую квазилинейным интегро-дифференциальным уравнением дробного порядка α

$$D^\alpha x(t) = Ax(t) + \int_0^t B(t-s)x(s)ds + f(u(t), v(t), t) \qquad (5.4.1)$$

и замкнутым терминальным множеством M, где заканчивается игра.

В игре (5.4.1) $t \geq 0$, $x(t) \in X$, $D^\alpha -$ дробная производная Капуто порядка α от функции $x(t)$, л.з.о. $A: D(A) \to X$, имеющий плотную в X область определения, п.с.н.п., $\{B(t)\}_{t\geq 0} -$ семейство л.з.о. в X с областями определения $D\big(B(t)\big) \supset D(A)$ такие, что функции $B(t)x$ сильно измеримые для $x \in D(A)$ и существует положительная локально суммируемая функция $b(\cdot)$ такая, что $\|B(t)x\| \leq b(t)(\|x\| + \|A(x)\|)$ для всех $x \in D(A)$ и для почти всех $t \geq 0$. Далее, полагаем, что локально интегрируемое отображение $t \to f(u(t), v(t), t)$ такое, что для любых управления преследования $u(\cdot) \in U([0,\infty), Y)$ и управления убегания $v(\cdot) \in U([0,\infty), Z), t \geq 0,$ задача Коши(5.4.1) с начальным условием

$$x(0) = x_0, \qquad x^n(0) = 0, \qquad n = 1,2, \ldots, m-1, \qquad (5.4.2)$$

имеет решение

$$x(t\,) = S_\alpha(t)x_0 + \int_0^t S_\alpha(t-s)f(u(s), v(s), s)ds, \qquad (5.4.3)$$

где $S_\alpha(t) - \alpha -$ резольвентный оператор[62] удовлетворяющий уравнению

$$D^\alpha S_\alpha(t) = AS_\alpha(t) + \int_0^t B(t-s)S_\alpha(s)ds \qquad (5.4.4)$$

Справедлива следующая

Теорема 5.4.1. *Допустим, что:*

---

[62] Илолов М. О дробных линейных уравнениях Вольтерра в банаховых пространствах [Текст] / М. Илолов, Х.С. Кучакшоев, Д.Н. Гулджонов // ДАН РТ. – 2018. – Т.61. – №2. – С. 113–120.

1) *$X, Y -$ сепарабельные банаховы пространства;*
2) *отображение $(u, v, t) \to f(u, v, t)$ удовлетворяет условиям Каратеодори;*
3) *начальная точка $x_0 \in X \backslash M$ такая, что при некотором $T \geq 0$ имеет место включение*

$$S_\alpha(T)x_0 \in M - \int_0^T \bigcap_{v \in Z} S_\alpha(T-s)f(Y, v, s)ds \qquad (5.4.5)$$

Тогда из начальной точки x_0 в.з.п.з.в. T.

Отметим, что используя первый метод Л.С. Понтрягина[12] в теореме 5.4.1 соответствующее измеримое управление преследования $u(s)$ выбирают по формуле $w(s) = S_\alpha(T-s)f(u(s), v(s), s)$ (аналогично используя метод Н. Сатимова[28] в теореме 5.4.2 соответствующее измеримое управление преследования $u(s)$ выбирают по формуле $w(s) = \gamma(s)m(s) - S_\alpha(T_o - s)f(u(s), v(s), s)$).

В пятом параграфе решается з.п. для дифференциальной игры, когда на управление игроков наложены интегральные ограничения, а динамика игры описывается интегро-дифференциальным уравнением дробного порядка (теоремы $5.5.1 - 5.5.3$).

В шестом параграфе решается з.п. для игры, когда её динамика описывается уравнением с несколькими дробными производными Герасимова–Капуто (теоремы 5.6.1–5.6.2).

В сепарабельном банаховом пространстве X рассмотрим дифференциальную игру, описываемую линейным дифференциальным уравнением с несколькими дробными производными Герасимова–Капуто

$$D^\alpha z(t) = \sum_{k=1}^{n} D^{\alpha_k} A_k z(t) + f(u(t), v(t), t) \qquad (5.6.1)$$

и замкнутым терминальным множеством $M \subset X$, где заканчивается игра.

В игре (5.6.1) $t \geq 0$, $z(t) \in X$, Y и $Z -$сепарабельные банаховы пространства, $0 \leq \alpha_1 < \alpha_2 < \cdots < \alpha_n < \alpha$, $m = [\alpha] + 1, m_k = [\alpha_k] + 1$, $A_k: X \to X -$ линейные ограниченные операторы, $k = 1,2, \ldots, n.$, а отображение$(u, v, t) \to f(u, v, t)$ удовлетворяет условиям Каратеодори. Тогда решением задачи Коши (5.6.1) с начальными условиями

$$z^{(l)}(0) = z_l, l = 0,1, \ldots, m-1, \qquad (5.6.2)$$

соответствующим управлениям $u(\cdot)$, $v(\cdot)$ будем называть отображение[63]

$$z(t) = \sum_{l=0}^{m-1} Z_l(t)z_l + \int_0^t Z(t-s)f(u(s), v(s), s)ds\,, \qquad (5.6.3)$$

где

---

[63] Федоров В.Е. Начальные задачи для некоторых классов линейных эволюционных уравнений с несколькими дробными производными [Текст] / В.Е. Федоров, К.В. Бойко, Т.Д. Фуонг // Математические заметки СВФУ. – 2021. – Т.28. – №3. – С. 85–104.

$$Z_l(t) = \frac{1}{2\pi i}\int_\gamma \left(\lambda^\alpha I - \sum_{k=1}^{n} \lambda^{\alpha_k} A_k\right)^{-1} \left(\lambda^{\alpha-l-1} I - \sum_{k=n_l}^{n} \lambda^{\alpha_k-l-1} A_k\right) e^{\lambda t} d\lambda,$$
$$t > 0, \gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \cup \gamma_3, \quad \gamma_1 = \{\lambda \in \mathbb{C}: |\lambda| = r_o, arg\lambda \in (-\pi, \pi)\},$$
$$\gamma_2 = \{\lambda \in \mathbb{C}: \lambda \in [-r_o, +\infty)\}, \qquad \gamma_3 = \{\lambda \in \mathbb{C}: \lambda \in (-\infty, -r_o]\},$$
$$r_0 = (2An)^{\frac{1}{\alpha-\alpha_n}}, \qquad A = max\left\{\frac{1}{2n}, \|A_k\|: k = 1,2, \dots, n\right\},$$
$$n_l = min\{k \in \{1,2, \dots, n\}: l < m_k - 1\},$$
$$Z(t) = \frac{1}{2\pi i}\int_\gamma \left(\lambda^\alpha I - \sum_{k=1}^{n} \lambda^{\alpha_k} A_k\right)^{-1} e^{\lambda t} d\lambda.$$

Справедлива следующая

Теорема 5.6.1. *Пусть выполнены следующие условия:*

1) *начальное положение* $z^0 = (z_o, z_1, \dots, z_{m-1})$ *такое, что при некотором* $T \geq 0$ *имеет место включение*
$$\sum_{l=0}^{m-1} Z_l\,(T) z_l \in W_1(T)\,, \tag{5.6.4}$$
где
$$W_1(t) = M - \int_0^t \bigcap_{v \in Z} Z(t-s) f(Y, v, s) ds, \quad t \in [0, T]$$
2) *многозначное отображение* $t \to W_1(t), t \in [0, T] -$ *секвенциально замкнуто.*

   Тогда из начального положения z^o *в.з.п.г.в.* $T_o = \min\{T \geq 0$: *для которых выполняется (5.6.4)* $\}$.

В седьмом параграфе исследованы примеры о разрешимости з.п., когда динамика игры описывается линейным дифференциальным уравнением дробного порядка (примеры 5.7.1–5.7.3).

В разделе «**Обсуждение полученных результатов**» изложен краткий анализ полученных в диссертационной работе результатов, а также они сравнены с результатами других авторов.

ВЫВОДЫ

Основные научные результаты диссертации

В диссертационной работе получены следующие результаты:

- в банаховом пространстве для квазилинейной дифференциальной игры с л.з.о., когда на управление игроков наложены геометрические ограничения, найдены достаточные условия, позволяющие обеспечить в.з.п.о.в. [18–А], [40–А];
- в банаховом пространстве найдено множество начальных положений, из которых в.з.п.о.в. в дифференциальных играх запаздывающего типа [5–А], [20–А], [38–А];
- в банаховом пространстве найдено множество начальных положений, из которых в.з.п. в дифференциальных играх нейтрального типа [2–А], [4–А], [8–А], [12–А], [19–А], [22–А], [31–А], [37–А];
- в гильбертовом пространстве найдено множество начальных положений, из которых в.з.п. в дифференциальных играх, когда на управление игроков наложены интегральные ограничения [3–А], [10–А], [13–А], [16–А], [26–А], [27–А], [28–А], [29–А], [35–А], [36–А], [39–А];
- в гильбертовом пространстве найдены достаточные условия о разрешимости з.у. в дифференциальных играх [17–А], [23–А];
- в банаховом пространстве доказаны теоремы о разрешимости з.п. и з.у. для нелинейной дифференциальной игры запаздывающего типа [9–А], [15–А];
- найдено множество начальных положений, из которых в.з.п. в дифференциальных играх дробного порядка, когда на управление игроков наложены геометрические или интегральные ограничения [21–А], [24–А], [30–А], [32–А], [34–А];
- доказаны теоремы о разрешимости з.п. в интегро-дифференциальных играх дробного порядка, когда на управления игроков наложены геометрические или интегральные ограничения [6–А], [11–А], [14–А], [33–А];
- доказаны теоремы о разрешимости з.п. в дифференциальных играх с несколькими дробными производными [7–А], [25–А].

Рекомендации по практическому использованию результатов

Результаты диссертации можно применить в теории дифференциальных игр, в теории управляемых процессов, протекающих в условиях конфликта и неопределенности, динамика которых описывается дифференциальными уравнениями с запаздывающими аргументами, нейтрального типа и с дробными производными, а также при решении игровых задач, движение которых можно моделировать как дифференциальные игры преследования и убегания в подходящих банаховых пространствах.

Результаты диссертации можно использовать при чтении спецкурсов и написании дипломных работ для магистрантов, аспирантов и студентов старших курсов математических, физических и экономических специальностей высших учебных заведений.

Работы автора по теме диссертации

Монографии:

[1-А] **Мухсинов Е.М.** Дифференциальные игры преследования и убегания [Текст] / Е.М. Мухсинов. – Худжанд: Технопарк при ТГУПБП, 2022. – 200 с.

Статьи, опубликованные в рецензируемых журналах, рекомендованных ВАК при Президенте Республики Таджикистан и ВАК при Министерстве образования и науки РФ:

[2-А] **Мухсинов Е.М.** Разрешимость задачи преследования для одной дифференциальной игры в банаховом пространстве [Текст] / Е.М. Мухсинов // Дифференц. уравнения. – 2023. – Т.59. – №1. – С. 142–146.

[3-А] **Мухсинов Е.М**. Об одной дифференциальной игре нейтрального типа с интегральными ограничениями в гильбертовом пространстве [Текст] / Е.М. Мухсинов // Уфимский математический журнал. – 2022. – Т.14. – №3. – С. 90–100.

[4-А] **Мухсинов Е.М.** О задаче преследования для квазилинейной дифференциальной игры нейтрального типа [Текст] / Е.М. Мухсинов // Дифференц. уравнения и процессы управления. – 2022. –№2. – С. 66–82.

[5-А] **Мухсинов Е.М**. К задаче преследования в квазилинейных дифференциальных играх запаздывающего типа [Текст] / Е.М. Мухсинов // Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 10. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. – 2022. – Т. 18. – Вып.3. – С. 328–336.

[6-А] **Мухсинов Е.М.** Задача преследования для одной интегро-дифференциальной игры в банаховом пространстве [Текст] / Е.М. Мухсинов // Вестник ТНУ. Серия естественных наук. – 2022. – №3. – С. 160–168.

[7-А] **Мухсинов Е.М.** Разрешимость задачи преследования для дифференциальной игры с несколькими дробными производными в банаховом пространстве [Текст] / Е.М. Мухсинов // Изв. НАН Таджикистана. Отделение физико-математических, химических, геологических и технических наук. – 2022. – №4 (189). – С. 56–65.

[8-А] **Мухсинов Е.М.** Разрешимость задачи преследования для одной дифференциальной игры нейтрального типа [Текст] / Е.М. Мухсинов // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – 2021. – №1 (31). – С. 108–117.

[9-А] **Мухсинов Е.М.** О задаче преследования в нелинейных дифференциальных играх с запаздывающим аргументом [Текст] / Е.М. Мухсинов // Доклады НАН Таджикистана. – 2021. – Т. 64. – №1–2. – С. 42–46.

[10-А] **Мухсинов Е.М.** Разрешимость задачи преследования для одной дифференциальной игры нейтрального типа с интегральными ограничениями [Текст] / Е.М. Мухсинов // Изв. НАН Таджикистана. Отделение физико-математических, химических, геологических и технических наук, – 2021. – №4 (185). – С. 14–24.

[11-А] **Мухсинов Е.М.** Разрешимость задачи преследования для одной интегро-дифференциальной игры с интегральными ограничениями [Текст] / Е.М. Мухсинов // Вестник ТНУ. Серия естественных наук – 2021. – №3. – С. 148–156.

[12-А] **Мухсинов Е.М.** Разрешимость одной дифференциальной игры преследования нейтрального типа [Текст] / Е.М. Мухсинов // Учёные записки. Серия: естественные и экономические науки. Издательство: Худжандский государственный университет им. акад. Б.Гафурова. – 2021. – №1(56). – С.16–21.

[13-А] **Мухсинов Е.М.** Разрешимость задачи преследования для линейной дифференциальной игры запаздывающего типа с интегральными ограничениями [Текст] / Е.М. Мухсинов // Учёные записки. Серия: естественные и экономические науки. Издательство: Худжандский государственный университет им. акад. Б.Гафурова. – 2021. – №1(56). – С. 12–15.

[14-А] **Мухсинов Е.М.** Об одной линейной интегро-дифференциальной игре в гильбертовом пространстве [Текст] / Е.М. Мухсинов // Учёные записки. Серия: естественные и экономические науки. Издательство: Худжандский государственный университет им. акад. Б.Гафурова. – 2021. – №3(58). – С.12–15.

[15-А] **Мухсинов Е.М.** Задача убегания в нелинейных дифференциальных играх с запаздывающим аргументом [Текст] / Е.М. Мухсинов // Вестник ТНУ. Серия естественных наук. –2020. – №4. – С. 74–78.

[16-А] **Мухсинов Е.М.** О дифференциальных играх преследования с интегральными ограничениями [Текст] / Е.М. Мухсинов // ДАН. Тадж. ССР. – 1985. –Т.28. – №8. – С. 431–434.

[17-А] **Мухсинов Е.М.** О дифференциальных играх убегания с интегральными ограничениями [Текст] / Е.М. Мухсинов // ДАН. Тадж. ССР. – 1985. –Т.28. –№5. –С. 258–261.

[18-А] **Мухсинов Е.М.** Об оптимальности времени преследования в дифференциальных играх [Текст] / Е.М. Мухсинов // Управляемые системы. – Выпуск 22. –Новосибирск – 1982. – С. 80–87.

Статьи, опубликованные в других изданиях:

[19-А] **Мухсинов Е.М.** Задача преследования для одной дифференциальной игры нейтрального типа в банаховом пространстве [Текст] / Е.М. Мухсинов // Материалы Международной научной конференции «Современные методы теории краевых задач». Понтрягинские чтения. Воронежская весенняя математическая школа. (3–9 мая 2023г.). – Воронеж, 2023. – С. 276–278.

[20-А] **Мухсинов Е.М.** Задача преследования для одной дифференциальной игры запаздывающего типа в банаховом пространстве [Текст] / Е.М. Мухсинов, М.Н. Муродова // Материалы Международной научно-практической конференции «XIII Ломоносовские чтения», посвященной 115-летию академика Б.Гафурова. (28–29 апреля 2023г.). – Душанбе, 2023. – С. 77–80.

[21-А] **Мухсинов Е.М.** О разрешимости задачи преследования для одной дифференциальной игры дробного порядка [Текст] / Е.М. Мухсинов // Сборник трудов Международной научной конференции «Современные методы прикладной математики, теории управления и компьютерных технологий» (13–16 декабря 2022г.). – Воронеж, 2022. – С. 48–49.

[22-А] **Мухсинов Е.М.** Оптимальность времени преследования для одной дифференциальной игры нейтрального типа [Текст] / Е.М. Мухсинов // Материалы международной научной конференции «Неклассические уравнения математической физики и их приложения» (6–8 октября 2022г.). - Ташкент, 2022. – С. 152–153.

[23-А] **Мухсинов Е.М.** О нелинейной дифференциальной игре убегания нейтрального типа в гильбертовом пространстве [Текст] / Е.М. Мухсинов // Материалы республиканской научно-практической конференции «Актуальные проблемы и перспективы развития естественных и точных наук» (28–29 октября 2022 г.). – Душанбе, 2022. – С.39–41.

[24-А] **Мухсинов Е.М.** Об одной дифференциальной игре дробного порядка в гильбертовом пространстве [Текст] / Е.М. Мухсинов // Материалы международной конференции «Современные проблемы математического анализа и теории функций» посвященной 70-летию академика НАН Таджикистана М.Ш. Шабозова (24–25 июня 2022г.). – Душанбе, 2022. – С. 272–274.

[25-А] **Мухсинов Е.М**. Разрешимость задачи преследования для дифференциальной игры с несколькими дробными производными [Текст] / Е.М. Мухсинов // Материалы международной конференции «Современные проблемы теории чисел и математического анализа» посвященной 80-летию со дня рождения доктора физико-математических наук, профессора Д. Исмоилова (29–30 апреля 2022г.). – Душанбе, 2022. – С. 137–140.

[26-А] **Мухсинов Е.М.** Разрешимость задачи преследования для одной линейной дифференциальной игры нейтрального типа [Текст] / Е.М. Мухсинов // Сборник трудов международной конференции по алгебре, анализу и геометрии (22–28 августа, 2021г.). – Казань, 2021. – С. 253–255.

[27-А] **Mukhsinov Y.M**. A Quasilinear Differential Game of Neutral Type with Integral Constraints in a Hilbert Space [Text] / Y.M. Mukhsinov // International Conference "Mathematical Physics, Dynamical Systems and Infinite-Dimensional Analysis" (June 30–July 9, 2021). – Russia, Moscow Region, Dolgoprudny, 2021. – P. 124.

[28-А] **Мухсинов Е.М.** Задача преследования для одной дифференциальной игры с интегральными ограничениями в гильбертовом пространстве [Текст] / Е.М. Мухсинов // International Scientific and Practical Conference. Scientific horizon in the context of social crises (11-12.04.2021). – Japan, Tokyo, 2021. – P. 560–564.

[29-А] **Мухсинов Е.М.** Разрешимость задачи преследования для одной квазилинейной дифференциальной игры нейтрального типа с интегральными ограничениями [Текст] / Е.М. Мухсинов // Материалы международной конференции «Нелокальные краевые задачи и родственные проблемы математической биологии, информатики и физики» (5–9 декабря 2021г.). Нальчик, 2021. – С. 149.

[30-А] **Мухсинов Е.М.** Задача преследования для одной дифференциальной игры дробного порядка с интегральными ограничениями [Текст] / Е.М. Мухсинов // Сборник трудов Всероссийской научной конференции «Современные методы прикладной математики, теории управления и компьютерных технологий» (14–16 декабря 2021г.). – Воронеж, 2021. – С. 109–111.

[31-А]. **Мухсинов Е.М.** Разрешимость задачи преследования для одной дифференциальной игры параболического типа [Текст] / Е.М. Мухсинов // Тезисы докладов республиканской научной конференции с участием зарубежных учёных «Сарымсаковские чтения» (16–18 сентября 2021г.). - Ташкент, 2021. – С. 110–111.

[32-А] **Мухсинов Е.М.** О разрешимости задачи преследования для квазилинейной дифференциальной игры дробного порядка в банаховом пространстве [Текст] / Е.М. Мухсинов // Сборник статей II международной научно-практической конференции на тему «О применении дифференциальных уравнений при решении прикладных задач» (4 ноября 2021г.). – Душанбе. 2021. – С. 103–106.

[33-А] **Мухсинов Е.М.** Задача преследования для одной интегро-дифференциальной игры с интегральными ограничениями [Текст] / Е.М. Мухсинов, М.Н. Муродова // Материалы международной конференции «Актуальные проблемы современной математики» посвящённой 80-летию профессора Т. Собирова (25–26 июня 2021г.). – Душанбе, 2021. – С. 165–167.

[34-А] **Мухсинов Е.М.** О разрешимости задачи преследования для дифференциальной игры дробного порядка в банаховом пространстве [Текст] / Е.М. Мухсинов // Материалы республиканской конференции «Современные проблемы прикладной математики и их роль в формировании технического мировоззрения общества» (29–30 октября 2021г.). – Худжанд, 2021. – С. 120–122.

[35-А] **Мухсинов Е.М.** Задача преследования для одной дифференциальной игры с распределенными параметрами [Текст] / Е.М. Мухсинов // Маводҳои конфронси илмӣ-амалии ҷумҳуриявӣ «Рушди илмҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ: роҳҳои татбиқи натиҷаҳои онҳо дар истеҳсолот» бахшида ба эълон шудани солҳои 2020–2040 Бистсолаи омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ қисми 1. (21-22 апрели 2021с.). – Хуҷанд, 2021. – С. 111–113.

[36-А] **Мухсинов Е.М.** О линейных дифференциальных играх преследования в гильбертовом пространстве [Текст] / Е.М. Мухсинов, М.Н. Муродова // Маводҳои конфронси илмӣ-амалии ҷумҳуриявӣ «Рушди илмҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ: роҳҳои татбиқи натиҷаҳои онҳо дар истеҳсолот» бахшида ба эълон шудани солҳои 2020-2040 Бистсолаи омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ. қисми 2 (21-22 апрели 2021с.). – Худжанд, 2021. – С. 125–128.

[37-А] **Мухсинов Е.М.** Задача преследования для дифференциальной игры нейтрального типа в гильбертовом пространстве / Е.М. Мухсинов // Материалы республиканской научно-практической конференции, посвященной 80-летию профессора Исмати М. и 20- летию развития естественных, точных и математических наук на тему «Современные проблемы теории дифференциальных уравнений с сингулярными коэффициентами» (26 сентября 2020г.). – Душанбе, 2020. – С. 131–134.

[38-А] **Мухсинов Е.М.** О разрешимости задачи преследования для одной дифференциальной игры запаздывающего типа [Текст] / Е.М. Мухсинов, М.Н. Муродова // Материалы международной конференции «Современные проблемы функционального анализа и дифференциальных уравнений» посвященной 70-летию со дня рождения академика НАН Таджикистана, д.ф.-м.н., профессора Бойматова К.Х. (25-26 декабря, 2020г.). – Душанбе, 2020. – С. 197–200.

[39-А] **Мухсинов Е.М.** Разрешимость задачи преследования в гильбертовом пространстве [Текст] / Е.М. Мухсинов, М.Н. Муродова // Маводи конференсияи илмии ҷумҳуриявии «Ташаккули самтҳои инноватсионии илмҳои дақиқ ва техникӣ дар замони муосир: муаммо ва дурнамои рушд» (19 ноябри 2015с.). – Хуҷанд, 2015. – С. 33–36.

[40-А] **Мухсинов Е.М.** О дифференциальных играх преследования и убегания [Текст] / Е.М. Мухсинов // Маводҳои конференсияи байналхалқии илмӣ «Проблемаҳои муосири математика ва таълимӣ он» (28–29 июни 2014с.). – Хуҷанд, 2014. – С. 319–320.

ДОНИШГОҲИ ДАВЛАТИИ ҲУҚУҚ, БИЗНЕС ВА СИЁСАТИ ТОҶИКИСТОН

ВБД 517.977

Бо ҳуқуқи дастнавис

МУХСИНОВ ЕДГОР МИРЗОЕВИЧ

ОИД БА ҲАЛШАВАНДАГИИ МАСЪАЛАҲОИ ТАЪҚИБКУНӢ ВА ГУРЕХТАН ДАР БОЗИҲОИ ДИФФЕРЕНСИАЛӢ

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т И

диссертатсия барои дарёфти дараҷаи илмии доктори илмҳои физикаю математика аз рӯйи ихтисоси 01.01.02 – Муодилаҳои дифференсиалӣ, системаҳои динамикӣ ва идоракунии оптималӣ

Хуҷанд – 2023

Диссертатсия дар кафедраи фанҳои риёзӣ ва табиатшиносии муосири Донишгоҳи давлатии ҳуқуқ, бизнес ва сиёсати Тоҷикистон иҷро шудааст

Мушовири илмӣ:	**Байзоев Саттор** доктори илмҳои физикаю математика, профессор, профессори кафедраи фанҳои риёзӣ ва табиатшиносии муосири Донишгоҳи давлатии ҳуқуқ, бизнес ва сиёсати Тоҷикистон
Муқарризони расмӣ:	**Югай Лев Павлович** доктори илмҳои физикаю математика, профессор, профессори кафедраи ҳуқуқи варзишӣ, фанҳои ҷамъиятӣ ва табиӣ-илмии Донишгоҳи давлатии тарбияи ҷисмонӣ ва варзиши Ӯзбекистон
	Каримов Олимҷон Худойбердиевич доктори илмҳои физикаю математика, дотсент, мудири шӯъбаи назарияи функсияҳо ва таҳлили функсионалии Институти математика ба номи А. Ҷӯраеви АМИ Тоҷикистон
	Шамсудинов Файзулло Мамадуллоевич доктори илмҳои физикаю математика, дотсент, профессори кафедраи таҳлили математикӣ ва муодилаҳои дифференсиалии Донишгоҳи давлатии Бохтар ба номи Н. Хусрав
Муассисаи пешбар:	**Донишгоҳи миллии Ӯзбекистон ба номи Мирзо Улугбек**

Ҳимоя санаи «11» октябри соли 2023 соати «14^{00}» дар ҷаласаи Шӯрои диссертатсионии 6D.KOA-011-и назди Донишгоҳи милии Тоҷикистон баргузор мегардад: 734027, ш. Душанбе, кӯчаи Буни Ҳисорак, факултети механикаю матемтика, бинои 17, синфхонаи 216. Бо диссертатсия дар Китобхонаи маркази Донишгоҳи миллии Тоҷикистон ва тавассути сомонаи http://www.tnu.tj шинос шудан мумкин аст.

Автореферат «___» «____________» соли 2023 ирсол карда шудааст.

Котиби илмии Шӯрои диссертатсионии 6D.KOA-011, доктори илмҳои физикаю математика, дотсент **И.Ҷ. Нуров**

МУҚАДДИМА

Мубрамии мавзуи таҳқиқот. Дар заминаи назарияи масъалаҳои экстремалӣ[1,2], назарияи бозиҳо[3], назарияи муодилаҳои дифференсиалӣ[4,5,6,7] ва назарияи идоракунии оптималӣ[8,9] назарияи бозиҳои дифференсиалӣ ба вуҷуд омадааст. Як силсила масъалаҳои гуногуни соҳаи ҳарбӣ, физика, биология, иқтисодиёт ва ғайра, ки дар шароити ихтилоф ё номуайянӣ рух медоданд, барои омӯзиши бозиҳои дифференсиалӣ таконе додааст. Аввалин корҳое, ки ба бозиҳои дифференсиалӣ бахшида шудаанд, дар ибтидои солҳои 50-уми асри XX ба математики амрикоӣ Р. Айзекс[10] тааллуқ доранд. Р. Айзекс барои ҳалли як қатор масъалаҳои амалӣ усули барномасозии динамикиро истифода бурдааст. Дар ибтидои солҳои 60-ум академикон Н.Н. Красовский[11] ва Л.С. Понтрягин[12,13,14] дар ин соҳа корҳои бунёдиро ба анҷом расонидаанд. Корҳои Н.Н. Красовский ва ҳамкорони ӯ асосан ба бозиҳои дифференсиалии мавқеӣ бахшида шудаанд. Н.Н. Красовский чунин роҳи ба расмият даровардани бозии дифференсиалиро пешниҳод намуд, ки кадоме ба ӯ имконияти таҳияи қоидаи ҳадафгирии экстремалиро фароҳам оварда, теоремаҳои бунёдиро дар бораи

---

[1] Васильев Ф.П. Методы решения экстремальных задач [Текст] / Ф.П. Васильев. – М.: Наука, 1981. – 400 с.

[2] Пшеничный Б.Н. Выпуклый анализ и экстремальные задачи [Текст] / Б.Н. Пшеничный. – М.: Наука, 1980. – 320 с.

[3] Нейман Д. Теория игр и экономическое поведение [Текст] / Д. Нейман, О. Моргенштерн. – М.: Наука, 1970. – 983 с.

[4] Беллман Р. Дифференциально–разностные уравнения [Текст] / Р. Беллман, К.Л. Кук. – М.: Мир, 1967. – 548 с.

[5] Крейн С.Г. Линейные дифференциальные уравнения в банаховом пространстве [Текст] / С.Г. Крейн –М.: Наука, 1967. - 464 с.

[6] Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения [Текст] / Л.С. Понтрягин. – М.: Наука, 1974. – 331 с.

[7] Хейл Дж. Теория функционально-дифференциальных уравнений [Текст] / Дж. Хейл. – М.: Мир, 1984. – 421 с.

[8] Понтрягин Л.С. Математическая теория оптимальных процессов [Текст] / Л.С. Понтрягин, В.Г. Болтянский, Р.В. Гамкрелидзе, Е.Ф. Мищенко. – М.: Наука, 1969. – 384 с.

[9] Лионс Ж.Л. Оптимальное управление системами, описываемыми уравнениями с частными производными [Текст] / Ж.Л Лионс – М.:Мир. 1972. – 416 с.

[10] Айзекс Р. Дифференциальные игры [Текст] / Р. Айзекс. – М.: Мир, 1967. -479 с.

[11] Красовский Н.Н. Позиционные дифференциальные игры [Текст] / Н.Н Красовский, А.И. Субботин. – М.: Наука, 1974. – 456 с.

[12] Понтрягин Л.С. Линейные дифференциальные игры преследования [Текст] / Л.С. Понтрягин // Мат. сб. – 1980. – Т. 112. – №154. – С. 307–331.

[13] Понтрягин Л.С. Линейная дифференциальная игра убегания [Текст] / Л.С. Понтрягин // Тр. МИАН. – 1971. – Т. 112. – С. 30–63.

[14] Понтрягин Л.С. К теории дифференциальных игр [Текст] / Л.С. Понтрягин // УМН. – 1966. – Т.21. – В. 4. – С. 219–274.

алтернативаҳо исбот намояд. Корҳои[15,16,17,18,19,20] ба бозиҳои мавқеӣ дар фазои охирченака бахшида шудаанд.

Дар корҳои Л.С. Понтрягин муносибати нисбатан аҷиб ба бозиҳои дифференсиалӣ мушоҳида мешавад. Мувофиқи усули ӯ, бозии дифференциалӣ аз назари таъқибкунанда ва аз назари гурезанда дар алоҳидагӣ баррасӣ карда мешавад. Дар баробари ин, дар вақти баррасии бозӣ аз назари таъқибкунанда ва аз назари гурезанда иттилоотҳои гуногун истифода бурда мешавад, ки ин ногузир масъаларо ба ду масъалаи гуногун ҷудо менамояд: масъалаи таъқибкунӣ (м.т.) ва масъалаи гурехтан(м.г.). Чуноне ки Л.С. Понтрягин[13] қайд менамояд, бо усули ба Р. Айзекс тааллуқдошта, ҳам дар м.т. ва ҳам дар м.г., иттилооти ягона дар бораи мавқеи $z(t)$ истифода бурда мешавад. Дар як замон, тахмин карда мешавад, ки идоракунии оптималии таъқибкунӣ $u = u(z)$ ва идоракунии оптималии гурехтан $v = v(z)$ мавҷуд аст. Ин усул масъаларо хеле хуб муайян менамояд. Вале маҳз ҳамин муайянӣ, ҳалли масъаларо душвор намуда, синфи масъалаҳои баррасишавандаро маҳдуд менамояд.

Барои бозиҳои дифференсиалии хаттӣ Л.С. Понтрягин дар кори худ[12] усулҳои якум ва дуюми ҳалли м.т. ва дар кори[13] якҷоя бо Е.Ф. Мишенко, шартҳои кифоягии ҳалшавандагии м.г.-ро исбот намудааст. Минбаъда натиҷаҳои асосии Л.С. Понтрягин ба синфҳои гуногуни бозиҳо паҳн карда шуданд. Масалан, М.С. Николский[21], А.В. Мезенсев[22], А.Я. Азимов[23], Б.Б. Рихсиев[24] ва Н. Мамадалиев[25] м.т.-ро дар фазои охирченака, дар ҳоле, ки ба идоракуниҳои бозингарҳо

---

[15] Бердышев Ю.И. Об одной задаче последовательного сближения нелинейной управляемой системы третьего порядка с группой движущихся точек [Текст] / Ю.И. Бердышев // ПММ. – 2002. – Т. 66. – № 5. – С. 742–752.

[16] Красовский Н.Н. Линейные дифференциально-разностные игры [Текст] / Н.Н. Красовский, Ю.С. Осипов // ДАН СССР. – 1971. – Т. 197. – С. 777–780.

[17] Кряжимский А.В. Аппроксимация линейных дифференциально разностных игр [Текст] / А.В. Кряжимский, В.И. Максимов // ПММ. – 1978. – Т. 42. – №2. – С. 202–209.

[18] Куржанский А.Б. Управление и наблюдение в условиях неопределенности [Текст] / Куржанский А.Б. – М.: Наука, 1977. – 390 с.

[19] Лукоянов Н.Ю. К теории позиционных дифференциальных игр для систем нейтрального типа [Текст] / Н.Ю. Лукоянов, А.Р. Пласкин // Тр.Ин-та мат-ки и механики УрО РАН. – 2019. – Т. 25. – №3. – С. 118–128.

[20] Субботин А.И. Оптимизация гарантии в задачах управления [Текст] / А.И. Субботин, А.Г. Ченцов. – М.: Наука, 1981. – 288 с.

[21] Никольский М.С. Прямой метод в линейных дифференциальных играх с интегральными ограничениями [Текст] / М.С. Никольский // Управляемые системы - Новосибирск. – 1969. – В.2. – С. 49–59.

[22] Мезенцев А.В. Дифференциальные игры с интегральными ограничениями на управления [Текст] / А.В. Мезенцев // – М.: МГУ. 1988. – 135 с.

[23] Азимов А.Я. Линейная дифференциальная игра убегания с интегральными ограничениями [Текст] / А.Я. Азимов // Ж. вычисл. мат. и мат. физ. – 1974. – Т.14. – №6. – С. 1427–1436.

[24] Рихсиев Б.Б. Об одной линейной задаче преследования многих лиц с интегральными ограничениями на управления игроков [Текст] / Б.Б. Рихсиев // Матем заметки. – 2001. – Т. 70. – №2. – С. 2011–2012.

[25] Мамадалиев Н. Об одной задаче преследования с интегральными ограничениями на управления игроков [Текст] / Н. Мамадалиев // Сиб. мат. ж.. – 2015. – Т. 56. – №1. – С. 129–148.

маҳдудиятҳои интегралӣ гузошта мешавад, ҳаллу фасл намудаанд. Дар кори[26] бошад шартҳои кифоягии оптималӣ будани вақти таъқибкунӣ дар бозии хаттӣ исбот карда шудааст. Натиҷаҳои хеле шавқовар аз тарафи Н. Сатимов ва шогирдони ӯ ба даст оварда шудааст. Корҳои[27,28,29,30] ба баъзе бозиҳои дифференсиалии таъқибкунӣ бахшида шуда, дар корҳои[31,32,33,34,35] бозиҳои хаттӣ ва ғайрихаттии гурехтани ду ва зиёда бозингарҳо таҳқиқ карда шудаанд. Л.А. Петросян[36] бошад, оиди ҳалшавандагии м.т., ба натиҷаҳои муҳим ноил гардидааст.

Дараҷаи таҳқиқи мавзуи илмӣ. Корҳои дар боло овардашуда асосан ба бозиҳои дифференсиалии охирченака бахшида шуда, динамикаи бозӣ бо муодилаи дифференсиалии одӣ тавсиф карда мешавад. Аммо дар амал аксар вақт ҷараёнҳои идорашавандаи ихтилофдошта дучор меоянд, ки онҳоро бо:

- муодилаҳои дифференсиалии дорои аргументҳои ақибмонда;
- муодилаҳои дифференсиалии навъи нейтралӣ;
- муодилаҳои дифференсиалии тартиби касрӣ;
- муодилахои интегралӣ-дифференсиалии тартиби касрӣ;
- муодилаҳои дифференсиалӣ бо ҳосилаҳои хусусӣ

тавсиф карда мешаванд. Амсилаи бисёре аз ин ҷараёнҳои идорашавандаро метавон ҳамчун бозиҳои дифференсиалӣ дар фазоҳои мувофиқи Банах таҳқиқ

---

[26] Гусятников П.Б. Об оптимальности времени преследования [Текст] / П.Б. Гусятников, М.С. Никольский // ДАН АН СССР. – 1969. – Т. 184. – №3. –С. 518–521.

[27] Азамов А.А. К первому прямому методу Понтрягина в задачах преследования [Текст] / А.А. Азамов // Матем. заметки. – 2011. – Т. 90. – В. 2. – С. 163–167.

[28] Сатимов Н. О задачах преследования и убегания в дифференциальных играх [Текст]: дисс. на соискание ученой степени д-ра ф.-м. наук: 01.01.02 / Сатимов Нуман. – Москва, 1977. – 260 с.

[29] Сатимов Н.Ю. К задаче преследования в линейных дифференциальных играх [Текст] / Н.Ю. Сатимов // Дифференц. уравнения. – 1973. – Т.9. – №11. – С. 2000–2009.

[30] Тухтасинов М.Т. Линейная дифференциальная игра преследования с импульсным управлением и линейным интегральным ограничением на управления игроков [Текст] / М.Т. Тухтасинов // Итоги науки и техн. Сер. Соврем. мат. и ее прил. – 2017. – В. 143. – С.24–39.

[31] Азамов А.А. О задаче убегания в двумерных дифференциальных играх [Текст] / А.А. Азамов // ДАН Уз.ССР. – 1974. – №8. – С. 3–5.

[32] Югай Л.П. Задача уклонения траекторий от разреженного терминального множества [Текст] / Л.П. Югай // ДАН России. – 2020. – Т. 495. – №1. – С. 107–111.

[33] Сатимов Н.Ю. О задачах избежания взаимных столкновений [Текст] / Н.Ю. Сатимов // ДАН Уз.ССР. – 1981. – № 2. – С. 3–5.

[34] Сатимов Н.Ю. Задача убегания для одного класса нелинейных дифференциальных игр [Текст] / Н.Ю. Сатимов // Дифференц. уравнения. – 1975. – Т. 11. – № 4. – С. 672–677.

[35] Сатимов Н.Ю. К задаче убегания для одного класса дифференциальных игр [Текст] / Н.Ю. Сатимов // – Изв. вузов. Матем. – 1975. – №9 (160). – С. 48–52.

[36] Петросян Л.А. Дифференциальные игры преследования [Текст] / Л.А. Петросян. – Л.: Изд-во Ленинградского ун-та, 1977. – 222 с.

кард. Маҳз ҳамин гуна муносибат ба омӯзиши бозиҳои дифференсиалӣ дар диссертатсияи мазкур қабул шудааст. Бояд қайд кард, ки ин гуна муносибатро бисёр олимон ҳам дар назарияи идоракунии оптималӣ[37] ва ҳам дар назарияи бозиҳои дифференсиалӣ[38,39] бомуваффақият истифода мебаранд.

Рисолаи мазкур ба бозиҳои дифференсиалии хаттӣ, квазихаттӣ ва ғайрихаттии таъқибкунӣ ва гурехтан дар фазои Банах бахшида шудааст, дар ҳоле, ки динамикаи бозӣ бо:

- муодилаи дифференсиалии оддӣ;
- муодилаи дифференсиалӣ бо аргументи ақибмонда;
- муодилаи дифференсиалии навъи нейтралӣ;
- муодилаи дифференсиалии тартиби касрӣ.

тавсиф карда мешавад. Дар баробари ин м.т. ва м.г. ба маънои Л.С. Понтрягин фаҳмида мешавад.

Қайд менамоем, ки дар корҳои[40,41,42] бозиҳои дифференсиалӣ дар ҳоле омӯхта мешавад, ки динамикаи бозӣ бо муодилаи дифференсиалӣ бо ҳосилаҳои хусусӣ тавсиф карда мешавад. Корҳои[16,43,44] ба бозиҳои дифференсиалии мавқеии охирченакаи навъи дорои аргументи ақибмонда ё нейтралӣ бахшида шудаанд. Асарҳои А. Фридман[39], Ю. Осипов[45], И.Ф. Вайсбурд[46] ва В.Я. Ҷаъфаров[47] бошад, ба бозиҳои дифференсиалии мавқеии беохирченака бахшида шудаанд. Дар назарияи бозиҳои дифференсиалии дорои аргументи ақибмонда, навъи нейтралӣ ё тартиби касрӣ, дар ҳоле, ки м.т. ва м.г. ба маънои Л.С.

---

[37] Балакришнан А.В. Прикладной функциональный анализ [Текст] / А.В. Балакришнан. – М.: Наука, 1980. – 384 с.

[38] Осипов Ю.С. К теории дифференциальных игр в системах с распределенными параметрами [Текст] / Ю.С. Осипов // ДАН СССР. – 1975. – Т. 223. – №6. – С. 1314–1317.

[39] Friedman A. Differential Games of Pursuit in Banach Space [Text] / A. Friedman // J. of Mathematical analysis and applications. – 1969. – Vol.25. – P. 93–113.

[40] Маматов М.Ш. К решению задачи преследования в управляемых распределенных системах высокого порядка [Текст] / М.Ш. Маматов, Х.Н. Алимов // Математические труды. – Новосибирск. – 2013. – Т.16. – №2. – С. 1–16.

[41] Маркин Е.А. О задаче преследования для одного класса дифференциальных игр, описываемых волновым уравнением [Текст] / Е.А. Маркин //- ВМУ. Сер. математика, механика. – 1977. – №4. – С. 70–77.

[42] Сатимов Н.Ю. Об уклонении от встречи в одном классе распределенных управляемых систем [Текст] / Н.Ю. Сатимов, М. Тухтасинов // Матем. заметки. – 2015. – №97:5. – С. 749–760.

[43] Куржанский А.Б. Дифференциальные игры в системах с запаздыванием [Текст] / А.Б. Куржанский // Дифференц.уравнения. – 1971. – №7. – С. 1398–1409.

[44] Лукоянов Н.Ю. Дифференциальные игры для систем нейтрального типа: аппроксимационная модель [Текст] / Н.Ю. Лукоянов, А.Р. Плаксин // Тр. МИАН. – 2015. – Т. 291. – С. 202–214.

[45] Осипов Ю.С. Аппроксимация в задачах позиционного управления параболическими системами [Текст] / Ю.С. Осипов, А.И. Короткий // ПММ. – 1978. – Т. 42. – №4. – С. 599–605.

[46] Вайсбурд И.Ф. Дифференциальная игра сближения систем с распределенными параметрами [Текст] / И.Ф. Вайсбурд, Ю.С. Осипов // ПММ. – 1975. – Т. 39. – №5. – С. 772–779.

[47] Джафаров В.Я. Об одной дифференциальной игре сближения в гильбертовом пространстве [Текст] / В.Я. Джафаров // Дифференц. уравнения. – 1980. – Т. 16. – №11. – С. 1956–1962.

Понтрягин фаҳмида мешавад, натичаҳо нисбатан камтар аст, зеро корҳои[48,49,50,51] ба бозиҳои охирченака ва корҳои[52,53,54,55] ба бозиҳои дифференсиалии беохирченака бахшида шудаанд .

Аз гуфтаҳои болоӣ бармеояд, ки бозиҳои дифференсиалии дорои аргументи ақибмонда, навъи нейтралӣ ё тартиби касрӣ дар ҳоле, ки м.т. ва м.г. ба маънои Л.С. Понтрягин фаҳмида мешавад ва динамикаи бозӣ дар фазоҳои беохирченака дода мешавад, муҳим буда, нисбатан кам таҳқиқ шудааст. Диссертатсияи мазкур ба чунин проблемаи муҳим бахшида шудааст. Бояд гуфт, ки довталаб соли 1982 бо роҳбарии профессор Н.Сатимов дар Шӯрои диссертатсионии К015.17.01-и Донишкадаи математикаи Академияи фанҳои РСС Узбекистон ба номи В.И. Романовский рисолаи номзадиашро дифоъ намудааст. Дар он бори аввал ҳалли м.т. ва м.г. барои бозиҳои дифференсиалӣ дар ҳоле омӯхта шудааст, ки динамикаи бозӣ бо муодилаи дифференсиалии одӣ дар фазои Банах тавсиф карда мешавад.

Робитаи кор бо барномаҳо (лоиҳаҳо), мавзуъҳои илмӣ. Кори диссертатсионӣ дар доираи амалишавии нақшаи илмӣ-таҳқиқотии кафедраи фанҳои риёзию табиатшиносии муосири ДДҲБСТ дар солҳои 2016-2020 дар мавзуи «Таҳқиқи муодилаҳои дифференсиалии навъҳои эллиптикӣ, гиперболӣ ва бозиҳои дифференсиалӣ дар фазоҳои махсуси функсионалӣ» ва дар солҳои 2021–2025 дар мавзӯи «Муодилаҳои дифференсиалӣ бо ҳосилаҳои хусусӣ: назария ва усулҳои таълим» иҷро гардидааст.

---

[48] Алимов Х.Н. О задаче преследования, описываемой дробными дифференциальными уравнениями [Текст] / Х.Н. Алимов, М.Ш. Маматов // Научный вестник СамГУ. Самарканд. – 2016. – №1. – С. 5–9.

[49] Барановская Л.В. Метод разрешающих функций для одного класса задач преследования [Текст] / Л.В. Барановская // Восточно-Европейский журнал передовых технологий: Математика и кибернетика - прикладные аспекты. – 2015. – 2/4 (74). – С. 4–8.

[50] Чикрий А.А. О линейных конфликтно управляемых процессах с дробными производными [Текст] / А.А. Чикрий, И.И. Матичин // Тр. Ин-та мат-ки и механики УрО РАН. – 2011. – Т. 17. – №2. – С. 256–270.

[51] Baranovska L.V. Pursuit differential-difference games with pure time-lag [Text] / L.V. Baranovska // Discrete and Continuous Dynamical Systems – Series B. – 2019. – Vol. 24 (3). – P. 1024–1031.

[52] Мухсинов Е.М. Задача преследования для дифференциальной игры с запаздывающим аргументом в бесконечномерном пространстве [Текст] / Е.М. Мухсинов, М.Н. Муродова // Вестник ТНУ. Серия естественных наук. – 2018. – №3. – С. 79–86.

[53] Мухсинов Е.М. Линейные дифференциальные игры преследования при наличии запаздываний в гильбертовом пространстве [Текст] / Е.М. Мухсинов, М.Н. Муродова // Вестник ТНУ. Серия естественных наук. – 2016. – №1/1 (192). – С. 233–236.

[54] Chikrii A.A. On a Differential Game in a System Described by a Functional Differential Equation [Text] / A.A. Chikrii, A.G. Rutkas, L.A. Vlasenko // Proceedings of the International Conference “Stability, Control, Differential Games” (SCDG2019). – 2020. – P. 63–73.

[55] Ja’afaru A.B. On some pursuit and evasion differential game problems for an infinite number of first-order differential equations [Text] / A.B. Ja`afaru, G.I. Ibragimov // J. of Applied Mathematics. – 2012. – P. 1–13.

ТАВСИФИ УМУМИИ ТАҲҚИҚОТ

Мақсади таҳқиқот. Мақсади асосии кори диссертатсионӣ минбаъд инкишоф додани назарияи бозиҳои дифференсиалии таъқибкунӣ ва гурехтан дар фазоҳои Банах, дар ҳоле, ки динамикаи бозӣ бо муодилаи дифференсиалии:

- дорои оператори хатии сарбаста (о.х.с.);
- навъи ақибмонда;
- навъи нейтралӣ;
- тартиби касрӣ

тавсиф мешавад.

Вазифаҳои таҳқиқот. Мувофиқи мақсади гузошташуда вазифаҳои зерин таъин мешаванд:

- барои бозиҳои дифференсиалии таъқибкунӣ дарёфти маҷмӯи нуқтаҳои ибтидоӣ, ки аз онҳо таъқибкунӣ имконпазир аст (т.и.а.);
- барои бозиҳои дифференсиалии таъқибкунӣ бо аргументи ақибмонда дарёфти шароите, ки анҷоми т.и.а.;
- барои бозиҳои дифференсиалии таъқибкунии навъи нейтралӣ дарёфти маҷмӯи нуқтаҳои ибтидоӣ, ки аз онҳо т.и.а;
- барои бозиҳои дифференсиалии таъқибкунии тартиби касрӣ дарёфти шароите, ки анҷоми т.и.а.;
- барои баъзе синфҳои бозиҳои дифференсиалӣ таҳқиқ намудани шароити оптималӣ будани вақти таъқибкунӣ;
- барои баъзе синфҳои бозиҳои дифференсиалӣ дарёфти шароитҳое, ки гурехтан имконпазир аст (г.и.а.);
- таҳқиқи мисолҳои бозиҳои дифференсиалии таъқибкунӣ ва гурехтан, ки динамикаи кадомеҳо бо муодилаҳои дифференсиалии навъи ақибмонда, навъи нейтралӣ ва тартиби касрӣ тавсиф карда мешавад.

Объекти таҳқиқот. Объектҳои асосии таҳқиқот бозиҳои дифференсиалӣ мебошанд, ки бо муодилаҳои дифференсиалии

- бо операторони сарбаста;
- бо аргументҳои ақибмонда;
- навъи нейтралӣ;
- тартиби касрӣ

тавсиф карда мешаванд.

Мавзуи таҳқиқот. Ҳалшавандагии м.т ва м.г. барои баъзе аз синфҳои бозиҳои дифференсиалӣ дар фазоҳои беохирченакаи Банах.

Усулҳои таҳқиқот. Дар кор усулҳои таҳлили функсионалӣ, назарияи инъкосҳои бисёрқиммата, назарияи муодилаҳои дифференсиалии дорои аргументҳои ақибмонда, навъи нейтралӣ, тартиби касрӣ ва назарияи бозиҳои дифференсиалии таъқибкунӣ ва гурехтан истифода шудааст.

Навгонии илмии таҳқиқот. Ҳамаи натиҷаҳои диссертатсия нав буда, аз инҳо иборатанд:

- дар фазои Банах барои бозии дифференсиалии квазихатӣ бо о.х.с., дар ҳоле, ки ба идоракунии бозингарон маҳдудиятҳои геометрӣ гузошта мешавад, шартҳо ёфта шудаанд, ки дар вақти оптималӣ т.и.а.;
- дар фазои Банах барои бозиҳои дифференсиалии навъи ақибмонда маҷмӯи мавқеъҳои ибтидоӣ ёфта шудааст, ки аз онҳо дар вақти оптималӣ т.и.а.;
- дар фазои Банах ҳалшавандагии м.т. барои бозиҳои дифференсиалӣ дар ҳоле исбот шудааст, ки динамикаи бозӣ бо муодилаи дифференсиалии навъи нейтралӣ тасвир карда мешавад;
- дар фазои ҳилбертӣ ҳалшавандагии м.т. барои бозиҳои дифференсиалӣ дар ҳоле исбот шудааст, ки ба идоракунии бозингарон маҳдудиятҳои интегралӣ гузошта шудаанд;
- дар фазои ҳилбертӣ ҳалшавандагии м.т. барои бозиҳои дифференсиалии хаттии навъи ақибмонда дар ҳоле исбот шудааст, ки ба идоракунии бозингарон маҳдудиятҳои интегралӣ гузошта шудаанд;
- дар фазои ҳилбертӣ барои бозиҳои дифференсиалии квазихаттии навъи нейтралӣ бо маҳдудиятҳои интегралӣ, маҷмӯи мавқеъҳои ибтидоӣ ёфта шудаанд, ки аз онҳо т.и.а.;
- дар фазои ҳилбертӣ барои ҳалшавандагии м.г. дар бозии дифференсиалии ғайрихаттии навъи нейтралӣ шартҳои кофӣ ёфта шудаанд;
- дар фазои Банах теоремаҳо оид ба ҳалшавандагии м.т. ва м.г. барои бозии дифференсиалии ғайрихаттии навъи ақибмонда исбот карда шудаанд;
- маҷмӯи мавқеъҳои ибтидоӣ ёфта шудаанд, ки аз кадомеҳо дар бозиҳои дифференсиалии тартиби касрӣ дар ҳоле, ки ба идоракунии бозингарон маҳдудиятҳои геометрӣ ё интегралӣ гузошта шудааст, т.и.а.;
- дар бозиҳои интегралӣ-дифференсиалии тартиби касрӣ, дар ҳоле, ки ба идоракунии бозингарон маҳдудиятҳои геометрӣ ё интегралӣ гузошта шудаанд, теоремаҳо оид ба ҳалшавандагии м.т. исбот карда шудаанд;
- оид ба ҳалшавандагии м.т. дар бозиҳои дифференсиалӣ бо якчанд ҳосилаҳои касрӣ теоремаҳо исбот карда шуданд.

Аҳамияти назариявӣ ва илмӣ-амалии таҳқиқот. Натиҷаҳои дар диссертатсия бадастомада характери назариявӣ дошта, дар назарияи бозиҳои дифференсиалии таъқибкунӣ ва гурехтан бо параметрҳои ҷамъшуда ва тақсимшуда, дар назарияи математикии равандҳои идорашавандае, ки дар шароити ихтилоф ва номуайянӣ ба амал меоянд, дар назария ва технологияи идоракунии автоматӣ барои системаҳои дорои аргументи ақибмонда, навъи нейтралӣ ва ҳосилаҳои касрӣ, инчунин дар ҳалли масъалаҳои амалӣ, ки метавон ҳамчун бозиҳои дифференсиалии таъқибкунӣ ва гурехтан дар фазоҳои мувофиқи Банах навишта мешаванд,татбиқшаванда аст. Муҳимияти кор аз он иборат аст, ки натиҷаҳои дар диссертатсия бадастомада нав буда, дар назарияи бозиҳои дифференсиалии таъқибкунӣ ва гурехтан дар фазоҳои беохирченакаи Банах самти навро мекушояд.

Нуктаҳои ба ҳимоя пешниҳодшаванда:

- тасдиқот дар бораи шартҳои басанда оид ба оптималӣ будани вақти таъқибкунӣ барои бозии дифференсиалии квазихатӣ бо о.х.с.;
- тасдиқот дар бораи шартҳои басанда оид ба анҷоми т.и.а. дар бозиҳои дифференсиалии навъи ақибмонда;
- тасдиқот дар бораи шартҳои басанда оид ба анҷоми т.и.а. дар бозиҳои дифференсиалии навъи нейтралӣ;
- тасдиқот дар бораи шартҳои басанда оид ба ҳалшавандагии м.т. барои бозиҳои дифференсиалии хаттӣ, дар ҳоле, ки ба идоракунии бозингарон маҳдудиятҳои интегралӣ гузошта мешавад;
- тасдиқот дар бораи шартҳои басанда оид ба ҳалшавандагии м.т. барои бозиҳои дифференсиалии навъи ақибмонда, дар ҳоле, ки ба идоракунии бозингарон маҳдудиятҳои интегралӣ гузошта мешаванд;
- тасдиқот дар бораи шартҳои басанда оид ба ҳалшавандагии м.т. барои бозиҳои дифференсиалии квазихатии навъи нейтралӣ бо маҳдудиятҳои интегралӣ ба идоракунии бозингарон;
- тасдиқот дар бораи шартҳои басанда оид ба ҳалшавандагии м.г. дар бозии дифференсиалии ғайрихаттии навъи нейтралӣ;
- тасдиқот дар бораи шартҳои басанда оид ба ҳалшавандагии м.г. дар бозии дифференсиалии навъи нейтралӣ бо маҷмӯи терминалии инвариантӣ;
- тасдиқот дар бораи шартҳои басанда оид ба ҳалшавандагии м.т. ва м.г. дар бозиҳои дифференсиалии ғайрихаттии навъи ақибмонда дар фазои Банах;
- тасдиқот дар бораи шартҳои басанда барои анҷоми т.и.а. дар бозиҳои дифференсиалии тартиби касрӣ, дар ҳоле, ки ба идоракунии бозингарон маҳдудиятҳои геометрӣ ё интегралӣ ҷорӣ карда мешаванд;
- тасдиқот дар бораи шартҳои басанда барои анҷоми т.и.а. дар бозиҳои интегралӣ-дифференсиалии тартиби касрӣ, дар ҳоле, ки ба идоракунии бозингарон маҳдудиятҳои геометрӣ ё интегралӣ ҷорӣ карда мешаванд;
- тасдиқот дар бораи шартҳои басанда барои анҷоми т.и.а. дар бозиҳои дифференсиалӣ бо якчанд ҳосилаҳои касрӣ дар фазои Банах;
- ҳосил кардани формулаи дарёфти вақти таъқибкунӣ ва интихоби идораи таъқибкунӣ;
- ҳосил кардани формула барои ҳисоб кардани масофа аз объекти идорашаванда то маҷмӯи терминалӣ ва интихоби идораи гурезанда.

Дараҷаи эътимоднокии натиҷаҳо. Эътимоднокии натиҷаҳо бо исботҳои далели математикии ҳамаи тасдиқотҳои дар диссертатсия овардашуда таъмин карда шуда, бо таҳқиқотҳои олимони дигар тасдиқ карда мешавад.

Мутобиқати диссертатсия ба шиносномаи ихтисоси илмӣ (формула ва соҳаи таҳқиқот). Кори диссертатсионӣ аз рӯи ихтисоси 01.01.02 – Муодилаҳои дифференсиалӣ, системаҳои динамикӣ ва идоракунии оптималӣ анҷом дода шудааст. Он ба ҷузъи ин ихтисос – идоракунии оптималӣ тааллуқ дорад ва ба формулаи ихтисос ва банди «Муодилаҳои дифференсиалӣ ва системаи муодилаҳои дифференсиалӣ дар масъалаҳои идоракунии оптималӣ ва ҳисобкунии вариатсионӣ»-и соҳаи таҳқиқот пурра мувофиқат мекунад.

Саҳми шахсии довталаби дарёфти дараҷаи илмӣ дар таҳқиқот. Ҳадафҳои таҳқиқот бо иштироки мушовири илмӣ, ки кӯмаки машваратӣ расонидааст, таҳия карда шудаанд. Ҳамаи натиҷаҳои диссертатсия, ки дар бахши «Навгонии илмии таҳқиқот» инъикос ёфтаанд, шахсан аз ҷониби муаллиф ба даст оварда шудааст. Дар мақолаҳои шариктаълиф [20-А], [33-А], [36-А], [38-А], [39-А] ҳаммуаллифон дар муҳокимаи натиҷаҳои бадастомада иштирок намуданд.

Тавсиб ва амалисозиии натиҷаҳои диссертатсия. Натиҷаҳои дар диссертатсия бадастовардаи муаллиф дар конференсияҳо ва семинарҳои зерин мавриди муҳокима ва баррасӣ қарор гирифтанд:

- конференсияи илмии байналхалқии «Методҳои муосири назарияи масъалаҳои канорӣ». Хонишҳои Понтрягин. Мактаби математикии баҳории Воронеж. (3–9 май 2023), Воронеж;
- конференсияи илмӣ-амалии байналхалқии «XIII-умин Хонишҳои Ломоносовӣ», бахшида ба 115-солагии академик Б.Гафуров. (28–29 апрел 2023), Душанбе;
- конференсияи илмии байналхалқии «Усулҳои муосири математикаи амалӣ, назарияи идоракунӣ ва технологияҳои компютерӣ» (13–16 декабри 2022), Воронеж;
- конференсияи илмии байналхалқии «Муодилаҳои ғайриклассикии физикаи математикӣ ва татбиқи онҳо (6–8 октябри 2022), Тошканд;
- конференсияи илмию амалии ҷумҳуриявии «Муаммоҳои муҳим ва дурнамои рушди илмҳои табиатшиносӣ ва дақиқ» (28–29 октябри 2022), Душанбе;
- конференсияи илмии байналхалқии «Муаммоҳои муосири таҳлили математикӣ ва назарияи функсияҳо» бахшида ба 70-солагии академики АМИ Тоҷикистон М.Ш. Шабозов (24-25 июни 2022), Душанбе;
- конференсияи илмии байналхалқии « Муаммоҳои муосири назарияи ададҳо ва таҳлили математикӣ» бахшида ба 80-солагии профессор Д.Исмоилов (29–30 апрели 2022), Душанбе;
- конференсияи илмии умумирусиягии «Усулҳои муосири математикаи амалӣ, назарияи идоракунӣ ва технологияҳои компютерӣ» (14–16 декабри 2021), Воронеж;
- конференсияи байналхалқии «Масъалаҳои ғайрилокалии сарҳадӣ ва муаммоҳои марбути биологияи математикӣ, информатика ва физика» (5–9 декабри 2021), Налчик;
- II конференсияи илмӣ-амалии байналхалқии «Оид ба истифодаи муодилаҳои дифференсиалӣ дар ҳалли масъалаҳои амалӣ» (4 ноябри 2021), Душанбе;
- конференсияи ҷумҳуриявии «Муаммоҳои муосири математикаи амалӣ ва нақши онҳо дар ташаккули ҷаҳонбинии техникии ҷомеа» (29–30 октябри

2021), Хуҷанд;

- конференсияи илмии ҷумҳуриявӣ бо иштироки олимони хориҷӣ «Хонишҳои Саримсоқов » (16–18 сентябри соли 2021), Тошканд;
- конференсияи байналхалқӣ оид ба алгебра, таҳлил ва геометрия (22–28 августи 2021), Қазон;
- конференсияи байналхалқии «Физикаи математикӣ, системаҳои динамикӣ ва таҳлили беохирченака (30 июн–9 июли 2021), Русия, вилояти Маскав, Долгопрудный;
- конференсияи байналхалқии «Муаммоҳои муҳими математикаи муосир», бахшида ба 80-солагии профессор Т.Собиров (25–26 июни 2021), Душанбе;
- конференсияи илмию амалии ҷумҳуриявӣ «Рушди илмҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ: роҳҳои татбиқи натиҷаҳои онҳо дар истеҳсолот» бахшида ба эълон шудани солҳои 2020–2040 Бистсолаи омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзи (21-22 апрели 2021), Хуҷанд;
- конференсияи илмию амалии байналхалқӣ. Уфуқи илмӣ дар заминаи бӯҳронҳои иҷтимоӣ (11-12 апрели 2021), Токио, Ҷопон;
- конференсияи байналхалқии «Муаммоҳои муосири таҳлили функсионалӣ ва муодилаҳои дифференсиалӣ», бахшида ба 70-солагии зодрӯзи академики АМИ Тоҷикистон, доктори илмҳои физикаю математика, профессор Қ.Х. Бойматов (25-26 декабри 2020), Душанбе;
- конференсияи илмию амалии ҷумҳуриявӣ «Муаммоҳои муосири назарияи муодилаҳои дифференсиалӣ бо коэффисиентҳои сингулярӣ», бахшида ба 80-солагии профессор М.Исматӣ ва 20-солагии рушди илмҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ (26.09.2020), Душанбе;
- конференсияи илмии ҷумҳуриявии «Ташаккули самтҳои инноватсионии илмхои дақиқ ва техникӣ дар замони муосир : муаммо ва дурнамои рушд» (19 ноябри 2015), Хуҷанд;
- конференсияи илмии байналхалқии «Муаммоҳои муосири математика ва таълими он», бахшида ба 20-солагии Конститутсияи Ҷумҳурии Тоҷикистон ва 60-солагии риёзидонҳо А.Мухсинов, А.Б. Нозимов, С. Байзаев, Д. Осимова, К. Тухлиев (28-29 июни 2014), Хуҷанд;
- конференсияи байналхалқии «Усулҳои математика дар таҳқиқотҳои амалиётӣ» (24–29 октябри 1987), София, Булғористон;
- конференсияҳои илмию амалии ДДҲБСТ (2014-2022), Хуҷанд;
- семинари илмии муштараки Донишгоҳи Миллии Тоҷикистон таҳти роҳбарии академик М. Илолов (2023), ш.Душанбе;
- семинарии илмии фосилавии Донишгоҳи давлатии Вологда таҳти роҳбарии д.и.ф.-м., профессор Э. Муҳамадиев (2023), ш.Вологда, Руссия;
- семинари илмии ДДҲБСТ таҳти роҳбарии д.и.ф.-м., профессор С. Байзоев (2017-2023с.), ш.Хуҷанд.

Баъзе аз натиҷаҳои диссертатсия, ҳангоми хондани курсҳои махсус ва навиштани рисолаҳо барои донишҷӯён ва бакалаврҳо, истифода бурда шудааст.

Интишорот аз рӯи мавзӯи диссертатсия. Натичаҳои асосии диссертатсия дар корҳои [1-М] - [40-М] чоп шудаанд. Корҳои [2-М] - [18-М] дар маҷаллаҳои аз рӯйхати маҷаллаҳои илмии тақризшаванда ва нашрияҳое, ки Комиссияи олии аттестатсионии назди Президенти Ҷумҳурии Тоҷикистон ва Комиссияи олии аттестатсионии Вазорати маориф ва илми Федератсияи Россия тавсия намудаанд, ба табъ расидаанд. Мақолаҳои [2-М] - [5-М] ба пойгоҳи реферативӣ ва библиографии байналхалқии Web of Science ва Scopus шомиланд.

Сохтор ва ҳаҷми диссертатсия. Кор аз муқаддима, тавсифи умумии таҳқиқот, панҷ боб, муҳокимаи натиҷаҳои бадастомада, хулосаҳо ва рӯйхати адабиётҳо (355 номгӯи асарҳо) иборат аст.

Дар диссертатсия рақамгузории сегонаи теоремаҳо, леммаҳо ва формулаҳо истифода шудааст. Дар он рақами якум боб, рақами дуюм банд ва рақами сеюм тартиби теорема, лемма ё формулаи банди додашударо нишон медиҳад. Ҳаҷми умумии рисола аз 306 саҳифа иборат аст.

Миннатдорӣ

Муаллиф аз мушовири илмиаш д.и.ф.-м., профессор Байзоев Саттор барои маслиҳатҳои пурарзиш ва таваҷҷуҳ ба кор изҳори сипос мекунад.

ҚИСМИ АСОСӢ

Дар автореферат рақамҳои формулаҳо, теоремаҳо, таърифҳо ва фарзияҳо бо рақамҳои дар диссертатсиябуда мувофиқат мекунанд.

Боби якуми (§§ 1.1–1.4) диссертатсия ба таҳлили адабиёт оид ба бозиҳои дифференсиалӣ, ба баъзе мафҳумҳо ва натиҷаҳои ёрирасон бахшида шудааст.

Дар банди аввал нуқтаҳои назари гуногун, аз назари математики амрикоӣ Р.Айзекс сар карда то назари академик Н.Н. Красовский, ба бозиҳои дифференсиалӣ оварда шудааст.

Дар банди дуюм нуқтаи назари академик Л.С. Понтрягин оварда шудааст.

Дар банди сеюм баъзе натиҷаҳои муҳим оид ба бозиҳои дифференсиалии таъқибкунӣ ва гурехтан, дар ҳоле, ки м.т. ва м.г. ба маънои Л.С. Понтрягин фаҳмида шуда, динамикаи бозӣ бо муодилаи дифференсиалии оддӣ, муодилаи дифференсиалии навъи ақибмонда, муодилаи дифференсиалии навъи нейтралӣ ё муодилаи дифференсиалии тартиби касрӣ навишта мешавад, оварда шудааст.

Дар банди чорум баъзе таърифҳо ва натиҷаҳои ёрирасон оварда шудаанд.

Боби дуюми (§§2.1–2.6) диссертатсия ба бозиҳои дифференсиалии хаттӣ ва квазихаттии таъқибкунӣ дар фазои Банах бахшида шудааст.

Дар банди аввал гузориши м.т. ва м.г. оварда шудааст.

Бигзор $X,\ Y,\ Z$ −фазоҳои Банах. Дар фазои X бозии дифференсиалиеро, ки бо муодилаи дифференсиалии

$$D^{\alpha}x(t) = F\big(t, x(t), x(t-h), D^{\alpha}x(t-h)\,, u(t), v(t)\big) \qquad (2.1.1)$$

ва маҷмӯи терминалии сарбастаи $M \subset X$, ки дар он бозӣ ба охир мерасад, навишта мешавад, баррасӣ мекунем. Дар бозии (2.1.1) $t \geq 0,\ x(t) \in X,\ h > 0$, $\mathrm{U}([0,\infty), Y)$ −маҷмӯи инъикосҳои ченшавандаи $[0,\infty)$ −ро ба Y инъикоскунанда, ки дар $[0,\infty)$ ченаки Лебег дида мешавад, $u(\cdot) \in U([0,\infty), Y)$ − идораи таъқибкунанда, $v(\cdot) \in U([0,\infty), Z)$ −идораи гурезанда ва D^{α} −ҳосилаи бутун ё касрии тартиби α аз функсияи $x(t)$. Дар оянда фарз мекунем, ки инъикоси $F: [0,\infty) \times D \times D \times D \times Y \times Z \to X, D \subset X$ чунин аст, ки барои ҳама гуна $u(\cdot) \in U([0,\infty), Y),\ v(\cdot) \in U([0,\infty), Z)$ ва мавқеъи ибтидоии $\varphi(\cdot)$ аз синфи функсияҳои $[-h, 0]$ − ро ба X инъикоскунанда, масъалаи Коши

$$\begin{cases} D^{\alpha}x(t) = F\big(t, x(t), x(t-h), D^{\alpha}x(t-h)\,, u(t), v(t)\big) \\ \qquad\qquad x(s) = \varphi(s), \quad -h \leq s \leq 0 \end{cases} \qquad (2.1.2)$$

дар синфи муайяни функсияҳо ҳалли ягона дорад. Қайд менамоем, ки дар банди чоруми боби аввал як қатор шартҳо оварда шудаанд, ки тибқи онҳо масъалаи Коши (2.1.2) дар синфи муайяни функсияҳо ҳал дорад.

Барои бозии дифференсиалии (2.1.1) таърифи зерини т.и.а. ба маънои Л.С. Понтрягин[12] -ро дида мебароем.

Таърифи 2.1.1. *Дар бозии (2.1.1) аз мавқеи ибтидоии $\varphi(\cdot)$ т.и.а., агар чунин адади $T = T(\varphi)$ мавҷуд бошад, ки барои дилхоҳ $v(\cdot) \in U([0,\infty), Z)$, дар ҳар лаҳзаи вақти $t \in [0, T]$ муодилаи (2.1.1) ва қиматҳои $x(s)$ ва $v(s), 0 \leq s \leq t$-ро* *дониста, қимати $u(t)-$ ро чунон интихоб намудан мумкин аст, ки $u(\cdot)\in U([0,\infty),Y)$ ва $x(T_1)\in M$ барои ягон қимати $T_1\in[0,T]$, дар куҷо $x(\cdot)$ ҳалли масъалаи Коши (2.1.2)-и ба идоракуниҳои $u(\cdot)$ ва $v(\cdot)$ мувофиқ. Дар ин ҳолат, адади $T=T(\varphi)$ вақти кафолатноки таъқибкунӣ номида мешавад.*

Барои бозии дифференсиалии (2.1.1) мо таърифи зерини оптималии вақти таъқибкуни[26] -ро дида мебароем.

Таърифи 2.1.2. *Адади $T_0=T_0(\varphi)$ вақти оптималии таъқибкунӣ номида мешавад, агар аввал аз мавқеи ибтидоии $\varphi(\cdot)$ дар вақти T_0 т.и.а. ва дуюм, барои ҳамаи $t\in[0,T)$ ва ҳама гуна идораи таъқибкунанда $u(\cdot)\in U([0,t],Y)$ чунин идораи гурезанда $v(\cdot)\in U([0,t],Z)$- ро интихоб намудан мумкин аст, ки барои ҳалли $x(\cdot)$ масъалаи (2.1.2) шарти $x(s)\,\bar{\in}\,M, 0\le s\le t$ иҷро шавад. Дар ин ҳолат, барои интихоби $v(t)$ истифодаи қиматҳои $x(s)$, $u(s), 0\le s\le t$, иҷозат дода мешавад.*

Масъалаи таъқибкунӣ. *Маҷмӯи мавқеъҳои ибтидоиро ёбед, ки аз онҳо дар бозии (2.1.1) ба маънои таърифи (2.1.1) т.и.а..*

Таърифи 2.1.3. *Дар бозии (2.1.1), аз мавқеи ибтидоии $\varphi(\cdot)$, $\varphi(0)\in X\backslash M$ г.и.а., агар барои дилхоҳ $u(\cdot)\in U([0,\infty),Y)$,* дар *ҳар лаҳзаи вақти $t\in[0,\infty)$ муодилаи (2.1.1) ва қиматҳои $u(s)$ ва $x(s)$, $0\le s\le t-$ ро дониста, қимати $v(t)-$ ро чунон интихоб намудан мумкин аст, ки $v(\cdot)\in U([0,\infty),Z)$ ва $x(t)\,\bar{\in}\,M$, ки дар он $x(\cdot)$ –ҳалли масъалаи (2.1.2)-и ба идоракуниҳои $u(\cdot)$ ва $v(\cdot)$ мувофиқ.*

Масъалаи гурехтан. *Маҷмӯи мавқеъҳои ибтидоиро ёбед, ки аз онҳо дар бозӣ (2.1.1) ба маънои таърифи 2.1.3 г.и.а..*

Дар банди дуюм, барои бозии дифференсиалии квазихатӣ бо о.х.с., м.т. ҳал карда мешавад. Оиди оптималӣ будани вақти таъқибкунӣ шартҳо оварда шудааст (теоремаи 2.2.1).

Дар фазои банахии X бозии дифференсиалии квазихатиро, ки бо муодилаи дифференсиалии

$$\dot{x}(t)=Ax(t)+f(u(t),v(t),t) \tag{2.2.1}$$

ва маҷмӯи терминалии сарбастаи $M\subset X$, ки дар он бозӣ ба охир мерасад, тавсиф шудааст, баррасӣ мекунем.

Дар бозии (2.2.1) $t\ge 0$, $x(t)\in X$, $u(\cdot)\in U([0,\infty),Y)$ –идоракунии таъқибкунанда, $v(\cdot)\in U([0,\infty),Z)-$ идоракунии гурезанда, Y ва $Z-$ фазоҳои Банах, инъикоси $f\colon Y\times Z\times[0,\infty)\to X$ шартҳои Каратеодорро қонеъ мегардонад, яъне ӯ нисбат ба $t\in[0,\infty)$ ченшаванда ва нисбат ба $(u,v)\in Y\times Z$ бефосила буда, чунин функсияи ченшавандаи $\eta\colon[0,\infty)\to[0,\infty)$ мавҷуд, ки барои тамоми $u\in Y, v\in Z, t\in[0,\infty)$ нобаробарии $\|f(u,v,t)\|\le\eta(t)$ иҷро мешавад. О.х.с. $A\colon D\to X$ дорои соҳаи дар X зич буда, нимгурӯҳи сахти бефосилаи (н.с.б.) $S(t)-$ ро ҳосил менамояд.

Минбаъд, мувофиқи гуфтаҳои А. Фридман[39] ва Ю.С. Осипов[38] барои дилхоҳ $u(\cdot)\in U([0,\infty),Y)$, $v(\cdot)\in U([0,\infty),Z)$, $x_o\in X$, $T\ge 0$ ҳалли масъалаи Коши

$$\dot{x}(t)=Ax(t)+f(u(t),v(t),t), x(0)=x_o, \tag{2.2.2}$$

дар порчаи $[0, T]$ гуфта, инъикоси $x(\cdot): [0, T] \to X -$ ро меномем, ки бо формулаи зерин

$$x(t) = S(t)x_o + \int_0^t S(t-\tau)f(u(\tau), v(\tau), \tau)d\tau, \qquad t \in [0, T], \qquad (2.2.3)$$

дода шуда, дар он интеграл тибқи Бохнер фаҳмида мешавад.

Теоремаи 2.2.1. *Бигзор шартҳои зерин иҷро шаванд*:

1) $X, Y -$*фазоҳои сепарабелии Банах ва маҷмӯи терминалии* M *барҷаста ва компактӣ нисбат ба топологияи* $\sigma(X, X^*)$*;*
2) *нуқтаи* ибтидоии $x_o \in X \backslash M$ *чунин аст, ки барои ягон* $T \geq 0$
$$S(T)x_o \in M - W_1(T), \qquad (2.2.4)$$
дар кадоме
$$W_1(t) = \int_0^t \bigcap_{v \in Z} S(t-\tau) f(Y, v, \tau)\, d\tau;$$
3) *инъикоси бисёрқиматаи* $t \to W_1(t), t \in [0, T]$ *нисбат ба топологияи* $\sigma(X, X^*)$ сарбаста буда, *барои ҳар як қимати* t *ғайрихолӣ ва барҷаста мебошад;*
4) *чунин инъикоси* $w: Y \to Z$ *мавҷуд, ки барои ҳамаи* $u \in Y, t \in [0, T], 0 \leq \tau \leq t$ *дохилшавии*
$$S(t-\tau)f(u, w(u), \tau) \in \bigcap_{v \in Z} S(t-\tau) f(Y, v, \tau)$$
ҷой дошта, барои ҳар яки $u(\cdot)$ *суперпозисияи* $w(u(\cdot))$*веншаванда аст.*

Он гоҳ аз нуқтаи ибтидоӣ x_o*, дар вақти оптималии* $T_0 = min\{T \geq 0:$ *барои онҳо (2.2.4) ҷой дорад\}*, *т.и.а..*

Бояд қайд намоем, ки теоремаи 2.2.1 натиҷаҳои мувофиқи Л.С. Понтрягин[12], П.Б. Гусятников ва М.С. Никольский[26] ва Е.М. Мухсинов[56,57] -ро ба фазоҳои беохирченака паҳн менамояд. Зиёда аз он, агар корҳои Л.С. Понтрягин ва П.Б. Гусятников, М.С. Никольский ба бозиҳои дифференсиалии хаттии охирченака бахшида шуда бошанд, корҳои Е.М. Мухсинов ба бозихои оддии дифференциалии беохирченака бахшида шудаанд. Ғайр аз ин, агар дар кори Л.С. Понтрягин, ҳангоми интихоби $u(t)$ дар ҳар лаҳзаи вақти t маълумот дар бораи $v(s)$ и $x(s)$, $t \leq s \leq t + \varepsilon$, $\varepsilon > 0$ истифода шавад, дар теоремаи 2.2.1 танҳо маълумот дар бораи $v(s)$ и $x(s)$, $0 \leq s \leq t$ истифода мешавад.

Дар банди сеюм мо маҷмӯи мавқеъҳои ибтидоиро ҳосил мекунем, ки аз онҳо

[56] Мухсинов Е.М. О дифференциальных играх преследования и убегания в банаховых пространствах [Текст] / Е.М. Мухсинов // дис. на соискание ученой степени к. ф.- м. наук: 01.01.02. Ташкент, 1982. – 111 с.

[57] Мухсинов Е.М. Дифференциальные игры преследования в банаховом пространстве [Текст] / Е.М. Мухсинов // ДАН Уз. ССР. – 1981. – Т. 6. – С. 7–9.

дар бозиҳои дифференсиалии навъи ақибмонда т.и.а. (теоремаҳои 2.3.1, 2.3.2).

Дар фазои ҳилбертии X бозии дифференсиалиеро баррасӣ мекунем, ки бо муодилаи навъи ақибмондаи

$$\frac{d}{dt}x(t) = Ax(t) + \int_{-h}^{0} d\eta\,(s)x(t+s) + f(u(t), v(t), t)\,, \qquad (2.3.1)$$

ва маҷмӯи терминалии сарбастаи M, ки дар он бозӣ ба охир мерасад, тавсиф шудааст.

Дар бозии (2.3.1) $x(t) \in X,\ \eta(\cdot)$ –ченаки Стилтес намуди

$$\eta(s) = -\sum_{r=1}^{m} \chi_{(-\infty,-h_r)}(s) \cdot A_r - \int_{s}^{0} A_0\,(\xi)d\xi, \qquad s \in [-h, 0],$$

дорад, ки дар он $0 < h_1 < h_2 < \cdots < h_m < h$, $\chi_{(-\infty,-h_r)}(\cdot)$ –функсияи характеристикии$(-\infty, -h_r)$, $A_r \in L(X, X), r = \overline{1, m}$, $A_0(\cdot) \in L_{p'}\big([-h, 0], L(X, X)\big)$, $\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = 1$ ва о.х.с. $A\colon D \to X$ дорои соҳаи дар X зич буда, н.с.б. $S(t)$ – ро ҳосил менамояд. Нимгурӯҳи $S(t)$ – ро истифода бурда, ҳалли бунёдии $\Phi(t)$ – ро сохта метавонем, ки барои он баробарии

$$\dot{\Phi}(t) = A\Phi(t) + \int_{-h}^{0} d\eta(\xi)\,\Phi(t+\xi) \qquad (2.3.2)$$

ва $\Phi(0) = I$ –оператори воҳидӣ, $\Phi(t) = 0$ дар вақти $t < 0$, ҷой дорад.

Дар оянда инъикоси $t \to f(u(t), v(t), t)$ локалӣ интегронидашаванда буда, барои ҳамаи $t > 0$, $u(\cdot) \in U([0, \infty), Y)$, $v(\cdot) \in U([0, \infty), Z)$, дар кадоме Y ва Z – фазоҳои ҳилбертӣ, ба сифати ҳалли масъалаи Коши

$$\frac{d}{dt}x(t) = Ax(t) + \int_{-h}^{0} d\eta\,(s)x(t+s) + f(u(t), v(t), t), \quad t \geq 0 \qquad (2.3.3)$$
$$x(s) = \varphi(s)\,, \qquad -h \leq s \leq 0$$

бо мавқеи ибтидоии $\varphi(\cdot) \in L_p([-h, 0], X)$ функсияи $x(\cdot)$ – ро қабул менамоем, ки бо формулаи

$$x(t) = \Phi(t)\varphi(0) + \int_{-h}^{0}\left(\int_{-h}^{s} \Phi(t-s+\xi)d\eta(\xi)\right)\varphi(s)ds +$$
$$+\int_{0}^{t} \Phi(t-s)f(u(s), v(s), s)ds, \qquad t \geq 0. \qquad (2.3.4)$$

дода мешавад.

Дар оянда M_0 – зерфазои сарбаста аз X, $M_0^{\perp}$ –пуркунандаи ортогоналӣ ба M_0 дар X, π –оператори проексияи ортогоналӣ аз X ба $M_0^{\perp}$, маҷмӯи терминали

$M = M_0 + M_1$, дар ин ҷо $M_1 \subset M_0^{\perp}$. Маълум аст, ки $x \in M$ танҳо дар ҳолати $\pi x \in M_1$ мешавад.

Теоремаи 2.3.1. *Бигзор шартҳои зерин иҷро шаванд:*

1) M_1 *–маҷмӯи компактӣ нисбат ба топологияи* $\sigma(X, X^*)$*;*
2) *инъикоси*

$$t \to \Omega(t) = \int_0^t \bigcap_{v \in Z} \pi \Phi(t-s) f(Y, v, s) ds, \quad t \in [0, T],$$

чунин аст, ки нисбат ба топологияи $\sigma(X, X^*)$ *секвенсиалӣ сарбаста буда, барои дилхоҳ* t *холӣ нест;*

3) *мавқеи ибтидоӣ* $\varphi(\cdot)$ *чунин аст, ки барои ягон қимати* $T \geq 0$

$$\pi\Phi(T)\varphi(0) + \int_{-h}^{0} \left(\int_{-h}^{s} \pi\Phi(T - s + \xi) d\eta(\xi) \right) \varphi(s) ds \in \mathrm{M}_1 - \Omega(T). \quad (2.3.5)$$

Он гоҳ аз мавқеи ибтидоӣ $\varphi(\cdot)$ *дар вақти кафолатноки* $T_1 = min\{T \geq 0$: *барои онҳо (2.3.5) ҷой дорад*$\}$, *т.и.а..*

Теоремаи зерин дар бораи оптималии вақти таъқибкунӣ дуруст аст.

Теоремаи 2.3.2. *Бигзор шартҳои 1) ва 3) аз теоремаи 2.3.1 ва шартҳои зерин иҷро шаванд:*

а) *маҷмӯи* M_1 *барҷаста буда, инъикоси* $t \to \Omega(t)$ *барҷастақиммата ва нисбат ба топологияи* $\sigma(X, X^*)$ *сарбаста аст;*

б) *чунин инъикоси* $\omega: Y \to Z$ *мавҷуд, ки барои ҳамаи* $u \in Y, t \in [0, T_1], 0 \leq \tau \leq t$ *дохилшавии*

$$\pi\Phi(t-s) f(u, \omega(u), s) ds \in \bigcap_{v \in Z} \pi\Phi(t-s) f(Y, v, s) \qquad (2.3.11)$$

ҷой дошта, барои ҳар яки $u(\cdot)$ *суперпозитсияи* $\omega\big(u(\cdot)\big)$ *ченшаванда аст.*

Он гоҳ аз мавқеи ибтидоӣ $\varphi(\cdot)$ *дар вақти оптималии* $T_1 = T(\varphi)$ *т.и.а..*

Теоремаҳои 2.3.1 ва 2.3.2 натиҷаҳои Н. Сатимов[29], Е.М. Мухсинов ва М.Н. Муродова[52] -ро ба синфи васеи бозиҳо паҳн менамояд. Ғайр аз ин, агар дар теоремаи 2.3.2 оптималии вақти таъқибкунӣ собит шуда бошад, пас муаллифони боло танҳо масъалаи сифатро ҳал мекунанд.

Дар банди чорум м.т. барои бозии дифференсиалии навъи нейтралӣ дар фазои Банах (теоремаҳои 2.4.1–2.4.8) ҳал карда мешавад.

М.т.-ро барои бозии дифференсиалии квазихаттӣ баррасӣ мекунем, ки бо муодилаи дифференсиалии навъи нейтралии

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{n} B_i \dot{x}(t - h_i) + Ax(t) + \sum_{i=1}^{n} A_i x(t - h_i) + f\big(t, u(t), v(t)\big) \qquad (2.4.20)$$

ва маҷмӯи терминалии сарбастаи М, ки дар он бозӣ ба охир мерасад, тавсиф шудааст.

Дар бозии (2.4.20) $t \geq 0$, $0 < h_1 < h_2 < \cdots < h_n = h$, $x(t) \in X$, $u(\cdot) \in U([0,\infty], Y)$ −идоракунии таъқибкунанда, $v(\cdot) \in U([0,\infty], Z)$ −идоракунии гурезанда, $A_i: X \to X$, $B_i: X \to X$ −операторҳои маҳдуди хаттӣ ва $A: D \to X$ − о. х. с. дорои соҳаи дар X зич буда, н.с.б. $S(t)$ − ро ҳосил менамояд. Ғайр аз он, операторҳои хаттии AB_i маҳдуданд. Нимгурӯҳи $S(t)$ − ро истифода бурда, ҳалли бунёдии $\Phi(t)$ − ро сохта метавонем, ки барои он баробариҳои

$$\dot{\Phi}(t) = \sum_{i=1}^{n} B_i \dot{\Phi}\,(t - h_i) + A\Phi(t) + \sum_{i=1}^{n} A_i \Phi(t - h_i), \qquad (2.4.21)$$

$\Phi(0) = I$ −оператори воҳидӣ, $\Phi(t) = 0$ барои $t < 0$ ҷой доранд.

Дар оянда инъикоси $t \to f(u(t), v(t), t)$ локали интегронидашаванда буда, барои ҳамаи $t > 0$, $u(\cdot) \in U([0,\infty), Y)$, $v(\cdot) \in U([0,\infty), Z)$, дар кадоме Y ва Z − фазоҳои Банах, ба сифати ҳалли масъалаи Коши (2.4.20) бо шарти ибтидоии

$$x(s) = \varphi(s), \quad -h \leq s \leq 0, \qquad (2.4.22)$$

ки $\varphi(\cdot)$ −дар он функсияи мутлақ бефосила аст, мо инъикоси $x(\cdot)$ − ро қабул мекунем, ки бо формулаи

$$x(t) = \left[\Phi(t) - \sum_{i=1}^{n} \Phi(t - h_i) B_i\right] \varphi(0) +$$

$$+ \sum_{i=1}^{n} \int_{-h_i}^{0} \Phi\,(t - \tau - h_i)[A_i \varphi(\tau) + B_i \dot{\varphi}(\tau)] d\tau +$$

$$+ \int_0^t \Phi(t - \tau) f(u(\tau), v(\tau), \tau) d\tau. \qquad (2.4.23)$$

дода мешавад.

Теоремаи 2.4.5 . *Бигзор шартҳои зерин иҷро шаванд:*

1) *маҷмӯи терминалии M компакт нисбат ба топологияи $\sigma(X, X^*)$;*

2) *мавқеи ибтидоии комилан бефосилаи $\varphi(s), -h \leq s \leq 0, \varphi(0) \in X \setminus M$ чунин аст, ки барои ягон қимати $T \geq 0$ дохилшавии*

$$\left[\Phi(T) - \sum_{i=1}^{n} \Phi(T - h_i) B_i\right] \varphi(0) +$$

$$+ \sum_{i=1}^{n} \int_{-h_i}^{0} \Phi\,(T - \tau - h_i)[A_i \varphi(\tau) + B_i \dot{\varphi}(\tau)] d\tau \in M - W_5(T), \qquad (2.4.24)$$

дар кадоме

$$W_5(t) = \int_0^t \bigcap_{v \in Z} \Phi(t - \tau) f(Y, v, \tau) d\tau,$$

ҷой дорад;

3) инъикоси $t \to W_5(t), t \in [0,T]$ *нисбат ба топологияи* $\sigma(X,X^*)$ *секвенсиалӣ сарбаста аст*;

Он гоҳ аз мавқеи ибтидоӣ $\varphi(\cdot)$ *дар вақти кафолатнокӣ* $T_o = min\{T \geq 0$: *барои онҳо (2.3.24) ҷой дорад*$\}$ *т.и.а..*

Теоремаи зерин дар бораи оптималӣ будани вақти таъқибкунӣ ҷой дорад.

Теоремаи 2.4.6. *Бигзор шартҳои 1)-2) аз теоремаи 2.4.5 ва шартҳои зерин иҷро шаванд:*

1) *маҷмӯи терминалии M барҷаста аст;*
2) *инъикоси* $t \to W_5(t)$, $t \in [0,T]$ *барҷаста ва нисбат ба топологияи* $\sigma(X,X^*)$ *сарбаста аст;*
3) *чунин инъикоси* $w: Y \to Z$ *мавҷуд, ки барои ҳамаи* $u \in Y, t \in [0,T], 0 \leq s \leq t$ *дохилшавии*

$$\Phi(t-s)f(u,w(u),s)ds \in \bigcap_{v \in Z} \Phi(t-s)f(Y,v,s)$$

ҷой дошта, барои ҳар яки $u(\cdot)$ *суперпозисияи* $w\big(u(\cdot)\big)$*ченшаванда аст.*

Он гоҳ аз мавқеи ибтидоӣ $\varphi(\cdot)$ *дар вақти оптималии* $T_o = min\{T \geq 0$: *барои онҳо (2.3.24) ҷой дорад*$\}$ *т.и.а..*

Теоремаи 2.4.7. *Бигзор шартҳои зерин иҷро шаванд:*

1) *мавқеи ибтидоии комилан бефосилаи* $\varphi(s), -h \leq s \leq 0, \varphi(0) \in X \backslash M$, *чунин аст, ки барои ягон қимати* $T \geq 0$ *дохилшавии зерин ҷой дорад:*

$$\left[\Phi(T) - \sum_{i=1}^{n} \Phi(T-h_i)B_i\right]\varphi(0) +$$
$$+\sum_{i=1}^{n}\int_{-h_i}^{0} \Phi\,(T-\tau-h_i)[A_i\varphi(\tau) + B_i\dot{\varphi}(\tau)]d\sigma \in W_6\big(T,\gamma(\cdot)\big), \qquad (2.4.30)$$

дар кадоме

$$W_6\big(T,\gamma(\cdot)\big) = \begin{cases} M, & T=0, \\ \bigcup\limits_{\gamma(\cdot)\in\Gamma(0,T)} \displaystyle\int_0^T \bigcap_{v\in Z} [\gamma(\tau)M - \Phi(T-\tau)f(Y,v,\tau)]d\tau, & T>0. \end{cases}$$

2) *маҷмӯи терминалии M барҷаста аст;*

3) *инъикоси* $t \to W_6(t)$, $t \in [0,T]$ *нисбат ба топологияи* $\sigma(X,X^*)$ *секвенсиалӣ сарбаста аст;*

4) *барои ҳама гуна* $v \in Z$ *инъикоси* $t \to \Phi(T-t)f(Y,v,t)$ *дар порчаи* $[0,T]$ *сарбастақимата аст.*

Он гоҳ аз мавқеи ибтидоӣ $\varphi(\cdot)$ *дар вақти кафолатнокӣ* $T_o = min\{T \geq 0$: *барои онҳо (2.4.30) ҷой дорад*$\}$ *т.и.а..*

Теоремаи зерин дар бораи оптималӣ будани вақти таъқибкунӣ ҷой дорад.

Теоремаи 2.4.8. Бигзор *шартҳои 1), 2), 4) аз теоремаи 2.4.7 ва шартҳои зерин иҷро шаванд:*

1) *инъикоси* $t \to W_6(t), t \in [0,T]$ *нисбат ба топологияи* $\sigma(X,X^*)$ *сарбаста аст;*
2) *барои ҳар як* $t \in [0,T]$ *маҷмӯи*
$$\int_0^t \bigcap_{v\in Z} \Phi(t-\tau)f(Y,v,\tau)d\tau)$$
ғайрихолӣ, барҷаста ва нисбат ба топологияи $\sigma(X,X^*)$ *сарбаста аст;*
3) *маҷмӯи терминалии* M *нисбат ба топологияи* $\sigma(X,X^*)$ *компакт аст;*
4) *чунин инъикоси* $w: Y \to Z$ *мавҷуд, ки барои ҳамаи* $u \in Y, t \in [0,T], 0 \le s \le t$ *дохилшавии*
$$\Phi(t-s)f(u,w(u),s)ds \in \bigcap_{v\in Z} \Phi(t-s)f(Y,v,s)$$
ҷой дошта, барои ҳар яки $u(\cdot)$ *суперпозисияи* $w\big(u(\cdot)\big)$*ченшаванда аст.*

Он гоҳ аз мавқеи ибтидоӣ $\varphi(\cdot)$ *дар вақти оптималии* $T_o = min\{T \ge 0:$ *барои онҳо (2.4.30) ҷой дорад}* *т.и.а..*

Дар ин ҷо бояд қайд кард, ки барои исботи теоремаҳои 2.4.1—2.4.8 аввалин усули Л.С. Понтрягин[12], лемма 1.4.3 дар бораи мавҷудияти селектори ченшаванда дар инъикоси ба таври ғайриошкор додашуда ва барои исботи оптималӣ будани вақти таъқибкунӣ теоремаи 1.4.1 оид ба ҷудошавии қатъӣ, истифода шудааст. Агар теоремаҳои 2.4.1 ва 2.4.2 баъзе натиҷаҳои Н. Сатимов[29] ва Е.М. Мухсинов[56] -ро ҷамъбаст намояд, теоремаҳои 2.4.3–2.4.8 натиҷаҳои мувофиқи Н. Сатимов[28,29], П.Б. Гусятников, М. Никольский[26], Е.М. Мухсинов ва М. Муродова[52]-ро, дар ҳоле, ки динамикаи бозӣ бо муодилаи дифференсиалии навъи нейтралӣ навишта мешавад, барои фазои Банах паҳн менамоянд.

Дар банди панҷум м.т. барои бозии навъи нейтралӣ дар фазои Ҳилберт ҳал карда мешавад (теоремаҳои 2.5.1, 2.5.2). Натиҷаҳои дар ин банд ба даст овардашуда, натиҷаҳои Е. Мухсинов ва М. Муродова[53]-ро, ки дар он м.т. барои бозии дифференсиалии бо аргументи ақибмонда баррасӣ мешавад, дар бар мегирад.

Дар банди шашум мисолҳо оид ба ҳалшавандагии м.т. таҳқиқ шудааст. Вақти таъқибкунӣ муайян карда шуда, барои ҳама гуна идоракунии гурезанда қонуни интихоби идоракунии таъқибкунанда нишон дода шудааст (мисолҳои 2.6.1–2.6.3).

Боби сеюми (§§3.1–3.4) диссертатсия ба бозиҳои дифференсиалии хаттӣ ва квазихаттӣ бо маҳдудиятҳои интегралӣ ба идоракунии бозингарон бахшида шудааст.

Дар банди аввал м.т. барои бозии дифференсиалии хаттӣ бо маҳдудиятҳои интегралӣ ҳал карда мешавад (теоремаҳои 3.1.1, 3.1.2).

Бигзор X, Y, Z $-$фазоҳои ҳилбертӣ, $M -$ зерфазои сарбастаи хаттии фазои X, $B: Y \to X$, $C: Z \to X -$операторҳои маҳдуди хаттӣ ва $A: D \to X -$ оператори хаттӣ ва сарбастаи дорои соҳаи дар X зич буда, нимгурӯҳи сахти бефосилаи $S(t) -$ ро ҳосил менамояд.

Бозии дифференсиалии хаттиро баррасӣ мекунем, ки бо муодилаи дифференсиалии зерин

$$\dot{x}(t) = Ax(t) - Bu(t) + Cv(t),$$

тавсиф шуда, ба $u(\cdot) \in U([0,\infty), Y) -$ идоракунии таъқибкунӣ ва $v(\cdot) \in U([0,\infty), Z)$ −идоракунии гурезанда маҳдудиятҳои интегралӣ гузошта шудааст:

$$\int_0^\infty \|u(t)\|^2\, dt \le \rho^2, \quad \int_0^\infty \|v(t)\|^2\, dt \le \sigma^2, \qquad (3.1.2)$$

ки дар он ρ, σ −ададҳои ғайриманфӣ. Ба сифати ҳалли масъалаи Коши

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) - Bu(t) + Cv(t) \\ x(0) = x_o \end{cases}$$

дар порчаи $[0, T]$ инъикоси $x(\cdot) -$ро мегирем, ки бо формулаи зерин дода мешавад:

$$x(t) = S(t)x_o + \int_0^t S(t-s)(Cv(s) - Bu(s))\, ds, \ \ t \in [0, T].$$

Теоремаи 3.1.1. *Фарз мекунем, ки:*

1) *функсияи ғайриманфӣ, қатъиян афзоянда ва бефосила дифференсиалшавандаи $J(t), t \ge 0$ чунин аст, ки $J(0) = 0$ ва $J(t) \ge t$;*
2) *оператори маҳдуди хаттии $L(t): Z \to Y$ аз t бефосила вобаста буда, баробарии зерин ҷой дорад:*
$$\pi S(J(t))C = \pi S(t)BL(t), t \ge 0\ ;$$
3) *нобаробарии $\alpha \ge \lambda(t)$, $t \ge 0$ ҷой дорад, ки дар кадоме*
$$\alpha^2 = \rho^2 - \int_0^{t_1} \|\bar{u}(s)\|^2 ds,$$
$\bar{u}$ −ягон идоракунии таъқибкунанда ва функсияи $\lambda(\cdot)$ бо формулаи зерин дода мешавад:
$$\lambda^2(t) = sup\left\{\int_0^t \left\|L(s)v\big(J(t) - J(s)\big)J'^{(s)}\right\|^2 ds : \int_0^{J(t)} \|v(s)\|^2 ds \le \sigma^2\right\}$$
ва ададҳои $t_1 \ge 0, \tau = \tau(x_o) \ge 0$ чунинанд, ки $J(\tau) = t_1 + \tau$;
4) *дохилшавии*
$$\pi S(t_1+\tau)x_o - \int_0^{t_1} \pi S(t_1+\tau-s)B\bar{u}\,(s)ds \in \Omega(\tau),$$
ҷой дорад,ки дар кадоме
$$\Omega(\tau) = \left\{\int_0^\tau \pi S(\tau-s)Bp(s)ds : \int_0^\tau \|p(s)\|^2 ds \le \big(\alpha - \lambda(\tau)\big)^2\right\}.$$

Он гоҳ аз нуқтаи ибтидоии $x_o \in X\backslash M$ дар вақти $t_1 + \tau$ т.и.а..

Қайд менамоем, ки теоремаҳои 3.1.1 ва 3.1.2 натиҷаҳои А.Я. Азимов[23] ва М. Никольский[21] -ро барои фазоҳои беохирченака паҳн менамояд. Дар ин маврид барои интихоби $u(t)$ танҳо маълумот дар бораи $v(s), 0 \le s \le t$ ва x_o истифода бурда мешавад.

Дар банди дуюм м.т. барои бозии дифференсиалии навъи ақибмонда бо маҳдудиятҳои интегралӣ ҳал карда мешавад (теоремаи 3.2.1).

Дар банди сеюм м.т. барои бозии навъи нейтралӣ бо маҳдудиятҳои интегралӣ ҳал карда мешавад (теоремаҳои 3.3.1–3.3.6).

Дар фазои ҳилбертии X барои бозии дифференсиалии квазихаттӣ, ки бо муодилаи навъи нейтралӣ (2.4.20) ва маҷмӯи терминалии $M,$ ки зерфазои сарбастаи фазои X аст, дода мешавад, м.т. баррасӣ мешавад. Дар бозии (2.4.20) $t \geq 0,\ x(t) \in X,\ 0 < h_1 < h_2 < \cdots < h_n = h,$ операторҳо $A_i: X \to X$ и $B_i: X \to X$ хаттӣ ва маҳдуд ва $A: D \to X -$ о.х.с. дорои соҳаи дар X зич буда, н.с.б. $S(t) -$ ро ҳосил менамояд. Ғайр аз он, операторҳои хаттии AB_i маҳдуд буда, идоракуниҳои $u(\cdot) \in U([0,\infty), Y)$ ва $\vartheta(\cdot) \in U([0,\infty), Z)$ маҳдудиятҳои интегралии (3.1.2)-ро қонеъ мекунанд.Нимгурӯҳи $S(t) -$ ро истифода бурда, ҳалли бунёдии $\Phi(t) -$ ро сохта метавонем, ки барои кадоме баробарии (2.4.21) ҷой дорад.

Дар оянда фарз мекунем, ки инъикоси интегронидашавандаи $t \to f(u(t), v(t), t)$ чунон аст, ки барои ҳар гуна идоракуниҳои имконпазирии $u(\cdot), \vartheta(\cdot)$ ва мавқеи ибтидоии $\varphi(\cdot)$ аз синфи инъикосҳои мутлақ бефосилаи порчаи $[-h, 0] -$ ро ба X инъикоскунанда, масъалаи Коши (2.4.20) бо шарти ибтидоии (2.4.22) ҳалли намуди (2.4.23)-ро дорад.

Ғайр аз ин, $M^{\perp} -$пуркунандаи ортогоналии M дар $X,\ \pi -$оператори ортогоналӣ аз X ба $M^{\perp}$.

Дар теоремаи 3.3.4 фарз мекунем, $f(u(t), v(t), t) = -Cu(t) + Dv(t), C: Y \to X$ ва $D: Z \to X -$операторҳои хаттии маҳдуд.

Теоремаи 3.3.4. *Фарз мекунем, ки :*

1) *чунин оператори маҳдуди хаттии аз* $t \geq 0$ *бефосила вобастаи* $L(t): Z \to Y$*мавҷуд, ки* $\pi\Phi(t)D = \pi\Phi(t)CL$;
2) *агар*
$$\lambda^2(t) = sup\left\{\int_0^t \|L(s)v(t-s)\|^2 ds : \int_0^t \|v(s)\|^2 ds \leq \sigma^2\right\},$$
он гоҳ барои ҳамаи $t \geq 0$ *нобаробарии зерин ҷой дорад* $\rho \geq \lambda(t)$;
3) *мавқеи ибтидоии* φ *ва адади* $T = T(\varphi)$ *чунинанд, ки дохилшавии зерин ҷой дорад:*
$$\left[\pi\Phi(T) - \sum_{i=1}^{n} \pi\Phi(T - h_i)B_i\right]\varphi(0) +$$
$$+\sum_{i=1}^{n} \int_{-h_i}^{0} \pi\Phi(T - s - h_i)[A_i\varphi(s) + B_i\dot{\varphi}(s)]ds$$
$$\in \left\{\int_0^T \pi\Phi(T-s)Cp(s)ds : \int_0^T \|p(s)\|^2 ds \leq \left(\rho - \lambda(T)\right)^2\right\}.$$

Он гоҳ дар бозии (2.4.20) аз мавқеи ибтидоии $\varphi(s), -h \leq s \leq 0$ *дар вақти* $T = T(\varphi)$ *т.и.а..*

Теоремаи зерин ҳалшавандагии м.т.-ро барои бозии дифференсиалии квазихатии (2.4.20) таъмин мекунад.

Теоремаи 3.3.6 . *Фарз мекунем, ки:*

1) *чунин оператори маҳдуди хаттии аз* $t \geq 0$ *бефосила вобастаи* $L(t): Z \to Y$ *ва инъикоси локалии интегронидашавандаи* $g: Y \to X$ *мавҷуд, ки барои ҳамаи* $T \geq 0,\ t \in [0, T]$ *баробарии зерин ҷой дорад:*
$\pi\Phi(T-t)g\big(u(t) - L(T-t)v(t)\big) = -\pi\Phi(T-t)f(u(t), v(t), t);$

2) *нобаробарии* $\rho \geq \lambda(t),\ t \geq 0$ *ҷой дорад, ки дар кадоме*

$$\lambda^2(t) = sup\left\{\int_0^t \|L(s)v(t-s)\|^2 ds : \int_0^t \|v(s)\|^2 ds \leq \sigma^2\right\};$$

3) мавқеи ибтидоии φ *ва ададӣ* $T = T(\varphi)$ *чунинанд, ки дохилшавии зерин ҷой дорад:*

$$\left[\pi\Phi(T) - \sum_{i=1}^{n} \pi\Phi(T-h_i)B_i\right]\varphi(0) + \sum_{i=1}^{n}\int_{-h_i}^{0} \pi\Phi(T-s-h_i)[A_i\varphi(s) + B_i\dot{\varphi}(s)\,]ds \in \left\{\int_0^T \pi\Phi(T-s)g\big(p(s)\big)ds : \int_0^T \|p(s)\|^2 ds \leq \big(\rho - \lambda(t)\big)^2\right\}.$$

Он гоҳ дар бозии (2.4.20) аз мавқеи ибтидоии $\varphi(s), -h \leq s \leq 0$ *дар вақти* $T = T(\varphi)$ т.и.а..

Дар теоремаҳои 3.3.1–3.3.6, аз усули ба усули аввалини Понтрягин монанд ва дар теоремаҳои 3.3.2, 3.3.3 аз ғояи дароз намудани вақти $J(t)-$ ро истифода бурда, маҷмӯи мавқеъҳои ибтидоӣ тасвир шудааст, ки аз онҳо т.и.а.. Дар ин ҳолат, идоракунии таъқибкунӣ мувофиқи формулаи зерин интихоб карда мешавад:

$$u(t) = \begin{cases} \bar{u}(t), & t \in [0, \tau), \\ p(t-\tau) + L(\tau + T - t)\cdot\vartheta\big(J(T) - J(\tau + T - t)\big) \times \\ \qquad \times J'(\tau + T - t), t \in [\tau, \tau + T], \\ 0\,, & t > \tau + T, \end{cases}$$

дар кадоме барои интихоби $u(t)$ маълумот дар бораи $\vartheta(s),\ 0 \leq s \leq t$ ва $\varphi(0)$ истифода мешавад. Натиҷаҳои дар ин банд ба даст овардашуда, ҷамъбасти натиҷаҳои охирченакаи А.Я. Азимов[23], М.С. Никольский[21] ва Н. Мамадалиев[25] мебошанд.

Дар банди чорум мисолҳо оид ба ҳалшавандагии м.т. таҳқиқ шудаанд. Вақти таъқибкунӣ ёфта шуда, қонуни интихоби идоракунии таъқибкунанда нишон дода шудааст (мисолҳои 3.4.1, 3.4.2).

Боби чоруми (§§ 4.1–4.5) диссертация ба бозиҳои ғайрихаттии дифференсиалии таъқибкунӣ ва гурехтан бахшида шудааст.

Дар банди аввал, м.г. дар бозии ғайрихаттии дифференсиалии навъи нейтралӣ, дар ҳоле, ки маҷмӯи терминалии M нисбат ба нимгурӯҳи $S(t)$ инвариатнок аст, ҳал карда шудааст(теорема 4.1.1).

Натиҷаҳои бадастомада натиҷаҳои мувофиқи[35,58] -ро ҷамъбаст менамояд. Агар дар кори Н.Сатимов[35] бозии дифференсиалӣ дар фазои охирченака баррасӣ шуда бошад, дар кори Е.М. Мухсинов ва М.Н. Муродова[58] бозии дифференсиалӣ дар фазои ҳилбертӣ бо муодилаи навъи ақибмонда тасвир шудааст.

Дар фазои ҳилбертии X бозии дифференсиалиро баррасӣ мекунем, ки бо муодилаи ғайрихаттии навъи нейтралии

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + f(\dot{x}(t-h), x(t-h), u(t), v(t), t) \qquad (4.1.1)$$

ва маҷмӯи терминалии M, ки зерфазои сарбастаи фазои X аст, тавсиф шудааст. Дар бозии (4.1.1) $t \geq 0$, $h > 0$, $x(t) \in X$ ва $A: D \to X -$ о.х.с. дорои соҳаи дар X зич буда, н.с.б. $S(t) -$ ро ҳосил менамояд ва кадоме оператори баръакси $S^{-1}(t)$ дорад. Ғайр аз он, инъикоси локалӣ интегронидашавандаи $t \to f(\dot{x}(t-h), x(t-h), u(t), v(t), t)$ чунин аст, ки барои ҳама гуна инъикосҳои имконпазири $u(\cdot)$ва $v(\cdot)$ ва мавқеи ибтидоии $\varphi(\cdot)$ аз синфи функсияҳои мутлақ бефосилаи аз $[-h, 0]$ ба X амалкунанда, масъалаи Коши (4.1.1) бо шарти ибтидоии $x(s) = \varphi(s)$, $-h \leq s \leq 0$ ҳалли бефосилаи зерин дорад:

$$x(t) = S(t)\varphi(0) + \int_0^t S(t-s)\, f\,(\dot{x}(s-h), x(s-h), u(s), v(s), s)ds \quad (4.1.2)$$

Барои бозии дифференсиалӣ (4.1.1) масъалаи гурехтан баррасӣ мешавад. Бигзор $\{h_i\}_{i=1}^{\infty} -$базиси ортонормалии ҳисобшаванда дар X, $\langle x, y\rangle -$ ҳосили зарби скалярӣ, маҷмӯи терминали M нисбат ба $S(t)$ инвариантӣ аст, яъне $S(t)M = M$ ва маҷмӯи

$$W(h_i, t) = \bigcap_{u \in Y} \{\langle h_i, S^{-1}(t) f(\dot{x}(t-h), x(t-h), u, v, t)\rangle : v \in Z\}.$$

холӣ нест. Пас тасдиқоти зерин дуруст аст.

Теоремаи 4.1.1. *Фарз мекунем, ки:*

1) *маҷмӯи* M *ба пардаи хаттии сарбастаи маҷмӯи* $\{h_i, i \geq n\}$, $n \geq 2$ *баробар аст*;
2) *чунин адади* $\tau > 0$, *функсияи суммиронидашавандаи ғайриманфии* $\omega(t)$ *ва адади натуралии* $i \in \{1,2,\ldots,n-1\}$ *вуҷуд доранд, ки барои ҳамаи* $t \in [0, \tau]$ *дохилшавии* $\pm\omega(t) \in W(h_i, t)$ *ҷой дорад.*

Он гоҳ дар бозии (4.1.1) аз ҳама гуна мавқеи ибтидоии $\varphi(s), -h \leq s \leq 0$, $\varphi(0) \in X \backslash M$ *г.и.а.*.

Дар банди дуюм м.г. дар бозии дифференсиалии ғайрихаттии навъи нейтралӣ (теоремаи 4.2.1) ҳал карда мешавад.

Дар фазои ҳилбертии X бозии дифференсиалиро меомӯзем, ки бо муодилаи дифференсиалии ғайрихаттии навъи нейтралии

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + f(u, v) + \mu g(\dot{x}(t-h), x(t-h), u, v) \qquad (4.2.1)$$

---

[58] Мухсинов Е.М. Задача убегания для одной дифференциальной игры с запаздывающим аргументом при инвариантности терминального множества [Текст] / Е.М. Мухсинов, М.Н. Муродова // Вестник ТНУ. Серия естественных наук. – 2019. – №1. – С. 90–93.

ва маҷмӯи терминалии M, ки зермаҷмӯи сарбастаи хаттии фазои X аст, тавсиф шудааст. Дар оянда $t \geq 0$, $\mu \epsilon (-\infty, \infty)$, $h > 0$, $x(t) \in X$, оператори $A: X \to X$ хаттӣ ва маҳдуд, инъикоси $f: Y \times Z \to X$ бефосила ва адади $к > 0$ вуҷуд дорад, ки $\|f(u,v)\| \leq к$ барои ҳамаи $(u,v) \in Y \times Z$, инъикоси $g: X \times X \times Y \times Z \to X$ бефосила ва адади $c > 0$ мавчуд, ки $\|g(\dot{x}, x, u, v)\| \leq c$ барои ҳамаи $(\dot{x}, x, u, v) \in X \times X \times Y \times Z$ ва масъалаи Коши (4.2.1) бо шарти ибтидоии $x(s) = \varphi(s), -h \leq s \leq 0$, дар кадоме $\varphi(\cdot)$ −инъикоси комилан бефосила, ҳалли намуди зерин дорад:

$$x(t) = e^{tA}\varphi(0) +$$
$$+\int_0^t e^{(t-s)A}\,[f\,(u(s), v(s)) + \mu g(\dot{x}(s-h)x(s-h), u(s), v(s)]ds \quad (4.2.2)$$

Бигзор $M^{\perp}$ −пурракунандаи ортогоналии M дар X, π −оператори проексиякунии ортогоналӣ аз X ба Ҏ, ки дар ин ҷо Ҏ − зерфазоии дученакаи хаттии фазои $M^{\perp}$, $\pi x = p = (p_1^1, p_1^2) \in$ Ҏ нисбат ба ягон базаи (l_1, l_2) фазои Ҏ ва ададҳои мусбате, ки танҳо аз бозии (4.2.1) вобаста буда, аз нуқтаи оғози бозӣ ва аз рафти он вобаста нестанд, доимиҳо номида мешаванд .

Барои бозии (4.2.1) м.г.-ро баррасӣ мекунем.

Теоремаи 4.2.1 . *Бигзор зерфазои дученакаи* Ҏ $\subset$ $M^{\perp}$ *ва адади натуралии* k *чунин бошанд, ки:*

1) *ҳар яке аз маҷмӯъҳои* $\pi A^i[f(Y,Z) + g(X,X,Y,Z)]_i$, $i = 0,1,\ldots,k-2$, *нуқта аст;*
2) *маҷмӯи*

$$W = \bigcap_{u \in Y} \pi A^{k-1} f(u, Z)$$

нисбат ба Ҏ *нуқтаи дохилӣ дорад.*

Он гоҳ чунин адади μ_1 *мавҷуд аст, ки барои ҳамаи* μ, $|\mu| \leq \mu_1$ *дар бозии (4.2.1) аз ҳама гуна мавқеи аввалаи* $\varphi(0) \in X \backslash M$ *г.и.а.. Дар ин ҳолат, идоракунии гурехтанро тавре интихоб намудан мумкин аст, ки барои масофаҳои* $\xi(t)$ *ва* $\eta(t)$ *аз нуқтаи* $x(t)$ *мувофиқан то фазоҳои* M *ва* $M^{\perp}$ *баҳои зерин ҷой дорад:*

$$\xi(t) > \begin{cases} c_1\varepsilon^k(\eta(t)+1)^{-k} & \text{при } \xi(0) > \varepsilon, t \in [0,\infty), \\ c_1\xi^k(0)(\eta(t)+1)^{-k} & \text{при } \xi(0) \leq \varepsilon, t \in [0,\theta], \\ c_1\varepsilon^k(\eta(t)+1)^{-k} & \text{при } \xi(0) \leq \varepsilon, t \in [\theta,\infty), \end{cases} \quad (4.2.3)$$

дар кадоме c_1, μ_1, θ *−ададҳои доимӣ.*

Натиҷаи ин теорема натиҷаҳои Л. Понтрягин[13], Е.Ф. Мищенко, Н Сатимов[59] ва Н. Сатимов[34] -ро барои фазои Ҳилберт паҳн менамояд.

Дар банди сеюм, бо истифода аз назарияи нобаробариҳои дифференсиалӣ, м.г. барои бозии дифференсиалии ғайрихаттӣ бо аргументи ақибмонда дар фазои Банах ҳал шудааст (теоремаи 4.3.1).

Дар банди чорум, бо истифода аз назарияи нобаробариҳои дифференсиалӣ,

[59] Мищенко Е.Ф. Задача об уклонении от встречи в дифференциальных играх с нелинейными управлениями [Текст] / Е.Ф. Мищенко, Н. Сатимов // Дифференц. уравнения. – 1973. – Т. 9. – №10. – С. 1792–1797.

м.т. барои бозии дифференсиалии ғайрихаттӣ бо аргументи ақибмонда дар фазои Банах ҳал шудааст (теоремаи 4.4.1).

Бигзор X, Y, Z —фазои Банах, $h \geq 0$ —адади додашуда ва бозии дифференсиалӣ бо муодилаи дифференсиалии бо аргументи ақибмондаи

$$\dot{x}(t) = f(x_t, u(t), v(t), t) \qquad (4.4.1)$$

ва маҷмӯи терминалии сарбастаи $M \subset X$, ки дар он бозӣ ба охир мерасад, тавсиф шавад.

Дар бозии дифференсиалии (4.4.1), $t \geq 0$, $x(t) \in X$. Агар $T \geq 0$, $x(\cdot) \in C([-h, T], X)$ бошад, он гоҳ барои ҳар як $t \in [0, T]$ функсияи $x_t \in C([-h, 0], X)$ – ро аз рӯи муносибати зерин муайян мекунем: $x_t(\theta) = x(t + \theta)$, $-h \leq \theta \leq 0$. Агар D —зермаҷмӯи кушоди $X \times Y \times Z \times [0, \infty)$ бошад, инъикоси $f: D \to X$ чунин аст, ки барои ҳамаи $u(\cdot) \in U([0, \infty), Y)$, $v(\cdot) \in U([0, \infty), Z)$, $\varphi(\cdot) \in C([-h, 0], X)$, $T \geq 0$, масъалаи Коши (4.4.1) бо мавқеи ибтидоии

$$x(s) = \varphi(s), -h \leq s \leq 0 \qquad (4.4.2)$$

ҳалли ягонаи мутлақ бефосилаи зерин дорад:

$$x(t) = \varphi(0) + \int_0^t f(x_s, u(s), v(s), s)ds,$$

$$t \geq 0, x(s) = \varphi(s), -h \leq s \leq 0 . \qquad (4.4.3)$$

Агар инъикоси $f: D \to X$ шартҳои Каратеодорро қонеъ кунад , он гоҳ масъалаи Коши ҳалли ягонаи мутлақ бефосилаи (4.4.3) дорад.

Таъриф 4.4.1. *Ҳалли максималии масъалаи Коши*

$$\begin{cases} \xi'(t) = \lambda(\xi(t), t), \\ \quad \xi(0) = \xi_0, \end{cases} \qquad (4.4.4)$$

гуфта, чунин ҳалли $\xi = \bar{\xi}(\cdot)$*-ро меномем, ки агар* $\xi = \xi(t)$ *—дилхоҳ ҳалли масъалаи (4.4.4) бошад, он гоҳ* $\bar{\xi}(t) \geq \xi(t)$ *барои ҳамаи* t *аз фосилаи умумии мавҷудияти ин ҳалҳо мебошад. Дар ин ҷо, функсияи скалярии* $(\xi, t) \to \lambda(\xi, t)$ *бефосила нисбат ба* $\xi \in (-\infty, \infty)$ *ва ченшаванда нисбат ба* $t \in [0, \infty)$ *аст.*

Фарзияи 4.4.1. *Бигзор шартҳои зерин иҷро шаванд:*

1) X, Y *—фазоҳои сепарабелии Банах;*
2) *инъикоси* $f: D \to X$ *шарти Каратеодорро қонеъ мекунад;*
3) *маҷмӯи терминалӣ дорои намуди* $M = \{x \in X: V(x) \leq 0\}$ буда, $V: X \to (-\infty, \infty)$ *ба таври локалӣ шарти Липшитсро қонеъ мекунад;*
4) *барои ҳалли максималии* $\bar{\xi}(\cdot)$ *масъалаи Коши (4.4.4) бо шарти ибтидоии* $\xi(0) = V(\varphi(0)) > 0$ *адади* $T = T(\varphi) = min\{t \geq 0: \bar{\xi}(t) = 0\}$ *вуҷуд дорад.*

.

Агар $V: X \to (-\infty, \infty)$ва барои ҳамаи $x, z \in X$

$$V_+'(x; z) = \underset{h \to 0+}{\underline{lim}} [V(x + hz) - V(x)] \cdot h^{-1}$$

пас тасдиқоти зерин дуруст аст.

Теоремаи 4.4.1. *Фарз мекунем, ки фарзияи 4.4.1 ва шартҳои зерин ҷой доранд:*

1) *маҷмӯи* $Y(x, v, t) = \{u \in Y: V_+'(x; f(x_t, u, v, t)) \leq \lambda(V(x), t)\}$ *сарбаста ва инъикоси* $(x, v, t) \to Y(x, v, t)$ *ченшаванда аст;*

2) *маҷмӯи* $\Omega = \{\varphi(0): \varphi \in C([-h,0], X)$ *ва* $V(\varphi(0)) > 0\}$ *холӣ нест;*
3) *чунин инъикоси мутлақ бефосилаи* $x(\cdot): [0,T] \to X$ *вуҷуд дорад, ки* $x(0) = \varphi(0)$ *ва қариб барои ҳамаи* $t \in [0,T]$ *дохилшавии дифференсиалии*

$$\dot{x}(t) \epsilon \bigcap_{v \in Z} f(x_t, Y(x(t), v, t), v, t) \tag{4.4.5}$$

ҷой дорад.

Он гоҳ аз ҳар як нуқтаи маҷмӯи Ω *дар вақти кафолатноки* $T = T(\varphi)$ т. и. а..

Дар банди панҷум, мо мисолҳои ҳалшавандагии м.г.-ро меомӯзем, ки динамикаи бозӣ бо муодилаи интегро-дифференсиалӣ тавсиф мешавад (мисолҳои 4.5.1,4.5.2).

Боби панҷуми (§§ 5.1–5.7) диссертатсия ба бозиҳои дифференсиалии беохирченакаи тартиби касрӣ бахшида шудааст, дар ҳоле, ки ба идоракунии бозингарон маҳдудиятҳои геометрӣ ё интегралӣ ҷорӣ карда мешаванд .

Дар банди аввал мо м.т.-ро барои бозии дифференсиалии квазихаттии тартиби касрии α, $m-1 < \alpha < m$, $m = 1,2,\ldots$, дар ҳоле ҳал менамоем, ки ба идоракунии бозингарон маҳдудиятҳои интегралӣ ҷорӣ шуда бошад (теоремаҳои 5.1.1, 5.1.2).

Дар фазои ҳилбертии X бозии дифференсиалии квазихаттии тартиби касрии $\alpha, m-1 < \alpha < m$, $m = 1,2,\ldots,$ –и зеринро

$$D^{\alpha} x(t) = Ax(t) + f(u(t), v(t), t), \tag{5.1.1}$$

баррасӣ мекунем, дар кадоме $x(t) \in X$, $t \geq 0$, $A -$ оператори хаттӣ ва маҳдуд, Y ва $Z -$фазоҳои ҳилбертӣ, инъикоси $f(\cdot,\cdot,\cdot): Y \times Z \times [0,\infty) \to X$ шартҳои Каратеодорро қонеъ мекунад, $D^{\alpha} -$ҳосилаи тартиби касрии Капуто аз $x(t)$, яъне $D^{\alpha} x(t) = \frac{1}{\Gamma(m-\alpha)} \int_0^t (t-s)^{m-1-\alpha} x^{(m)}(s) ds$, $\alpha > 0, m = [\alpha] + 1$ ва идоракунии бозингарон ба маҳдудиятҳои интегралӣ (3.1.2) тобеъ мебошанд. Барои бозии (5.1.1) шартҳои ибтидоӣ бо баробарии

$$\left. \frac{d^i}{dt^i} x(t) \right|_{t=0+} = x_i^0, i = 0,1,\ldots,m-1, \tag{5.1.3}$$

дода шуда, маҷмӯи терминалӣ, ки бозӣ дар он ба охир мерасад, бо зерфазои хаттии сарбастаи $M \subset X$ дода мешавад. Ғайр аз ин, мо фарз мекунем, ки инъикоси локалӣ интегронидашавандаи $t \to f(u(t), v(t), t)$ чунин аст, ки барои ҳама гуна идоракуниҳои имконпазири $u(\cdot)$, $v(\cdot)$ масъалаи (5.1.1) бо шартҳои ибтидоии (5.1.3) ҳалли намуди зерин дорад[50]:

$$x(t) = \sum_{i=0}^{m-1} t^i E_{1/\alpha}(At^{\alpha}; i+1) x_i^0$$

$$+ \int_0^t (t-s)^{\alpha-1} E_{1/\alpha}(A(t-s)^{\alpha}; \alpha) f(u(s), v(s), s) ds, \tag{5.1.4}$$

дар кадоме

$$E_{1/\alpha}(At^{\alpha};\beta)=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(At^{\alpha})^{k}}{\Gamma(k\alpha+\beta)}$$
функсияи умумикардашудаи Миттаг - Леффлер аст .

Барои бозии дифференсиалии (5.1.1) бо мавқеи ибтидоии $x^0=(x_0^0,x_1^0,\dots,x_{m-1}^0)$ ҳалшавандагии м.т.-ро баррасӣ мекунем.

Теоремаи 5.1.1. *Фарз мекунем, ки:*

1) $f(u(t),v(t),t)=-Cu(t)+Dv(t),$ *дар кадоме* $C:Y\to X$ *ва* $D:Z\to X$ *—операторҳои хаттӣ ва маҳдуданд*;
2) *чунин оператори хаттӣ ва маҳдуди аз* $s\geq 0$ *бефосила вобастаи* $L(s):Z\to Y$ *мавҷуд аст, ки* $\pi(t-s)^{\alpha-1}E_{1/\alpha}(A(t-s))^{\alpha};\alpha)CL(t-s)=\pi(t-s)^{\alpha-1}E_{1/\alpha}(A(t-s)^{\alpha};\alpha)D$;
3) *агар*
$$\lambda^2(t)=sup\left\{\int_0^t\|L(s)v(t-s)\|^2ds:\int_0^t\|v(s)\|^2ds\leq\sigma^2\right\}$$
бошад, пас барои ҳамаи $t\geq 0$ *нобаробарии* $\rho\geq\lambda(t)$ *ҷой дорад;*
4) *мавқеи ибтидоии* x^0*ва адади* $T=T(x^0)$ *чунинад, ки дохилшавии зерин ҷой дорад:*
$$\pi\sum_{i=0}^{m-1}T^i\,E_{1/\alpha}(AT^{\alpha};i+1)x_i^0$$
$$\in\left\{\int_0^T\pi(T-s)^{\alpha-1}E_{1/\alpha}(A(T-s)^{\alpha};\alpha)Cp(s)ds:\int_0^T\|p(s)\|^2ds\leq\big(\rho-\lambda(T)\big)^2\right\}.$$

Он гоҳ дар бозии (5.1.1) *аз мавқеи ибтидоии* x^0 *дар давоми вақти* T*т.и.а.*

Дар ҳоле, ки бозӣ (5.1.1) квазихаттӣ аст, теоремаи 5.1.2 тасдиқоти теоремаи 5.1.1-ро дарбар мегирад. Дар теоремаҳои 5.1.1 ва 5.1.2 идоракунии мувофиқи $u(\cdot)$ бо формулаи зерин интихоб карда мешавад:
$$u(t)=\begin{cases}p(t)+L(T-t)\vartheta(t), & 0\leq t\leq T,\\ 0, & t>T.\end{cases}$$
Дар банди дуюм, м.т. дар ҳоле ҳал карда мешавад, ки бозӣ бо муодилаи дифференсиалии тартиби касрӣ бо о.х.с. тавсиф кардашуда, ба идоракунии бозингарон маҳдудиятҳои интегралӣ (3.1.2) гузошта мешавад (теоремаҳои 5.2.1–5.2.4).

Дар фазои ҳилбертии X бозии дифференсиалиеро баррасӣ мекунем, ки бо муодилаи дифференсиалии тартиби касрӣ (5.1.1) ва маҷмӯи терминалии $M,$ ки зерфазои сарбастаи фазои X мебошад, тавсиф карда шудааст.

Дар бозии (5.1.1) $t\geq 0,\ x(t)\in X,\ D^{\alpha}x(t)$ —ҳосилаи касрии Капутои тартиби $\alpha, 1\leq\alpha<2,\ A:D\to X-$ о.х.с. дорои соҳаи дар X зич буда, н.с.б. $S_{\alpha}(t)-$ ро ҳосил менамояд. Минбаъд Yва Z —фазоҳои Ҳилберт.

Таърифи 5.2.1[60] *О.х.с.* $A: D \to X$ *оператори намуди* (N, θ, α, μ) *номида мешавад, агар чунин ададҳои* $0 < \theta < \pi/2$, $N > 0$, $\mu \in R$ *вуҷуд дошта бошанд, ки оператори* A *берун аз сектори* $\mu + S_\theta = \{\mu + \lambda^\alpha : \lambda \in C, |Arg(-\lambda^\alpha)| < \theta\}$ *дорои* α*-резолвентаи* $R(\lambda^\alpha, A) = (\lambda^\alpha I - A)^{-1}$*буда, нобаробарии зерин ҷой дошта бошад:*

$$\|(\lambda^\alpha I - A)^{-1}\| \leq \frac{N}{|\lambda^\alpha - \mu|}, \qquad \lambda^\alpha \bar{\in} \mu + S_\theta.$$

Чунон ки дар[60] қайд карда шудааст, агар A оператори намуди (N, θ, α, μ) бошад, он гоҳ $\alpha -$ резолвентаи зерин ҷой дорад:

$$S_\alpha(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_c e^{\lambda t} R(\lambda^\alpha,\ A) d\lambda,$$

дар он $c -$ контуре, ки бароу кадоме $\lambda \in c$ ва $\lambda^\alpha \bar{\in}\ \mu + S_\theta$ аст.

Дар асоси[60], агар о.х.с. A навъи (N, θ, α, μ) буда, инъикоси $t \to f(u(t), v(t), t)$ локалӣ интегронидашаванда бошад, пас ба сифати ҳалли масъалаи Коши (5.1.1) бо шарти ибтидоии

$$x(0) = x_0, \qquad x'(0) = x_1 \tag{5.2.3}$$

ва идоракуниҳои мувофиқи $u(t)$ ва $v(t)$ инъикоси намуди зерин гирифта мешавад:

$$x(t) = K_\alpha(t) x_1 + L_\alpha(t) x_0 + \int_0^t S_\alpha(t-s) f(u(s), v(s), s) ds, \tag{5.2.4}$$

дар кадоме

$$K_\alpha(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_c e^{\lambda t}\, \lambda^{\alpha-2} R(\lambda^\alpha, A) d\lambda, \qquad L_\alpha(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_c e^{\lambda t}\, \lambda^{\alpha-1} R(\lambda^\alpha, A) d\lambda$$

ва интеграл ба маънои Бохнер фаҳмида мешавад.

Дар теоремаи 5.2.1 мо фарз мекунем, ки $f(u(t), v(t), t) = -Cu(t) + Dv(t)$, операторҳои $C: Y \to X$ ва $D: Z \to X$ —маҳдуд ва хаттӣ мебошанд.

Теоремаи 5.2.1. *Фарз мекунем, ки:*

1) *чунин оператори маҳдуди хаттии* $L(t): Z \to Y$ *вуҷуд дорад, ки нисбат ба* $t \geq 0$ *бефосила буда, баробарии зерин ҷой дорад:*
$$\pi S_\alpha(t) D = \pi S_\alpha(t) C L;$$
2) *агар*
$$\lambda^2(t) = sup \left\{ \int_0^t \|L(s) v(t-s)\|^2 ds : \int_0^t \|v(s)\|^2 ds \leq \sigma^2 \right\}$$
бошад, он гоҳ барои ҳамаи $t \geq 0$ *нобаробарии* $\rho \geq \lambda(t)$ *ҷой дорад;*
3) *нуқтаи ибтидоии* (x_0, x_1) *ва адади* T *чунин, ки дохилшавии зерин ҷой*

---

[60] Xiao-Bao Shu. The existence and uniqueness of mild solutions for fractional differential equations with nonlocal conditions of order 1<α<2 [Text] / Xiao-Bao Shu, Qianqian Wang // Computers and Mathematics with Applications. – 2012. – Vol. 64. – P. 2100–2110.

дорад:

$$\pi K_\alpha(T)x_1 + \pi L_\alpha(T)x_0$$
$$\in \left\{ \int_0^T \pi S_\alpha(T-s)Cp(s)ds : \int_0^T \|p(s)\|^2 ds \le \big(\rho - \lambda(T)\big)^2 \right\} \qquad (5.2.5)$$

Он гоҳ дар бозии $(5.1.1)$ *аз мавқеи ибтидоии* (x_0, x_1) *дар давоми вақти* T *т.и.а.*

Қайд менамоем, ки фарқияти сифатии байни теоремаҳои 5.2.1–5.2.4 ва теоремаҳои 5.1.1 ва 5.1.2 дар он аст, ки дар теоремаҳои 5.1.1 ва 5.1.2 оператори хаттии A маҳдуд буда, дар теоремаҳои 5.2.1–5.2.4 бошад, сарбаста аст, ки ин доираи масъалаҳои муҳокимашавандаро хеле васеъ мекунад.

Дар банди сеюм м.т. барои чунин бозии дифференсиалӣ ҳал карда мешавад, ки он бо муодилаи дифференсиалии тартиби касрӣ тасвир шуда, ба идоракунии бозингарон маҳдудиятҳои геометрӣ гузошта мешавад (теоремаҳои 5.3.1, 5.3.2).

Дар фазои банахии X бозии дифференсиалии квазихаттиро баррасӣ мекунем, ки бо муодилаи дифференсиалии тартиби касрии (5.1.1) тавсиф шудааст, ки дар он ҷо $t \ge 0$, $x(t) \in X$, Y, $Z -$ фазоҳои Банах, $D^\alpha -$ ҳосилаи касрии Капутои тартиби α, $0 < \alpha < 1$ аз функсияи $x(t)$, о.х.с. A дорои соҳаи дар X зич буда, н.с.б. $S(t) -$ ро ҳосил менамояд. Ғайр аз он, фарз мекунем, ки барои ҳама гуна $u(\cdot)$ ва $v(\cdot) -$ имконпазир, инъикоси $t \to f(u(t), v(t), t)$ локалӣ интегронидашаванда буда, масъалаи Коши (5.3.1) бо шарти ибтидоии $x(0) = x_0$ ҳалли заифи зерин дорад[61]:

$$x(t) = Q(t)x_0 + \int_0^t R(t-s)f(u(s), v(s), s)ds, \qquad t \in [0, T], \qquad (5.3.2)$$

дар кадоме

$$Q(t) = \int_0^\infty \xi_\alpha(\sigma)\mathrm{S}(t^\alpha\sigma)d\sigma, \quad R(t) = \alpha\int_0^\infty \sigma \cdot t^{\alpha-1}\,\xi_\alpha(\sigma)\mathrm{S}(t^\alpha\sigma)d\sigma$$

$$\text{ва} \quad \int_0^\infty e^{-\sigma y}\xi_\alpha(\sigma)d\sigma = \sum_{j=0}^\infty \frac{(-y)^j}{\Gamma(1+\alpha j)}, \quad y > 0 \text{ аст.}$$

Теоремаи зерин ҳалшавандагии масъалаи таъқибкуниро таъмин мекунад.

Теоремаи 5.3.1. *Фарз мекунем, ки:*

1) $X, Y -$ *фазоҳои сепарабелии Банах;*
2) *инъикоси* $(u, v, t) \to f(u, v, t)$ *шартҳои Каратеодориро қонеъ мекунад*
3) *маҷмӯи терминалии* M, *ки дар он бозӣ ба охир мерасад, зермаҷмӯи сарбастаи фазои* X;
4) *нуқтаи ибтидоии* $x_0 \in X \backslash M$ *чунин, ки барои ягон қимати* $T \ge 0$ *дохилшавии зерин ҷой дорад:*

[61] Dhanapalan V. Existence and uniqueness of mild solutions for fractional integrodifferential equations [Text] / V. Dhanapalan, M. Thamilselvan, M. Chandrasekaran // Applied and Computational Mathematics. – 2014. – Vol.3(1). – P. 32–37.

$$Q(T)x_0 \in M - \int_0^T \bigcap_{v \epsilon z} R(T-s)f(u(s), v(s), s)ds. \qquad (5.3.3)$$

Он гоҳ аз нуқтаи ибтидоии x_0 дар вақти T т.и.а..

Акнун дар фазои банахи X бозии дифференсиалии квазихаттиро баррасӣ мекунем, ки бо муодилаи дифференсиалии (5.1.1) -и тартиби касрии $\alpha > 0, m-1 < \alpha < m, m = 1,2, \dots$, ва бо шартҳои ибтидоии (5.1.3), ки дар он A −оператори маҳдуди хаттӣ, инъикоси $f: Y \times Z \times [0, \infty) \to X$, ки дар он Y ва Z − фазоҳои Банах мебошанд, шартҳои Каратеодориро қонеъ мекунад. Дар бозии (5.1.1) $M \subset X$ − маҷмӯи терминалии сарбаста, $t \geq 0$, $x(t) \in X$, $u(\cdot) \in U([0, \infty), Y)$ − идоракунии таъқибкунанда, $v(\cdot) \in U([0, \infty), Z)$ −идоракунии гурезанда ва D^{α} −ҳосилаи тартиби касрии α − и Капуто аз функсияи $x(t)$ аст. Дар оянда, мо фарз мекунем, ки инъикоси $t \to f(u(t), v(t), t)$ чунин аст, ки масъалаи (5.1.1) ҳалли намуди (5.1.4) дорад.

Барои бозии (5.1.1) теоремаи зерин ҷой дорад.

Теоремаи 5.3.2. *Фарз мекунем, ки:*

1) *X, Y −фазоҳои сепарабелии Банах;*
2) *дохилшавии зерин ҷой дорад:*

$$\sum_{n=0}^{m-1} T^n E_{1/\alpha}(AT^{\alpha}; n+1)x_n^0$$

$$\in M - \int_0^T (T-\xi)^{\alpha-1} E_{1/\alpha}(A(T-\xi)^{\alpha}; \alpha) \bigcap_{v \in Z} f(Y, v, \xi)\, d\xi \qquad (5.3.7)$$

Он гоҳ аз нуқтаи ибтидоии $x_0 = (x_0^0, x_1^0, \dots, x_{m-1}^0)$ дар вақти T т.и.а..

Теоремаҳои 5.3.1 ва 5.3.2 натиҷаҳои Х.Н. Олимов ва М.Ш. Маматов[48] -ро, ки ба бозии дифференсиалии хаттии тартиби касрӣ бахшида шудааст, дарбар мегирад.

Дар банди чорум, м.т. барои бозии дифференсиалӣ дар ҳоле ҳал мешавад, ки динамикаи бозӣ бо муодилаи интегро-дифференсиалии касрӣ бо маҳдудиятҳои геометрӣ ба идоракунии бозингарон тавсиф мешавад (теоремаҳои 5.4.1, 5.4.2).

Бигзор X, Y, Z −фазоҳои Банах. Бозии дифференсиалиро баррасӣ мекунем, ки бо муодилаи квазихаттии интегро-дифференсиалии тартиби касрии зерин:

$$D^{\alpha}x(t) = Ax(t) + \int_0^t B(t-s)x(s)ds + f(u(t), v(t), t) \qquad (5.4.1)$$

ва маҷмӯи терминалии сарбастаи M, ки дар он бозӣ ба охир мерасад, тавсиф шудааст.

Дар бозии (5.4.1) $t \geq 0$, $x(t) \in X$, D^{α} −ҳосилаи касрии Капуто аз функсияи $x(t)$, о.х.с. A дорои соҳаи дар X зич буда, н.с.б.-ро ҳосил менамояд, $\{B(t)\}_{t \geq 0}$ − оилаи о.х.с. дар X бо соҳаи муайянии $D\big(B(t)\big) \supset D(A)$, ки функсияҳо $B(t)x$ сахт ченшаванда дар вақти $x \in D(A)$ ва чунин функсияи мусбати локалӣ суммиронидашавандаи $b(\cdot)$ вуҷуд дорад, ки $\|B(t)x\| \leq b(t)(\|x\| +$

$\|A(x)\|$) барои ҳамаи $x \in D(A)$ ва қариб барои ҳамаи $t \geq 0$. Ғайр аз он, фарз мекунем, ки инъикоси локалӣ интегронидашавандаи $t \to f(u(t), v(t), t)$ чунон ки барои ҳама гуна идоракунии таъқибкунанда $u(\cdot) \in U([0,\infty), Y)$ ва идоракунии гурезанда $v(\cdot) \in U([0,\infty), Z), t \geq 0$ масъалаи Коши (5.4.1) бо шарти аввалаи

$$x(0) = x_0, \qquad x^n(0) = 0, \qquad n = 1,2,\dots,m-1, \tag{5.4.2}$$

ҳалли зерин дорад:

$$x(t\ ) = S_\alpha(t)x_0 + \int_0^t S_\alpha(t-s)f(u(s), v(s), s)ds, \tag{5.4.3}$$

дар кадоме $S_\alpha(t)$ −оператори $\alpha-$ резолвенти[62], ки муодилаи зеринро қонеъ мекунад:

$$D^\alpha S_\alpha(t) = AS_\alpha(t) + \int_0^t B(t-s)S_\alpha(s)ds \tag{5.4.4}$$

Теорема 5.4.1 . *Фарз мекунем, ки:*

1) *X, Y −фазоҳои сепарабелии Банах;*
2) *инъикоси $(u, v, t) \to f(u, v, t)$ шартҳои Каратеодориро қонеъ мекунад ;*
3) *нуқтаи ибтидоии $x_0 \in X \backslash M$ чунон, ки барои ягон қимати $T \geq 0$ дохилшавии зерин ҷой дорад:*

$$S_\alpha(T)x_0 \in M - \int_0^T \bigcap_{v \in Z} S_\alpha(T-s)f(Y, v, s)ds \tag{5.4.5}$$

Он гоҳ аз нуқтаи ибтидоии x_0 дар вақти T т.и.а..

Қайд менамоем, ки бо истифода аз усули якуми Л.С. Понтрягин[12] дар теоремаи 5.4.1 идоракунии мувофиқи ченшавандаи таъқибкунанда $u(s)$ аз формулаи $w(s) = S_\alpha(T-s)f(u(s), v(s), s)$ (ҳамин тавр, бо истифода аз усули Н. Сатимов[28] дар теоремаи 5.4.2 идораи ченшавандаи мувофиқ $u(s)$ аз формулаи $w(s) = \gamma(s)m(s) - S_\alpha(T_o\ \ - s)f(u(s), v(s), s))$ интихоб карда мешавад).

Дар банди панҷум, м.т. барои бозии дифференсиалӣ дар ҳоле ҳал карда мешавад, ки ба идоракунии бозигарон маҳдудиятҳои интегралӣ гузошта шуда, динамикаи бозӣ бо муодилаи интегро-дифференсиалии касрӣ тавсиф мешавад (теоремы $5.5.1 - 5.5.3$).

Дар банди шашум, м.т. барои бозии дифференсиалӣ дар фазои Банах дар ҳоле ҳал карда мешавад, ки динамикаи бозӣ бо муодилаи дифференсиалӣ бо якчанд ҳосилаҳои касрии Герасимов – Капуто тавсиф мешавад (теоремаҳои 5.6.1–5.6.2).

Дар фазои банахи сепарабелии X бозии дифференсиалиеро баррасӣ мекунем, ки бо муодилаи дифференсиалии хаттӣ бо якчанд ҳосилаҳои касрии Герасимов – Капуто

$$D^\alpha z(t) = \sum_{k=1}^n D^{\alpha_k} A_k z(t) + f(u(t), v(t), t) \tag{5.6.1}$$

ва маҷмӯи терминалии сарбастаи $M \subset X$, ки дар он бозӣ ба охир мерасад, тавсиф

[62] Илолов М. О дробных линейных уравнениях Вольтерра в банаховых пространствах [Текст] / М. Илолов, Х.С. Кучакшоев, Д.Н. Гулджонов // ДАН РТ. – 2018. – Т.61. – №2. – С. 113–120.

шудааст.

Дар бозии (5.6.1) $t \geq 0,\ z(t) \in X,\ Y$ и Z −фазоҳои банахи сепарабелӣ, $0 \leq \alpha_1 < \alpha_2 < \cdots < \alpha_n < \alpha,\ m = [\alpha] + 1,\ m_k = [\alpha_k] + 1,\ A_k: X \to X -$ операторҳои маҳдуди хаттӣ, $k = 1,2,\dots,n,$ ва инъикоси $(u, v, t) \to f(u, v, t)$ ба шартҳои Каратеодори итоат мекунад. Дар ин ҳолат ҳалли масъалаи Коши (5.6.1) бо шартҳои ибтидоии

$$z^{(l)}(0) = z_l, l = 0,1,\dots,m-1 \qquad (5.6.2)$$

ва бо идоракуниҳои мувофиқи $u(\cdot),\ v(\cdot)$ гуфта, инъикоси зеринро меноманд[63]:

$$z(t) = \sum_{l=0}^{m-1} Z_l(t) z_l + \int_0^t Z(t-s) f(u(s), v(s), s) ds\,, \qquad (5.6.3)$$

дар кадоме

$$Z_l(t) = \frac{1}{2\pi i}\int_\gamma \left(\lambda^\alpha I - \sum_{k=1}^{n} \lambda^{\alpha_k} A_k\right)^{-1}\left(\lambda^{\alpha-l-1} I - \sum_{k=n_l}^{n} \lambda^{\alpha_k-l-1} A_k\right) e^{\lambda t} d\lambda,$$

$$t > 0, \gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \cup \gamma_3, \quad \gamma_1 = \{\lambda \in \mathbb{C}: |\lambda| = r_o, arg\lambda \in (-\pi, \pi)\},$$

$$\gamma_2 = \{\lambda \in \mathbb{C}: \lambda \in [-r_o, +\infty)\}, \qquad \gamma_3 = \{\lambda \in \mathbb{C}: \lambda \in (-\infty, -r_o]\},$$

$$r_0 = (2An)^{\frac{1}{\alpha-\alpha_n}}, \qquad A = max\left\{\frac{1}{2n}, \|A_k\|: k = 1,2,\dots,n\right\},$$

$$n_l = min\{k \in \{1,2,\dots,n\}: l < m_k - 1\},$$

$$Z(t) = \frac{1}{2\pi i}\int_\gamma \left(\lambda^\alpha I - \sum_{k=1}^{n} \lambda^{\alpha_k} A_k\right)^{-1} e^{\lambda t} d\lambda.$$

Теоремаи 5.6.1. *Бигзор шартҳои зерин иҷро шаванд:*

1) *мавқеи ибтидоии* $z^o = (z_o, z_1, \dots, z_{m-1})$ *чунин аст, ки барои ягон қимати* $T \geq 0$ *дохилшавии зерин ҷой дорад:*

$$\sum_{l=0}^{m-1} Z_l\,(T) z_l \in W_1(T)\,, \qquad (5.6.4)$$

дар кадоме

$$W_1(t) = M - \int_0^t \bigcap_{v\in Z} Z(t-s) f(Y, v, s) ds, \quad t \in [0, T].$$

2) *инъикоси* $t \to W_1(t), t \in [0, T]$ *сарбастаи секвенсиалӣ аст.*

Он гоҳ аз нуқтаи ибтидоии x_0 *дар вақти кафолатноки* $T_o = \min\{T \geq 0,$ *ки барои онҳо дохилшавии (5.6.4) ҷой дорад* $\}$ *т.и.а..*

Дар банди ҳафтум мисолҳои ҳалшавандагии м.т. таҳқиқ карда шудааст,ки дар онҳо динамикаи бозӣ бо муодилаи дифференсиалии хаттии тартиби касрӣ тавсиф карда мешавад (мисолҳои 5.7.1–5.7.3).

Дар бахши «**Муҳокимаи натиҷаҳои бадастомада**» таҳлили мухтасари натиҷаҳои дар кори диссертатсия бадастомада оварда шуда, онҳо бо натиҷаҳои муаллифони дигар муқоиса карда шудаанд.

---

[63] Федоров В.Е. Начальные задачи для некоторых классов линейных эволюционных уравнений с несколькими дробными производными [Текст] / В.Е. Федоров, К.В. Бойко, Т.Д. Фуонг // Математические заметки СВФУ. – 2021. – Т.28. – №3. – С. 85–104.

ХУЛОСАҲО

Натиҷаҳои асосии илмии диссертатсия

Дар кори диссертатсионӣ натиҷаҳои зерин ба даст оварда шуданд:

- дар фазои Банах барои бозии дифференсиалии квазихаттӣ бо о.х.с., дар ҳоле, ки ба идоракунии бозингарон маҳдудиятҳои геометрӣ гузошта мешаванд, шартҳои кофӣ оид ба оптималӣ будани вақти таъқибкунӣ ёфта шудаанд [18–М], [40–М];
- дар фазои Банах маҷмӯи мавқеъҳои ибтидоӣ муайян карда шудаанд, ки аз онҳо дар бозиҳои дифференсиалии навъи ақибмонда дар вақти оптималӣ т.и.а. [5–М], [20–М], [38–М];
- дар фазои Банах маҷмӯи мавқеъҳои ибтидоӣ муайян карда шудаанд, ки аз онҳо дар бозиҳои дифференсиалии навъи нейтралӣ т.и.а. [2–М], [4–М], [8–М], [12–М], [19–М], [22–М], [31–М], [37–М];
- дар фазои Ҳилберт маҷмӯи мавқеъҳои ибтидоӣ муайян карда шудаанд, ки аз онҳо дар бозиҳои дифференсиалӣ бо маҳдудиятҳои интегралӣ ба идоракуниҳои бозингарон т.и.а. [3–М], [10–М], [13–М], [16–М], [26–М], [27–М], [28–М], [29–М], [35–М], [36–М], [39–М];
- дар фазои Ҳилберт барои ҳалшавандагии м.г. дар бозиҳои дифференсиалӣ шароитҳои кофӣ ёфта шудаанд [17–М], [23–М];
- дар фазои Банах теоремаҳо оид ба ҳалшавандагии м.т. ва м.г. барои бозии дифференсиалии ғайрихаттии навъи ақибмонда исбот карда шуданд [9–М], [15–М];
- дар бозиҳои дифференсиалии тартиби касрӣ, вақте ки ба идоракунии бозингарон маҳдудиятҳои геометрӣ ё интегралӣ ҷорӣ карда мешаванд, маҷмӯи мавқеъҳои ибтидоӣ ёфта шудаанд, ки аз онҳо т.и.а. [21–М], [24–М], [30–М], [32–М], [34–М];
- теоремаҳо оид ба ҳалшавандагии м.т. дар бозиҳои интегро-дифференсиалии тартиби касрӣ, дар ҳоле ки маҳдудиятҳои геометрӣ ё интегралӣ ба идоракунии бозингарон ҷорӣ карда мешаванд, исбот карда шуданд [6–М], [11–М], [14–М], [33–М];
- теоремаҳо оид ба ҳалшавандагии м.т. дар бозиҳои дифференсиалӣ бо якчанд ҳосилаҳои касрӣ исбот карда шуданд [7–М], [25–М].

Тавсияҳо барои истифодаи амалии натиҷаҳо

Натиҷаҳои ба даст овардашуда татбиқ карда мешаванд: дар назарияи бозиҳои дифференсиалии таъқибкунӣ ва гурехтан, дар назарияи равандҳои идорашавандае, ки дар шароити мухолиф ва номуайянӣ ба амал омада, динамикаи онҳо бо муодилаҳои дифференсиалии навъи ақибмонда, навъи нейтралӣ ва дорои ҳосилаҳои касрӣ тавсиф карда мешавад, инчунин дар ҳалли масъалаҳои бозиҳое, ки амсилаи ҳаракати онҳоро метавон ҳамчун бозиҳои дифференсиалии таъқибкунӣ ва гурехтан дар фазои мувофиқи Банах дида шавад.

Натиҷаҳои диссертатсияро ҳангоми хондани курсҳои махсус ва навиштани рисолаҳо барои бакалавриат, аспирантон ва донишҷӯёни курсҳои болоии ихтисосҳои математика, физика ва иқтисодии мактабҳои олӣ истифода бурдан мумкин аст.

АСАРҲОИ МУАЛЛИФ АЗ РӮИ МАВЗӮИ ДИССЕРТАТСИЯ

Монографияҳо:

[1-М] **Мухсинов Е.М.** Дифференциальные игры преследования и убегания [Текст] / Е.М. Мухсинов. – Худжанд: Технопарк при ТГУПБП, 2022. – 200 с.

Мақолаҳое, ки дар маҷаллаҳои тақризшавандаи аз ҷониби Комиссияи олии аттестатсионии назди Президенти Ҷумҳурии Тоҷикистон ва Комиссияи олии аттестатсионии назди Вазорати маориф ва илми Федератсияи Россия тавсияшуда нашр шудаанд:

[2-М] **Мухсинов Е.М.** Разрешимость задачи преследования для одной дифференциальной игры в банаховом пространстве [Текст] / Е.М. Мухсинов // Дифференц. уравнения. – 2023. – Т.59. – №1. – С. 142–146.

[3-М] **Мухсинов Е.М**. Об одной дифференциальной игре нейтрального типа с интегральными ограничениями в гильбертовом пространстве [Текст] / Е.М. Мухсинов // Уфимский математический журнал. – 2022. – Т.14. – №3. – С. 90–100.

[4-М] **Мухсинов Е.М.** О задаче преследования для квазилинейной дифференциальной игры нейтрального типа [Текст] / Е.М. Мухсинов // Дифференц. уравнения и процессы управления. – 2022. –№2. – С. 66–82.

[5-М] **Мухсинов Е.М**. К задаче преследования в квазилинейных дифференциальных играх запаздывающего типа [Текст] / Е.М. Мухсинов // Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 10. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. – 2022. – Т. 18. – Вып.3. – С. 328–336.

[6-М] **Мухсинов Е.М.** Задача преследования для одной интегро-дифференциальной игры в банаховом пространстве [Текст] / Е.М. Мухсинов // Вестник ТНУ. Серия естественных наук. – 2022. – №3. – С. 160–168.

[7-М] **Мухсинов Е.М.** Разрешимость задачи преследования для дифференциальной игры с несколькими дробными производными в банаховом пространстве [Текст] / Е.М. Мухсинов // Изв. НАН Таджикистана. Отделение физико-математических, химических, геологических и технических наук. – 2022. – №4 (189). – С. 56–65.

[8-М] **Мухсинов Е.М.** Разрешимость задачи преследования для одной дифференциальной игры нейтрального типа [Текст] / Е.М. Мухсинов // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – 2021. – №1 (31). – С. 108–117.

[9-М] **Мухсинов Е.М.** О задаче преследования в нелинейных дифференциальных играх с запаздывающим аргументом [Текст] / Е.М. Мухсинов // Доклады НАН Таджикистана. – 2021. – Т. 64. – №1–2. – С. 42–46.

[10-М] **Мухсинов Е.М.** Разрешимость задачи преследования для одной дифференциальной игры нейтрального типа с интегральными ограничениями [Текст] / Е.М. Мухсинов // Изв. НАН Таджикистана. Отделение физико-математических, химических, геологических и технических наук, – 2021. – №4 (185). – С. 14–24.

[11-М] **Мухсинов Е.М.** Разрешимость задачи преследования для одной интегро-дифференциальной игры с интегральными ограничениями [Текст] / Е.М. Мухсинов // Вестник ТНУ. Серия естественных наук – 2021. – №3. – С. 148–156.

[12-М] **Мухсинов Е.М.** Разрешимость одной дифференциальной игры преследования нейтрального типа [Текст] / Е.М. Мухсинов // Учёные записки. Серия: естественные и экономические науки. Издательство: Худжандский государственный университет им. акад. Б.Гафурова. – 2021. – №1(56). – С.16–21.

[13-М] **Мухсинов Е.М.** Разрешимость задачи преследования для линейной дифференциальной игры запаздывающего типа с интегральными ограничениями [Текст] / Е.М. Мухсинов // Учёные записки. Серия: естественные и экономические науки. Издательство: Худжандский государственный университет им. акад. Б.Гафурова. – 2021. – №1(56). – С. 12–15.

[14-М] **Мухсинов Е.М.** Об одной линейной интегро-дифференциальной игре в гильбертовом пространстве [Текст] / Е.М. Мухсинов // Учёные записки. Серия: естественные и экономические науки. Издательство: Худжандский государственный университет им. акад. Б.Гафурова. – 2021. – №3(58). – С.12–15.

[15-М] **Мухсинов Е.М.** Задача убегания в нелинейных дифференциальных играх с запаздывающим аргументом [Текст] / Е.М. Мухсинов // Вестник ТНУ. Серия естественных наук. –2020. – №4. – С. 74–78.

[16-М] **Мухсинов Е.М.** О дифференциальных играх преследования с интегральными ограничениями [Текст] / Е.М. Мухсинов // ДАН. Тадж. ССР. – 1985. –Т.28. – №8. – С. 431–434.

[17-М] **Мухсинов Е.М.** О дифференциальных играх убегания с интегральными ограничениями [Текст] / Е.М. Мухсинов // ДАН. Тадж. ССР. – 1985. –Т.28. –№5. –С. 258–261.

[18-М] **Мухсинов Е.М.** Об оптимальности времени преследования в дифференциальных играх [Текст] / Е.М. Мухсинов // Управляемые системы. – Выпуск 22. –Новосибирск – 1982. – С. 80–87.

Мақолаҳои дар дигар нашрияҳо чопшуда:

[19-М] **Мухсинов Е.М.** Задача преследования для одной дифференциальной игры нейтрального типа в банаховом пространстве [Текст] / Е.М. Мухсинов // Материалы Международной научной конференции «Современные методы теории краевых задач». Понтрягинские чтения. Воронежская весенняя математическая школа. (3–9 мая 2023г.). – Воронеж, 2023. – С. 276–278.

[20-М] **Мухсинов Е.М.** Задача преследования для одной дифференциальной игры запаздывающего типа в банаховом пространстве [Текст] / Е.М. Мухсинов, М.Н. Муродова // Материалы Международной научно-практической конференции «XIII Ломоносовские чтения», посвященной 115-

летию академика Б.Гафурова. (28–29 апреля 2023г.). – Душанбе, 2023. – С. 77–80.

[21-М] **Мухсинов Е.М.** О разрешимости задачи преследования для одной дифференциальной игры дробного порядка [Текст] / Е.М. Мухсинов // Сборник трудов Международной научной конференции «Современные методы прикладной математики, теории управления и компьютерных технологий» (13–16 декабря 2022г.). – Воронеж, 2022. – С. 48–49.

[22-М] **Мухсинов Е.М.** Оптимальность времени преследования для одной дифференциальной игры нейтрального типа [Текст] / Е.М. Мухсинов // Материалы международной научной конференции «Неклассические уравнения математической физики и их приложения» (6–8 октября 2022г.). - Ташкент, 2022. – С. 152–153.

[23-М] **Мухсинов Е.М.** О нелинейной дифференциальной игре убегания нейтрального типа в гильбертовом пространстве [Текст] / Е.М. Мухсинов // Материалы республиканской научно-практической конференции «Актуальные проблемы и перспективы развития естественных и точных наук» (28–29 октября 2022 г.). – Душанбе, 2022. – С.39–41.

[24-М] **Мухсинов Е.М.** Об одной дифференциальной игре дробного порядка в гильбертовом пространстве [Текст] / Е.М. Мухсинов // Материалы международной конференции «Современные проблемы математического анализа и теории функций» посвященной 70-летию академика НАН Таджикистана М.Ш. Шабозова (24–25 июня 2022г.). – Душанбе, 2022. – С. 272–274.

[25-М] **Мухсинов Е.М**. Разрешимость задачи преследования для дифференциальной игры с несколькими дробными производными [Текст] / Е.М. Мухсинов // Материалы международной конференции «Современные проблемы теории чисел и математического анализа» посвященной 80-летию со дня рождения доктора физико-математических наук, профессора Д. Исмоилова (29–30 апреля 2022г.). – Душанбе, 2022. – С. 137–140.

[26-М] **Мухсинов Е.М.** Разрешимость задачи преследования для одной линейной дифференциальной игры нейтрального типа [Текст] / Е.М. Мухсинов // Сборник трудов международной конференции по алгебре, анализу и геометрии (22–28 августа, 2021г.). – Казань, 2021. – С. 253–255.

[27-М] **Mukhsinov Y.M**. A Quasilinear Differential Game of Neutral Type with Integral Constraints in a Hilbert Space [Text] / Y.M. Mukhsinov // International Conference "Mathematical Physics, Dynamical Systems and Infinite-Dimensional Analysis" (June 30–July 9, 2021). – Russia, Moscow Region, Dolgoprudny, 2021. – P. 124.

[28-М] **Мухсинов Е.М.** Задача преследования для одной дифференциальной игры с интегральными ограничениями в гильбертовом пространстве [Текст] / Е.М. Мухсинов // International Scientific and Practical Conference. Scientific horizon in the context of social crises (11-12.04.2021). – Japan, Tokyo, 2021. – P. 560–564.

[29-М] **Мухсинов Е.М.** Разрешимость задачи преследования для одной квазилинейной дифференциальной игры нейтрального типа с интегральными ограничениями [Текст] / Е.М. Мухсинов // Материалы международной конференции «Нелокальные краевые задачи и родственные проблемы математической биологии, информатики и физики» (5–9 декабря 2021г.). Нальчик, 2021. – С. 149.

[30-М] **Мухсинов Е.М.** Задача преследования для одной дифференциальной игры дробного порядка с интегральными ограничениями [Текст] / Е.М. Мухсинов // Сборник трудов Всероссийской научной конференции «Современные методы прикладной математики, теории управления и компьютерных технологий» (14–16 декабря 2021г.). – Воронеж, 2021. – С. 109–111.

[31-М]. **Мухсинов Е.М.** Разрешимость задачи преследования для одной дифференциальной игры параболического типа [Текст] / Е.М. Мухсинов // Тезисы докладов республиканской научной конференции с участием зарубежных учёных «Сарымсаковские чтения» (16–18 сентября 2021г.). - Ташкент, 2021. – С. 110–111.

[32-М] **Мухсинов Е.М.** О разрешимости задачи преследования для квазилинейной дифференциальной игры дробного порядка в банаховом пространстве [Текст] / Е.М. Мухсинов // Сборник статей II международной научно-практической конференции на тему «О применении дифференциальных уравнений при решении прикладных задач» (4 ноября 2021г.). – Душанбе. 2021. – С. 103–106.

[33-М] **Мухсинов Е.М.** Задача преследования для одной интегро-дифференциальной игры с интегральными ограничениями [Текст] / Е.М. Мухсинов, М.Н. Муродова // Материалы международной конференции «Актуальные проблемы современной математики» посвящённой 80-летию профессора Т. Собирова (25–26 июня 2021г.). – Душанбе, 2021. – С. 165–167.

[34-М] **Мухсинов Е.М.** О разрешимости задачи преследования для дифференциальной игры дробного порядка в банаховом пространстве [Текст] / Е.М. Мухсинов // Материалы республиканской конференции «Современные проблемы прикладной математики и их роль в формировании технического мировоззрения общества» (29–30 октября 2021г.). – Худжанд, 2021. – С. 120–122.

[35-М] **Мухсинов Е.М.** Задача преследования для одной дифференциальной игры с распределенными параметрами [Текст] / Е.М. Мухсинов // Маводҳои конфронси илмӣ-амалии ҷумҳуриявӣ «Рушди илмҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ: роҳҳои татбиқи натиҷаҳои онҳо дар истеҳсолот» бахшида ба эълон шудани солҳои 2020–2040 Бистсолаи омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ қисми 1. (21-22 апрели 2021с.). – Хуҷанд, 2021. – С. 111–113.

[36-М] **Мухсинов Е.М.** О линейных дифференциальных играх преследования в гильбертовом пространстве [Текст] / Е.М. Мухсинов, М.Н. Муродова // Маводҳои конфронси илмӣ-амалии ҷумҳуриявӣ «Рушди илмҳои

табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ: роҳҳои татбиқи натиҷаҳои онҳо дар истеҳсолот» бахшида ба эълон шудани солҳои 2020-2040 Бистсолаи омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ. қисми 2 (21-22 апрели 2021с.). – Худжанд, 2021. – С. 125–128.

[37-М] **Мухсинов Е.М.** Задача преследования для дифференциальной игры нейтрального типа в гильбертовом пространстве / Е.М. Мухсинов // Материалы республиканской научно-практической конференции, посвященной 80-летию профессора Исмати М. и 20- летию развития естественных, точных и математических наук на тему «Современные проблемы теории дифференциальных уравнений с сингулярными коэффициентами» (26 сентября 2020г.). – Душанбе, 2020. – С. 131–134.

[38-М] **Мухсинов Е.М.** О разрешимости задачи преследования для одной дифференциальной игры запаздывающего типа [Текст] / Е.М. Мухсинов, М.Н. Муродова // Материалы международной конференции «Современные проблемы функционального анализа и дифференциальных уравнений» посвященной 70-летию со дня рождения академика НАН Таджикистана, д.ф.-м.н., профессора Бойматова К.Х. (25-26 декабря, 2020г.). – Душанбе, 2020. – С. 197–200.

[39-М] **Мухсинов Е.М.** Разрешимость задачи преследования в гильбертовом пространстве [Текст] / Е.М. Мухсинов, М.Н. Муродова // Маводи конференсияи илмии ҷумҳуриявии «Ташаккули самтҳои инноватсионии илмҳои дақиқ ва техникӣ дар замони муосир: муаммо ва дурнамои рушд» (19 ноябри 2015с.). – Хуҷанд, 2015. – С. 33–36.

[40-М] **Мухсинов Е.М.** О дифференциальных играх преследования и убегания [Текст] / Е.М. Мухсинов // Маводҳои конференсияи байналхалқии илмӣ «Проблемаҳои муосири математика ва таълимӣ он» (28–29 июни 2014с.). – Хуҷанд, 2014. – С. 319–320.

АННОТАТСИЯИ

диссертатсияи Мухсинов Едгор Мирзоевич дар мавзуи «Оид ба ҳалшавандагии масъалаҳои таъқибкунӣ ва гурехтан дар бозиҳои дифференциалӣ», барои дарёфти дараҷаи илмии доктори илмҳои физикаю математика аз рӯи ихтисоси 01.01.02 – Муодилаҳои дифференсиалӣ, системаҳои динамикӣ ва идоракунии оптималӣ

Вожаҳои калидӣ: фазои Банах, масъалаи таъқибкунӣ, масъалаи гурехтан, бозии дифференсиалӣ бо аргументи ақибмонда, бозии дифференсиалии навъи нейтралӣ, бозии дифференсиалии тартиби касрӣ .

Мақсади таҳқиқот. Мақсади асосии кори диссертатсионӣ минбаъд инкишоф додани назарияи бозиҳои дифференсиалии таъқибкунӣ ва гурехтан дар фазоҳои Банах мебошад, дар ҳоле, ки динамикаи бозӣ бо муодилаи дифференсиалии дорои оператори хаттии сарбаста, навъи ақибмонда, навъи нейтралӣ ё тартиби касрӣ тавсиф карда мешавад.

Усулҳои таҳқиқот. Дар кор усулҳои таҳлили функсионалӣ, назарияи инъкосҳои бисёрқиммата, назарияи муодилаҳои дифференсиалӣ бо аргументҳои ақибмонда, навъи нейтралӣ, тартиби касрӣ ва назарияи бозиҳои дифференсиалии таъқибкунӣ ва гурехтан истифода шудааст.

Навгонии илмии таҳқиқот. Ҳамаи натиҷаҳои диссертатсия нав буда, аз инҳо иборатанд:

- дар фазои Банах барои бозии дифференсиалии квазихаттӣ бо оператори хаттии сарбаста дар ҳоле, ки ба идоракунии бозингарон маҳдудиятҳои геометрӣ гузошта мешавад, шартҳои кофӣ оид ба анҷоми таъқибкунӣ дар вақти оптималӣ ёфта шудааст;
- дар фазои Банах ҳалшавандагии масъалаи таъқибкунӣ барои бозиҳои дифференсиалӣ дар ҳоле исбот шудааст, ки динамикаи бозӣ бо муодилаи дифференсиалии навъи ақибмонда ё нейтралӣ тасвир карда шуда, ба идоракунии бозингарон маҳдудиятҳои геометрӣ ё интегралӣ гузошта шудаанд;
- дар фазои Ҳилберт барои ҳалшавандагии масъалаи гурехтан дар бозии дифференсиалии ғайрихаттии навъи нейтралӣ шартҳои кофӣ ёфта шудаанд;
- маҷмӯи мавқеъҳои ибтидоӣ ёфта шудааст, ки аз кадомеҳо дар бозиҳои дифференсиалии тартиби касрӣ таъқибкунӣ имконпазир аст, дар ҳоле, ки ба идоракунии бозингарон маҳдудиятҳои геометрӣ ё интегралӣ гузошта шудааст.

Аҳамияти назариявӣ ва амалии таҳқиқот. Натиҷаҳои дар диссертатсия ба даст оварда шуда характери назариявӣ дошта, дар назарияи бозиҳои дифференсиалӣ ва дар ҳалли масъалаҳои амалӣ, ки кадомеҳоро ҳамчун бозӣ дар фазоҳои мувофиқи Банах дида баромадан мумкин аст, татбиқшаванда аст.

АННОТАЦИЯ

диссертации Мухсинова Едгора Мирзоевича на тему «О разрешимости задач преследования и убегания в дифференциальных играх», представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Ключевые слова: банахово пространство, задача преследования, задача убегания, дифференциальная игра с запаздывающими аргументами, дифференциальная игра нейтрального типа, дифференциальная игра дробного порядка.

Цель исследования. Основная цель диссертационной работы состоит в дальнейшем развитии теории дифференциальных игр преследования и убегания в банаховых пространствах, когда динамика игры описывается дифференциальным уравнением с линейным замкнутым оператором, запаздывающего типа, нейтрального типа или дробного порядка.

Методы исследования. В работе используются методы функционального анализа, теории многозначных отображений, теории дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом, нейтрального типа, дробного порядка и теории дифференциальных игр преследования и убегания.

Научная новизна исследования. Все результаты диссертации являются новыми и заключаются в следующем:

- в банаховом пространстве для квазилинейной дифференциальной игры с замкнутым линейным оператором, когда на управление игроков наложены геометрические ограничения, найдены достаточные условия, позволяющие обеспечить возможность завершения преследования за оптимальное время;
- в банаховом пространстве доказана разрешимость задачи преследования для дифференциальных игр, когда динамика игры описывается дифференциальным уравнением запаздывающего или нейтрального типа, а на управление игроков наложены геометрические или интегральные ограничения;
- в гильбертовом пространстве найдены достаточные условия о разрешимости задачи убегания в нелинейной дифференциальной игре нейтрального типа;
- найдено множество начальных положений, из которых возможно завершение преследования в дифференциальных играх дробного порядка, когда на управление игроков наложены геометрические или интегральные ограничения.

Теоретическая и практическая ценность работы. Результаты, полученные в диссертации, носят теоретический характер и применимы в теории дифференциальных игр и при решении практических задач, которых можно моделировать как игры в подходящих банаховых пространствах.

ANNOTATION

of the dissertation of Mukhsinov Edgor Mirzoevich on the topic "About the solvability of the problems of the pursuit and evasion in the differential games", submitted for the degree of Doctor of the Physical and Mathematical Sciences on the specialty 01.01.02 - Differential equations, dynamical systems, and optimal control

Keywords: Banach space, pursuit problem, evasion problem, the differential game with lagging argument, the differential game of the neutral type, the differential game of the fractional order.

The purpose of the study. The main goal of the dissertation work is to further develop the theory of differential games of pursuit and escape in Banach spaces when the dynamics of the game are described by a differential equation with a closed linear operator of the delayed type, neutral type, or fractional order.

The methods of research. The methods of functional analysis, the theories of multivalued mappings, the theories of the differential equations with lagging argument, neutral type, fractional order, and the theories of differential games of pursuit and evasion are used in the work.

The scientific novelty of the research. All results of the dissertation are new and are concluded as follows:

- in the Banach space for a quasilinear differential game with a closed linear operator, when the geometric constraints are imposed on the control of the players, sufficient conditions are found to ensure the possibility of completing the pursuit in optimal time;
- the solvability of the problem of the pursuit for the differential games is proved in a Banach space, when the dynamics of the game are described by the differential equation of lagging or neutral type, and the geometric or integral restrictions are imposed on the control of the players;
- sufficient conditions on the solvability of the evasion problem in a nonlinear differential game of neutral type are found in the Hilbert space;
- a set of initial positions are found, from which it is possible to complete the pursuit in differential games of fractional order when geometric or integral restrictions are imposed on the control of the players.

The theoretical and practical value of the work. The results got in the dissertation carry the theoretical nature and are applicable in theories of differential games and in solving practical problems that can be modeled as games in suitable Banach spaces.